Algoritamski pristupi u rješavanju rubikove kocke i implementacija Old Pochmann metode

Dean, Renato

Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku
Sveučilišni preddiplomski studij matematike

Renato Dean

Algoritamski pristupi u rješavanju Rubikove kocke i implementacija Old Pochmann metode

Završni rad

Osijek, 2017.

Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku
Sveučilišni preddiplomski studij matematike

Renato Dean

Algoritamski pristupi u rješavanju Rubikove kocke i implementacija Old Pochmann metode

Završni rad

Voditelj: izv. prof. dr. sc. Domagoj Matijević

Osijek, 2017.

Sadržaj

Sažetak

U radu je opisana povijest 3x3x3 Rubikove kocke, njen izgled, mehanizam i poneke zanimljivosti vezane uz nju (npr. održavanje natjecanja u brzom slaganju Rubikove kocke, svjetski rekordi, ostale kocke koje nisu dimenzije 3x3x3, ...) te su navedene 3 metode slaganja (Početnička (Beginner) metoda, CFOP (Fridrich) metoda te Old-Pochmann metoda). Prije opisa slaganja metoda, definirana je notacija, tj. zapis pojedinih poteza na kocki te su objašnjeni pojmovi koje je potrebno razumjeti kako bi se svladala pojedina metoda. U opisu prve dvije navedene metode slaganja navedeni su temeljni koraci svake od metoda i cilj svakog pojedinog koraka. Posljednja metoda slaganja, uz opis slaganja kao u prve dvije metode, sadrži i C++ implementaciju te analizu složenosti algoritma. Na kraju svake metode su dane njene primjene te linkovi na YouTube video tutorijale uz pomoću kojih se može naučiti slagati Rubikova kocka tom metodom.

Ključne riječi

Rubikova kocka, cuber, centar, rubna kockica, vršna kockica, notacija, algoritam, Početnička metoda, križ, prvi sloj, drugi sloj, CFOP (Fridrich) metoda, F2L, OLL, PLL , Old-Pochmann (OP) metoda, polje, klasa.

Abstract

In this work I explain the history of the 3x3x3 Rubik's cube, its appearance, mechanism and some interesting facts about the cube such as organization of speedsolving competitions, world records, other cubes except the standard 3x3x3, etc. I also explain 3 different methods (Beginner's method, CFOP (Fridrich's) method, Old-Pochmann (OP) method) of solving the Rubik's cube. Before the explanation of methods, the cube's notation or how to write its moves will be explained and some terms which will be used in each of the methods will be defined. The explanations of first 2 methods will contain their key steps and the goal of each step. The last method will additionally contain its C++ implementation and analysis of its algorithmic complexity. After each method its uses will be explained, and YouTube video tutorials on how to solve the Rubik's cube with each method will be provided.

Key words

Rubik's cube, cuber, center, edge piece, corner piece, notation, algorithm, Beginner's method, cross, first layer, second layer, CFOP (Fridrich's) method, F2L, OLL, PLL, Old-Pochmann (OP) method, array, class.

Poglavlje 1

Uvod

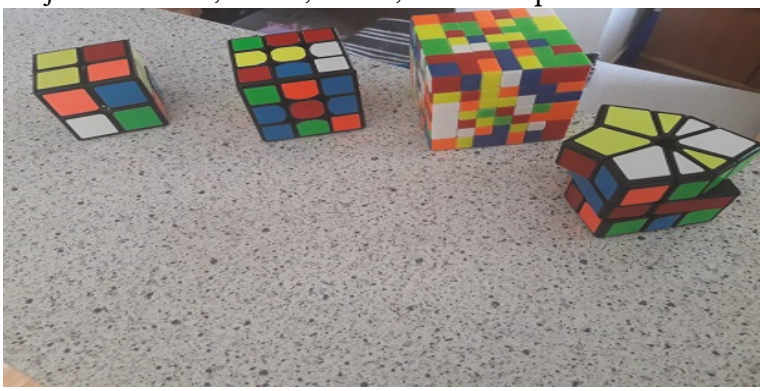
Rubikova kocka je trodimenzionalna mehanička igračka, koju je 1974. godine izumio mađarski kipar i profesor arhitekture Ernő Rubik. Rubik je igračku prvobitno nazvao "Čarobna kocka" i licencirao je 1980. godine, a ona je doživjela nezapamćen uspjeh, prvo u Njemačkoj, gdje je 1980. proglašena igračkom godine, a zatim i širom svijeta. Do 2005. je prodano preko 300 milijuna primjeraka ove igračke. Postoji nekoliko inačica Rubikove kocke. U klasičnoj inačici (3x3x3), svaka od šest strana kocke ima 9 kvadratića (u bijeloj, crvenoj, narančastoj, plavoj, žutoj i zelenoj boji), koje treba složiti tako da svaka strana bude jednobojna. Sam mehanizam kocke se sastoji od 3 tipa dijelova:

- **Centralnih kockica**, kojih je 6 i koje imaju samo jednu boju, nalaze se u središtu svake strane i određuju boju te strane (npr. strana koja sadrži crvenu centralnu kockicu je crvena strana).
- **Rubnih kockica**, kojih je 12 i koje imaju dvije boje na sebi.
- **Vršnih kockica** kojih je 8 i koje se sastoje od 3 boje. Jer je broj vrhova trodimenzionalne kocke 8, broj vršnih kockica Rubikove kocke bilo koje veličine će uvijek biti isti.

Matematičari su izračunali da postoji oko 43 trilijuna kombinacija kocke. Unatoč tome, dovoljno je 20 poteza da se kocka složi iz bilo koje početne pozicije (tzv. Božji broj ili God's number). Iako je Rubikova kocka bila na vrhuncu popularnosti u osamdesetim godinama 20. stoljeća, i dalje je vrlo popularna. Organiziraju se i natjecanja u brzom slaganju Rubikove kocke od kojih je prvo bilo 5. lipnja 1982. godine u Budimpešti na kojem je pobijedio Minh Thai s vremenom od 22,95 sekunde koji je kasnije objavio i knjigu "*The Winning Solution*" s uputama za slaganje kocke. 2004. godine je osnovana udruga **World Cube Association (WCA)** koja na svjetskoj razini organizira natjecanja, 2 puta godišnje i u Hrvatskoj, a osim klasične 3x3x3 kocke, na natjecanju se pojavljuju i sve kocke od 2x2x2 do 7x7x7, slaganje 3x3x3 kocke jednom rukom, naslijepo, s nogama te neke druge "nekockaste" slagalice koje se također slažu po bojama kao npr Square-1, slagalica koja ima oblik kocke u složenom stanju, a prilikom slaganja mijenja različite oblike (vidi sliku 1.1 i 1.2). Način na koji se gleda natjecateljev rezultat u 3x3x3 kocki je sljedeći: Natjecatelj slaže kocku nakon što mu je kocka zamiješana nasumičnim kompjutorskim algoritmom i taj postupak se ponavlja 5 puta. Nakon toga mu se gleda najbolje pojedinačno vrijeme te prosjek od 5 slaganja koji se formira tako da se odbaci najbolje i najgore vrijeme i napravi aritmetička sredina preostala 3 vremena. Najbolje pojedinačno vrijeme se zove **single**, a prosječno vrijeme **average**. Npr. ukoliko je natjecatelj imao sljedeća vremena: 14.48, 16.90, 12.28, 14.20, 14.48, tada je natjecateljev single 12.28, a average 14.39. Postoje i veće kocke od 7x7x7, trenutno je najveća 22x22x22, međutim, zbog ogromnih dimenzija

i nepraktičnosti okretanja, služi uglavnom za kolekciju. Razvojem interneta, točnije, internetskih video servisa kao što je YouTube, razvijala se i dostupnost raznih metoda za slaganje Rubikove kocke, a samim time, otkrivale su se nove metode te uz poboljšanje unutarnjeg mehanizma kocke, svjetski rekord u single-u iznosi 4.73 sekunde,kojeg drži Australac Feliks Zemdegs, a isti drži i svjetski rekord u average-u s prosječnim vremenom od 5.97 sekundi. Vlasnik hrvatskog rekorda u 3x3x3 kocki u single-u je Andro Petrinjak s vremenom od 7.79 sekundi, a isti drži i average s vremenom od 9.93 sekunde. U daljnjem radu ću dati primjer tri popularne metode slaganja Rubikove kocke, redom **Beginner, CFOP (Fridrich)** te **Old-Pochmann**. Obradit ćemo Beginner metodu prvu jer, kao što joj i ime kaže, namijenjena je onima koji se prvi puta susreću sa slaganjem Rubikove kocke. U usporedbi s ostalim metodama, u Beginner metodi je potrebno najmanje improvizacije i slaganje se svodi na 7 koraka, od kojih samo prvi nije šablonski, a ostali zahtijevaju memorizaciju 10 kratkih algoritama (do 8 poteza duljine) i prepoznavanje pojedinih slučajeva na kocki kako bi se neki od algoritama mogao primijeniti. Nakon toga, obradit ćemo najpopularniju metodu za brzo slaganje Rubikove kocke koja se zove CFOP ili Fridrich metoda. Ta metoda je prirodni nastavak na Beginner metodu jer slaže kocku ”sloj po sloj” kao i Beginner metoda, no u puno manje poteza. Za razliku od Beginner metode, u ovoj metodi će biti puno više improvizacije te puno veći broj algoritama za zapamtiti (čak 78 od kojih neki imaju i do 20 poteza). Nakon CFOP metode, prelazimo na glavni dio samog rada, a to je Old-Pochmann metoda koja se koristi prilikom slaganja Rubikove kocke naslijepo. Ova metoda je potpuno šablonska i rješava se isključivo ponavljanjem različitih algoritama. Upravo iz tog razloga odlučio sam ju implementirati u programskom jeziku C++, što čini završni dio rada.

Slika 1.1: Slijeva nadesno, 2x2x2, 3x3x3, 7x7x7 i Square-1 u složenom stanju.



Slika 1.2: Slijeva nadesno, 2x2x2, 3x3x3, 7x7x7 i Square-1 u zamiješanom stanju.

Poglavlje 2

Neke metode slaganja Rubikove kocke

2.1 Notacija i važni pojmovi

U prethodnom poglavlju opisan je mehanizam 3x3x3 Rubikove kocke, no za razumijevanje određene terminologije koja će biti korištena u ovom poglavlju treba još objasniti kako se bilježe pojedini potezi na kocki, tzv. **notacija** kocke te neke česte fraze kao što je npr. *"dovesti kockicu na svoje mjesto"*.

2.1.1 Notacija 3x3x3 Rubikove kocke

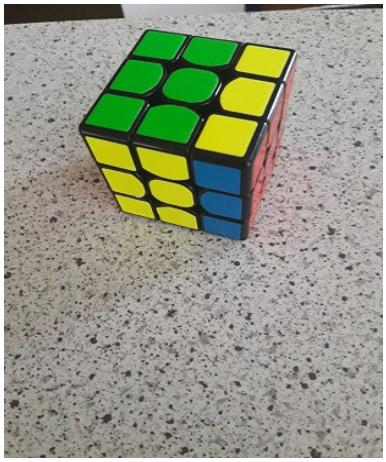
Notaciju koja se danas koristi je izumio David Singmaster te se ona zove **Singmasterova** notacija. Koristit ću malu modifikaciju te notacije koja se koristi na službenim WCA natjecanjima. Prije nego što ju objasnimo, treba objasniti kakva je to klasična shema boja. To je sljedeća shema boja na kocki: Bijela strana je nasuprot žute, plava nasuprot zelene te crvena nasuprot narančaste. Uz to, ukoliko je bijela strana na dnu te plava okrenuta prema nama, narančasta treba biti lijevo od plave, a crvena desno. Takvu shemu ima većina kocki. Ukoliko je kocka pozicionirana tako da je bijela strana na dnu a plava okrenuta prema nama, definirajmo sljedeći zapis strana:

- **L**, (left) , lijeva strana, (u navedenom slučaju je to narančasta).
- **R**, (right), desna strana, (u navedenom slučaju je to crvena).
- **U**, (up), gornja strana, (u navedenom slučaju je to žuta).
- **D**, (down), donja strana, (u navedenom slučaju je to bijela).
- **B**, (back), zadnja/leđna strana, (u navedenom slučaju je to zelena).
- **F**, (front), desna strana, (u navedenom slučaju je to plava).

te sljedeći zapis poteza odgovarajuće strane, navesti ćemo ih samo za dvije strane, za ostale postupak ide analogno.

- **L**, okretanje lijeve strane (narančaste) za 90 stupnjeva u smjeru kazaljke na satu. (Ukoliko je potez dobro izvršen, trebala bi se pojaviti linija žutih kockica na plavoj strani.)

- **L'**, (čita se "*el prim*"), okretanje lijeve strane (narančaste) za 90 stupnjeva obrnuto od smjera kazaljke na satu. (Ukoliko je potez dobro izvršen, trebala bi se pojaviti linija bijelih kockica na plavoj strani.
- **L2**, okretanje lijeve strane (narančaste) za 180 stupnjeva. Smjer okretanja u ovom slučaju nije bitan. (Ukoliko je potez dobro izvršen, trebala bi se pojaviti linija zelenih kockica na plavoj strani).
- **Lw**, okretanje 2 sloja lijeve strane u smjeru kazaljke na satu. (Vidi sliku 2.1). (Ukoliko je potez dobro izvršen, na plavoj strani bi se trebale pojaviti dvije žute linije.)



Slika 2.1: Izgled kocke nakon Lw.

- **Lw'**, okretanje 2 sloja lijeve strane obrnuto od smjera kazaljke na satu. (Ukoliko je potez dobro izvršen, na plavoj strani bi se trebale pojaviti dvije bijele linije.)
- **Lw2**, okretanje 2 sloja lijeve strane za 180 stupnjeva. (Ukoliko je potez dobro izvršen, na plavoj strani bi se trebale pojaviti dvije zelene linije.)
- **U**, okretanje gornje strane (žute) za 90 stupnjeva u smjeru kazaljke na satu. (Ukoliko je potez dobro izvršen, trebala bi se pojaviti linija crvenih kockica na plavoj strani.)
- **U'**, okretanje gornje strane (žute) za 90 stupnjeva obrnuto od smjera kazaljke na satu. (Ukoliko je potez dobro izvršen, trebala bi se pojaviti linija narančastih kockica na plavoj strani.
- **U2**, okretanje gornje strane (žute) za 180 stupnjeva. Smjer okretanja u ovom slučaju nije bitan. (Ukoliko je potez dobro izvršen, trebala bi se pojaviti linija zelenih kockica na plavoj strani).
- **Uw**, okretanje 2 sloja gornje strane u smjeru kazaljke na satu. (Vidi sliku 2.2). (Ukoliko je potez dobro izvršen, na plavoj strani bi se trebale pojaviti dvije crvene linije.)

Slika 2.2: Izgled kocke nakon Uw.

- **Uw'**, okretanje 2 sloja gornje strane obrnuto od smjera kazaljke na satu. (Ukoliko je potez dobro izvršen, na plavoj strani bi se trebale pojaviti dvije narančaste linije.)
- **Uw2**, okretanje 2 sloja gornje strane za 180 stupnjeva. (Ukoliko je potez dobro izvršen, na plavoj strani bi se trebale pojaviti dvije zelene linije.)

Animaciju svih poteza možete vidjeti ovdje, uz napomenu da su ovdje potezi *"s duplim slojem"* zapisani preko malog početnog slova,a ne sa dodatkom slova 'w' kao u radu:
`https://ruwix.com/the-rubiks-cube/notation/`

2.1.2 Važni pojmovi korišteni u slaganju Rubikove kocke

Prilikom objašnjavanja raznih situacija na kocki, često se koriste sljedeći izrazi:

- **”Dovesti kockicu na svoje mjesto”**- dovesti kockicu tako da se nalazi između onih centralnih kockica čije se boje nalaze na dovedenoj kockici. Npr. bijelo-narančasta rubna kockica je na svome mjestu ukoliko se nalazi i na bijeloj i na narančastoj strani u isto vrijeme. (Vidi sliku 2.3)

Slika 2.3: Bijelo-narančasti dio je na svom mjestu i dobro je orijentiran.

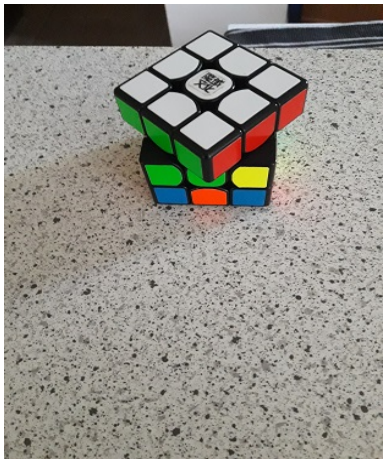
- **”Kockica je krivo orijentirana”**- takva kockica je na svome mjestu, međutim, odgovarajuće boje nisu na odgovarajućim stranama. Npr. bijelo-narančasta rubna kockica se nalazi i na bijeloj i na narančastoj strani, ali je bijeli dio rubne kockice na narančastoj strani, a narančasti dio rubne kockice na bijeloj. (Vidi sliku 2.4)

Slika 2.4: Bijelo-narančasti dio je na svom mjestu,ali je ”krivo orijentiran”.

- **”Složiti stranu”** - ovaj termin se koristi ukoliko je strana jednobojna. (Vidi sliku 2.5)

Slika 2.5: Složena bijela strana.

- **”Složiti sloj”** - dodatak složenoj strani, uz rub jednobojne strane nalaze se linije njenih susjednih boja (Vidi sliku 2.6)



Slika 2.6: Složeni bijeli sloj.

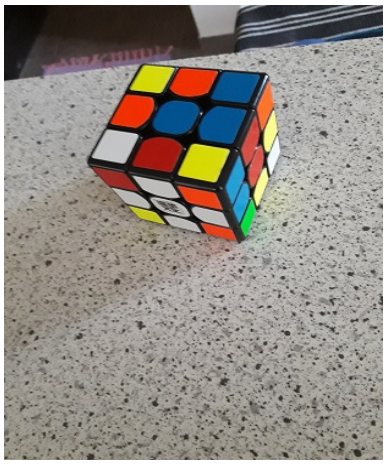
- **”Algoritam”** - niz poteza koji mijenja određene dijelove na kocki bez da poremeti dosadašnju složenost.

2.2 Beginner metoda

Ukoliko odete na YouTube i u tražilicu upišete *”How to solve the Rubik’s cube”*, najveći broj videa će vam prezentirati neku varijaciju metode iz knjige Patricka Bosserta pod nazivom *”You Can Do The Cube”*. Metoda koju ću objasniti u ovome radu se sastoji od 7 koraka i zahtijeva znanje 10 algoritama od kojih nijedan nije duži od 8 poteza:

- **1. korak- Bijeli križ (Cross)**- cilj ovog koraka je dovesti bijele rubne kockice na svoje mjesto i pravilno ih orijentirati. Ovo je jedini intuitivan (nešablonski) korak i ne zahtijeva nikakvo

poznavanje algoritama, nego samo poznavanje što je to bijela rubna kockica i što znači dovesti kockicu na svoje mjesto i to tako da je pravilno orijentirana. Česta greška u ovom koraku je samo formiranje križa na bijeloj strani bez gledanja jesu li rubne kockice na svome mjestu. (vidi slike 2.7 i 2.8)

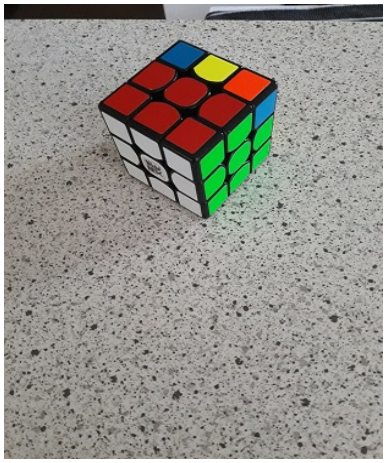


Slika 2.7: Krivo složeni križ.

Slika 2.8: Dobro složeni križ.

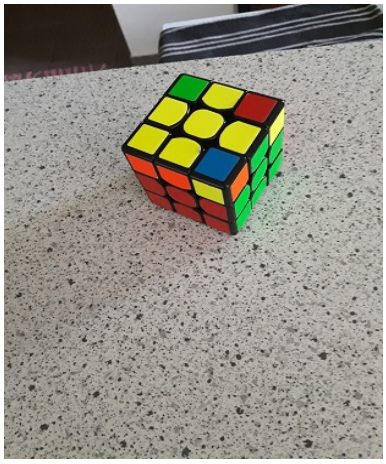
- **2.korak - Prvi sloj (First layer)** - cilj ovog koraka je složiti bijeli **sloj**, tj. nakon složenih bijelih rubnih kockica, treba složiti bijele vršne kockice, odnosno dovesti bijele vršne kockice na svoje mjesto i to pravilno orijentirane kako bi se kompletirao sloj. Za ovaj korak se koriste 3 algoritma. Česta greška u ovom koraku je zaboravljanje da se treba složiti bijeli sloj, a ne bijela strana! Slike sloja i strane su već prikazane pa ih nećemo ponovno navoditi. (Slika 2.5 i slika 2.6)

- **3.korak - Drugi sloj (Second layer)**- cilj ovog koraka je složiti sloj iznad donjeg, tj. dovesti 4 rubne kockice koje ne sadrže niti bijelu niti žutu boju na svoje mjesto, pravilno orijentirane. (vidi sliku 2.9)



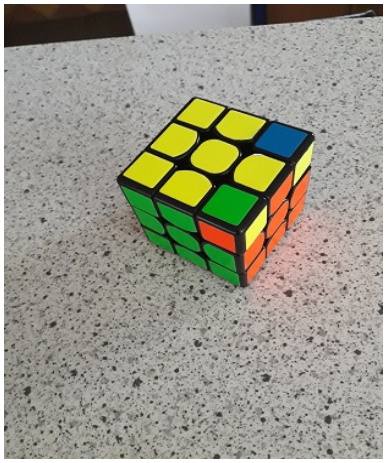
Slika 2.9: Složena 2 sloja.

- **4.korak- Križ na zadnjem sloju**- cilj ovog koraka je formirati križ na žutoj strani koristeći 2 algoritma. Ovdje nije bitno jesu li žute rubne kockice na svome mjestu i pravilno orijentirane, to će popraviti idući korak. (Vidi sliku 2.10)



Slika 2.10: Slika kocke nakon 4. koraka

- **5.korak- Bočne strane križa**- koristeći 1 algoritam, dovodi žute rubne kockice na svoje mjesto i pravilno ih orijentira. (Vidi sliku 2.11)



Slika 2.11: Slika kocke nakon 5. koraka

- **6.korak- Pozicioniranje vršnih kockica**- koristeći 1 algoritam, dovodi žute vršne kockice na svoje mjesto (**ne moraju biti dobro orijentirane!, vidi sliku 2.12**)

Slika 2.12: Slika kocke nakon 6. koraka

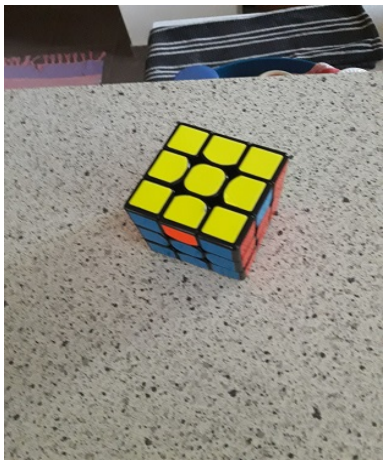
- **7.korak- Orijentacija vršnih kockica** - koristeći 1 algoritam, pravilno orijentira žute vršne kockice i završava postupak slaganja.

Detaljna objašnjenja metode na hrvatskom:
`https://www.youtube.com/watch?v=E8o9VK_OeuE`
Neke sporne situacije:
`https://www.youtube.com/watch?v=6Hg2wJK0Qlc`

2.3 CFOP (Fridrich metoda)

Najpopularnija metoda za brzo slaganje Rubikove kocke, tj. za speedcubing. Izumiteljica metode je Jessica Fridrich. Kraća je i naprednija verzija Beginner metode, no za poznavanje CFOP metode potrebno je znati 78 algoritama. Većina rekorda (uključujući i hrvatski nacionalni rekord) je postavljena upravo ovom metodom ili nekim njenim poboljšanjima. Sastoji se od 4 koraka, a to su:

- **1.korak - Bijeli križ (Cross)** - identično kao u 1.koraku Beginner metode, cilj je slika 2.8.
- **2.korak- Prva 2 sloja (First 2 layers, F2L)** - ovaj korak je spoj drugog i trećeg koraka iz Beginner metode i radi se intuitivno, zahtijeva puno vremena za usvojiti. Slika cilja je već navedena (slika 2.9).
- **3.korak- Orijentacija zadnjeg sloja (Orientation of last layer,OLL)**- cilj koraka je prepoznati jednu od 57 mogućih situacija na gornjem sloju kocke i primjenjujući odgovarajući algoritam, složiti žutu stranu. (Vidi sliku 2.13)



Slika 2.13: Slika kocke nakon 3. koraka

- **4.korak- Permutacija zadnjeg sloja (Permutation of last layer,PLL)**- od dvadeset i jednog mogućeg rasporeda žutih kockica, primjenjujući 1 algoritam svaka žuta kockica dolazi na svoje mjesto i kocka je složena.

Ime metode dolazi od prvih slova svakog pojedinog koraka. Detaljno objašnjenje na hrvatskom jeziku:
`https://www.youtube.com/watch?v=n7ufwm0ZzII`
U nastavku ćemo detaljno razmotriti metodu koju sam implementirao u programskom jeziku C++.

Poglavlje 3

Old Pochmann metoda

U ovom poglavlju ćemo razmotriti još jednu metodu slaganja Rubikove kocke, koja je dobila ime po Stefanu Pochmannu. Izumio ju je kako bi mogao složiti Rubikovu kocku naslijepo, i to je njena glavna primjena. Prvo ćemo razmotriti ideju metode.

3.1 Objašnjenje Old-Pochmann metode

Za razumijevanje ove metode je dovoljno poznavanje notacije i mehanizma kocke, iako će znanje algoritama za permutaciju zadnjeg sloja CFOP metode svakako koristiti. Prvo treba označiti poziciju svakog dijela kocke. Ukoliko je kocka pozicionirana tako da je plava strana naprijed i bijela dolje, krenimo redom od žute strane u smjeru kazaljke na satu i imenujmo rubne kockice sljedećim slovima: A,B,C,D. Zatim prelazimo na plavu stranu i u smjeru kazaljke na satu imenujmo rubne kockice s E,F,G,H. Rotirajmo kocku tako da je crvena strana naprijed i na isti način imenujmo rubne kockice s I,J,K,L. Zatim, rotirajmo kocku tako da je zelena strana naprijed i na isti način imenujmo rubne kockice slovima M,N,O,P. Ponavljajući postupak na narančastoj strani dobivamo R,S,Š,T. Konačno, vratimo plavu stranu naprijed te zatim rotirajmo kocku tako da je bijela strana naprijed i plava gore te imenujmo rubne kockice sa U,V,Z,Ž. Ponovimo isti postupak za vršne kockice. Još trebamo uvesti algoritme koje metoda koristi, a to su 4 algoritma iz permutacije zadnjeg sloja u CFOP metodi. Navest ćemo ih i prikazati im djelovanje slikama.

- **T permutacija**-(R U R' U') (R' F) (R2 U') (R' U' R U) (R' F')

Slika 3.1: T- permutacija

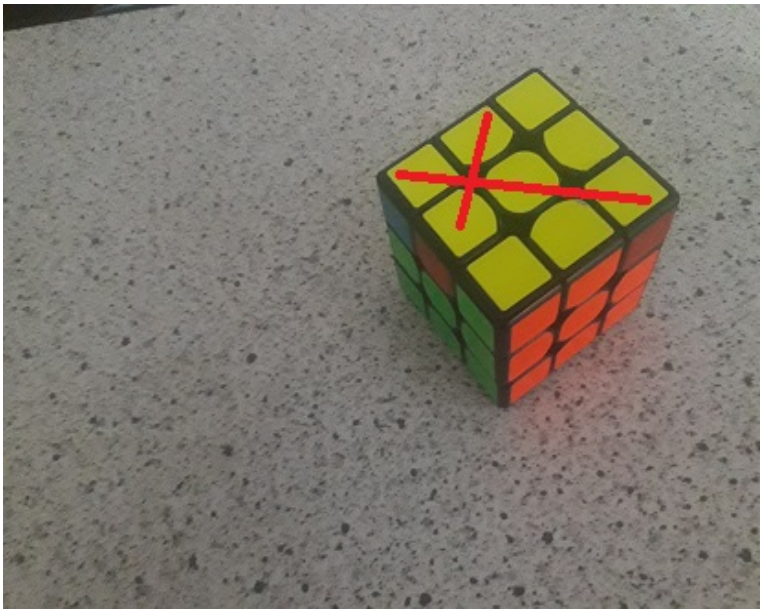
- **Ja permutacija**- (R U R' F') (R U R' U') (R' F) (R2 U') (R' U')

Slika 3.2: Ja- permutacija

- **Jb permutacija**- (R' U L') U2 (R U' R') U2 (L R U')

Slika 3.3: Jb- permutacija

- **Y permutacija**- (F R U') (R' U' R U) (R' F') (R U R' U') (R' F R F')



Slika 3.4: Y- permutacija

Ideja metode je iz fiksne pozicije na kocki (B za rubne kockice i A za vršne), "ispucati" kockicu na njeno odgovarajuće mjesto uz pravilnu orijentaciju. To ćemo napraviti tako da ćemo prepoznati koja se rubna kockica nalazi na mjestu B i na koje mjesto mora ići. Svako mjesto želimo dovesti u bilo koju

od pozicija A,C ili D i koristeći odgovarajuću permutaciju zamijeniti kockicu iz pozicije B sa nekom od tih pozicija. Nakon toga, trebamo vratiti unazad poteze koje smo napravili kako bi to mjesto doveli na neku od navedenih pozicija. Postupak ponavljamo dok ne složimo sve rubne kockice. Nakon toga, prelazimo na vršne kockice. Iz pozicije A "ispucavamo" vršnu kockicu na njeno odgovarajuće mjesto, pravilno orijentiranu koristeći jednu od 4 permutacije. Isto kao i kod rubova, prvo ćemo dovesti bilo koju poziciju u neku od pozicija B,C ili D, "ispucati" vršnu kockicu na odgovarajuće mjesto i vratiti nazad poteze koje smo napravili dok smo dovodili tu poziciju na mjesto B,C ili D i taj postupak ponavljati dok se kocka ne složi. Postavlja se pitanje, smiju li se koristiti bilo kakvi potezi kako bih npr. doveli poziciju N na neku od pozicija A,C ili D dok slažem rubne kockice? Dozvoljeni su svi potezi koji ne diraju cjelinu rubne kockice na mjestu B i vršnih kockica na mjestima A i C. Slično, prilikom "ispucavanja" vršnih kockica, za dovođenje bilo koje pozicije u neku od pozicija B,C,D su dozvoljeni svi potezi koji ne diraju cjelinu vršne kockice na mjestu A i rubnih kockica na mjestima A i D. Radi potpunosti, navest ćemo kako zamijeniti bilo koje dvije rubne i vršne kockice ovom metodom.

Algoritmi za ispucavanje rubne kockice iz pozicije B na bilo koju drugu:

- A- U' Jb perm U ,tj. U' (R' U L') U2 (R U' R') U2 (L R U') U
- C- Ja perm ,tj. (R U R' F') (R U R' U') (R' F) (R2 U') (R' U')
- D- T perm, tj. (R U R' U') (R' F) (R2 U') (R' U' R U) (R' F')
- E- Lw' U' Jb-perm U Lw
- F- Dw2 L T-perm L' Dw2
- G- Lw' Ja-perm Lw
- H- L' T-perm L
- J- Dw L T-perm L' Dw'
- K- Dw' Lw' Ja-perm Lw Dw
- L- Dw' L' T-perm L Dw
- M- Lw Ja-perm Lw'
- N- L T-perm L'
- O- Lw U' Jb-perm U Lw'
- P- Dw2 L' T-perm L Dw2
- R- L' Dw L' T-perm L Dw' L
- S- Dw' L T-perm L' Dw
- Š- Dw Lw' Ja-perm Lw Dw'
- T- Dw L' T-perm L Dw'

- U- Lw2 U' Jb-perm U Lw2
- V- D2 L2 T-perm L2 D2
- Z- Lw2 Ja-perm Lw2
- Ž- L2 T-perm L2

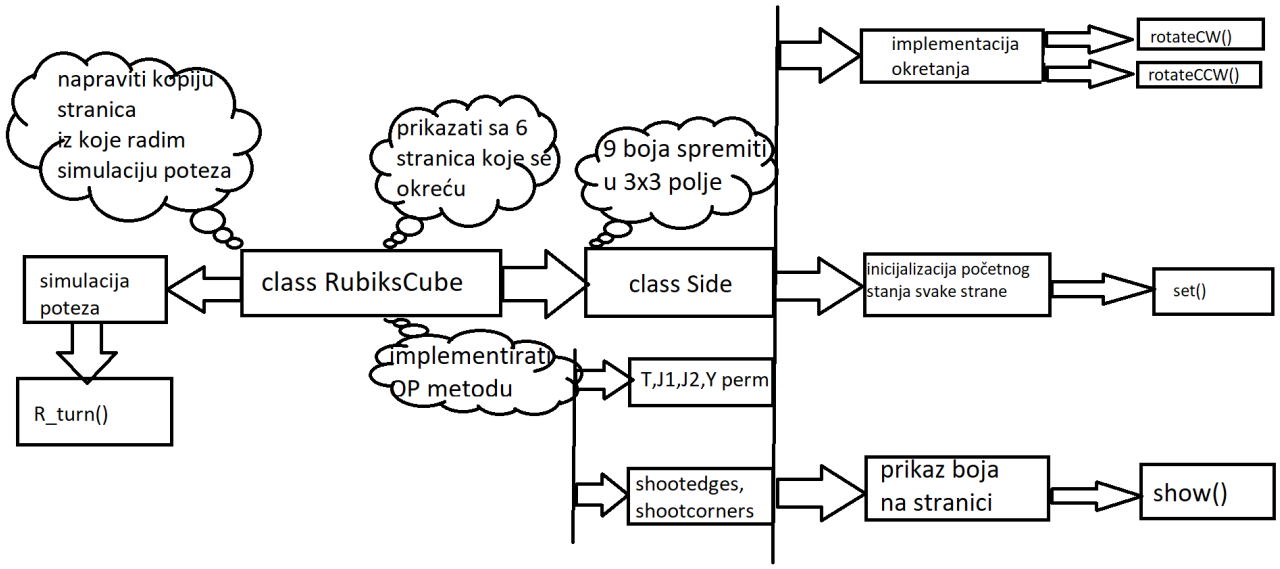
Algoritmi za ispucavanje vršne kockice iz pozicije A na bilo koju drugu:

- B- Jb-perm
- C- Y-perm
- D- U2 Ja-perm U2
- E- F2 R Y-perm R' F2
- F- R Jb-perm R'
- G- R Y-perm R'
- H- F' R Y-perm R' F
- I- F' U2 Ja-perm U2 F
- J- R' F' U2 Ja-perm U2 F R
- K- D' R Y-perm R' D
- L- F' Y-perm F
- M- R' Y-perm R
- O- D2 R Y-perm R' D2
- P- R' Jb-perm R
- S- F Y-perm F'
- Š- D R Y-perm R' D'
- T- D' R' Jb-perm R D
- U- F2 Y-perm F2
- V- R2 Jb-perm R2
- Z- R2 Y-perm R2
- Ž- D2 R2 Jb-perm R2 D2

Postoji samo jedan problematičan slučaj koji se može dogoditi. Što ako se na mjestu B dok "ispucavamo" rubne kockice pojavi žuto-crvena kockica, a da nisu sve rubne kockice složene? Rješenje je jednostavno, treba ju zamijeniti s bilo kojom rubnom kockicom koja nije na svome mjestu i nastaviti normalno dalje sa "ispucavanjima". Isto tako i za vršne kockice.
Detaljno objašnjenje metode na engleskom jeziku se nalazi ovdje:
`https://www.youtube.com/watch?v=xT2UBYhX5uM`
Metoda je spremna za implementaciju.

3.2 Implementacija u C++

Kako bismo uopće implementirali program koji slaže Rubikovu kocku, prvo trebamo implementirati samu kocku. Jer se Rubikova kocka sastoji od 6 strana dimenzija 3x3, odlučio sam implementirati stranu kao dvodimenzionalno polje dimenzija 3x3 (klasa Side). Strane kocke se rotiraju u smjeru kazaljke na satu i obrnuto od smjera kazaljke na satu, što simuliraju metode turnCW() i turnCCW() te sam napravio backup svake strane kako bih mogao "pregaziti" staro stanje kocke sa novim, rotiranim stanjem serijom zamjena iz backupa. Nakon svake promjene strane, ona se kopira u svoj backup. Klasa Side također sadrži metode set() koja glumi konstruktor i postavlja početne boje stranice te show() koja prikazuje boje stranice nakon poziva. Nakon implementirane strane,slijedi implementacija čitave kocke klasom RubiksCube. Klasa sadrži 6 stranica čije slovo označava prvo slovo boje stranice na engleskom jeziku (R-Red, Y-Yellow, itd.) Klasa sadrži metodu initialize() koja postavlja početni položaj kocke, solve() koja pokreće metode solveedges() i solvecorners() koji slažu rubne odnosno vršne kockice metodom opisanom u prethodnom dijelu, turn() koja radi predani potez na kocki, backup() koja kopira trenutni položaj kocke, display() koja ispisuje položaj kocke na ekran, R_turn() koja izvodi R potez te niz metoda koji rade prethodno navedene algoritme ispucavanja na određene pozicije. U main dijelu programa se prvo inicijalizira kocka unošenjem jedne po jedne stranice počevši od žute te zatim plave, crvene , zelene , narančaste i bijele uz rotacije identično kao u opisu metode. **Vrlo je bitno pravilno unijeti raspored boja, stoga treba pripaziti prilikom inputa!** Nakon toga, program ispisuje izgled kocke i kreće s rješavanjem. Prvo rješava rubne kockice,jednu po jednu. Prije nego što krene "ispucavati", program provjerava jesu li sve rubne kockice složene. Ukoliko jesu,prelazi na vršne. Ukoliko nisu, provjerava nalazi li se crveno-žuta rubna kockica na B poziciji. Ukoliko da, redom traži prvu nesloženu rubnu kockicu i mijenja je s crveno-žutom. Na isti način rješava i vršne kockice te potom ispisuje algoritam koji rješava kocku i složeno stanje kocke. U samom programu čiji ću link dati nešto kasnije sam još malo detaljnije opisao zadaću pojedinih metoda u klasi. Pogledajmo grafički prikaz glavnih stvari u programu:



Slika 3.5: Prikaz glavnih metoda programa

Za određivanje vremena izvršavanja programa potrebno je pronaći najgori i najbolji mogući početni raspored boja. Najbolji raspored boja je da je kocka složena i program je odmah gotov. U najgorem mogućem slučaju,svaki dio je na svome mjestu i krivo je orijentiran te svakog treba izvaditi van i pravilno ga ubaciti, tj. potrebno je 22 ispucavanja rubnih kockica i 14 ispucavanja vršnih kockica. U praksi, najčešći broj ispucavanja rubova se kreće između 10 i 12, a vrhova između 6 i 8. Za kraj, pogledajmo kompletno rješavanje kocke Old Pochmann metodom.

Primjer 1 *Riješimo Rubikovu kocku koristeći Old Pochmann metodu uz dani scramble tako da je plava boja na front strani, a žuta na gornjoj(up): L2 B2 F2 L B2 L B2 D2 L' B2 R U R' F2 L' B' L' B2 F' D' U*

Fiksirajmo kocku tako da je plava strana naprijed,a žuta gore. Pogledajmo rubnu kockicu na B poziciji. Koristeći prethodno definirane oznake, ta kockica ide na S poziciju. Napravimo algoritam za S poziciju. Sljedeći dio ide na A poziciju. Idući na D. Zatim K,U,Ž,L,N,J,E. Primijetimo da je sada crveno-žuti dio na svojem mjestu,ali kocka nije složena. Moramo ga zamijeniti s nekim nesloženim rubnim dijelom. Jedini nesloženi dio je na poziciji O (ili Z). Dakle, napravit ćemo O,Z ili Z,O, svejedno je i rubne kockice će biti složene i možemo krenuti na slaganje vršnih kockica. Prvi dio ide na T,drugi na G, zatim P. Sada smo opet u situaciji kada je na mjesto ispucavanja dio koji je na svom mjestu,ali vršne kockice nisu složene. Program traži nesloženi dio, zamijeni ga i nastavlja analogan postupak kao i kod rubova dok kocka nije složena.
Cijeli program i kompletno rješenje možete pronaći ovdje:
`https://github.com/RDean771/UVAkodovi/blob/master/RubikovaKocka.cpp`
Program input i output izgleda ovako:

```
Input elements on the yellow side (row by row):
o y r
r y o
b y y
Input elements on the blue side (row by row):
y r o
g b o
b o g
Input elements on the red side (row by row) :
b b g
g r b
w w o
Input elements on the green side (row by row) :
y o g
y g r
g w w
Input elements on the orange side (row by row) :
w w r
g o y
b b o
Input elements on the white side (row by row) :
w w r
r w b
r g y
Up side :
o       y       r
r       y       o
b       y       y

Front side :
y       r       o
g       b       o
b       o       g

Right side :
b       b       g
g       r       b
w       w       o

Back side :
y       o       g
y       g       r
g       w       w

Left side :
w       w       r
g       o       y
b       b       o

Down side :
w       w       r
r       w       b
r       g       y
```

Slika 3.6: Input stanja kocke i početak programa

```
Solving edges:
 Dw'  L R U R' U' R' F R2 U' R' U' R U R' F' L'  Dw
 U' R' U L' U2 R U' R' U2 L R U' U
R U R' U' R' F R2 U' R' U' R U R' F'
 Dw '  Lw ' R U R' F' R U R' U' R' F R2 U' R' U' Lw  Dw
 Lw2  U' R' U L' U2 R U' R' U2 L R U'U Lw2
 L2 R U R' U' R' F R2 U' R' U' R U R' F' L2
 Dw'  L' R U R' U' R' F R2 U' R' U' R U R' F' L  Dw
 L R U R' U' R' F R2 U' R' U' R U R' F' L'
 Dw  L R U R' U' R' F R2 U' R' U' R U R' F' L'  Dw'
 Lw'  U' R' U L' U2 R U' R' U2 L R U' U  Lw
 Lw2 R U R' F' R U R' U' R' F R2 U' R' U' Lw2
 Lw U' R' U L' U2 R U' R' U2 L R U' U  Lw '

Solving corners...
D' R' R' U L' U2 R U' R' U2 L R U'R D
 R F R U' R' U' R U R' F' R U R' U' R' F R F'  R'
 R' R' U L' U2 R U' R' U2 L R U' R
R' U L' U2 R U' R' U2 L R U'
 R' F' U2 R U R' F' R U R' U' R' F R2 U' R' U' U2 F R
 U2 R U R' F' R U R' U' R' F R2 U' R' U' U2
 R R' U L' U2 R U' R' U2 L R U' R'
 F F R U' R' U' R U R' F' R U R' U' R' F R F'  F'
Solved!
Up side :
y       y       y
y       y       y
y       y       y

Front side :
b       b       b
b       b       b
b       b       b

Right side :
r       r       r
r       r       r
r       r       r

Back side :
g       g       g
g       g       g
g       g       g

Left side :
o       o       o
o       o       o
o       o       o

Down side :
w       w       w
w       w       w
w       w       w
```

Slika 3.7: Ispis rješenja programa i konačnog stanja kocke

Bibliografija

[1] Rubik's cube: https://en.wikipedia.org/wiki/Rubik's_Cube

[2] Rubikova kocka: https://hr.wikipedia.org/wiki/Rubikova_kocka