

# Procjena vjerojatnosti neželjenih događaja u mobilnim mrežama pomoću Bayesovih mreža

---

**Klobučar Markoš, Josipa**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2020**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Mathematics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:126:387618>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-31**



**mathos**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of School of Applied Mathematics and Informatics](#)



Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku  
Odjel za matematiku  
Sveučilišni diplomski studij matematike i računarstva

Josipa Klobučar Markoš

# Procjena vjerojatnosti neželjenih događaja u mobilnim mrežama pomoću Bayesovih mreža

Diplomski rad

Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku  
Odjel za matematiku  
Sveučilišni diplomski studij matematike i računarstva

Josipa Klobučar Markoš

# Procjena vjerojatnosti neželjenih događaja u mobilnim mrežama pomoću Bayesovih mreža

Diplomski rad

Mentorica: izv.prof.dr.sc. Darija Marković

Osijek, 2020.

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Informacijski i komunikacijski sustav</b>	<b>2</b>
2.1	Mobilna mreža . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Osnove vjerojatnosti, Bayesov teorem i mreže</b>	<b>4</b>
3.1	Osnove vjerojatnosti . . . . .	4
3.2	Bayesove mreže . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Procjena vjerojatnosti neželjenih događaja pomoću Bayesovih mreža</b>	<b>13</b>
4.1	Pregled sustava predviđanja neželjenih događaja . . . . .	14
4.2	Model predviđanja neželjenih događaja . . . . .	15
4.2.1	Primjer . . . . .	17
4.3	Predviđanje neželjenih događaja korištenjem Bayesove mreže . . . . .	21
<b>5</b>	<b>Zaključak</b>	<b>23</b>
	<b>Literatura</b>	<b>24</b>
	<b>Sažetak</b>	<b>25</b>
	<b>Summary</b>	<b>26</b>
	<b>Životopis</b>	<b>27</b>

# 1 Uvod

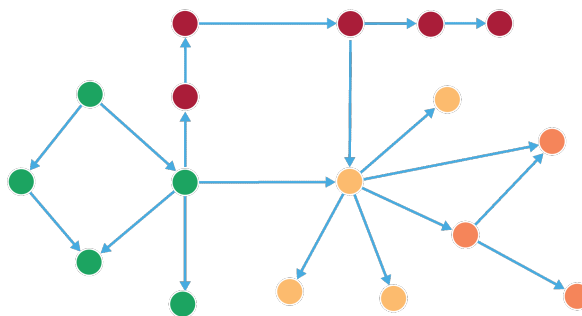
Internetska eksplozija, sve veći broj usluga u ponudi i nužna dostupnost hitnih službi na telefonske pozive izvršili su veliki pritisak na davatelje usluga mobilne mreže. Mreže su prepune različitih vrsta pretplatnika različitih ukusa i potreba. Ovo zahtijeva da mreža uvijek bude u najboljem redu ne samo da bi pretplatnike usrećila, već i da bi ih zadržala i privukla nove. To se može postići pravilnim održavanjem same mreže.

Mrežna usluga ključni je i vrlo važan resurs u sustavu mobilne mreže. Da bi svaki pružatelj usluga mobilne mreže zadržao i stekao nove pretplatnike, ponuđene usluge moraju biti općenite, troškovno učinkovite, prilično robusne, pouzdane i imati visoku performansu povezivanja među velikim brojem komunikacijskih uređaja (računala, bežičnih terminala itd.), za najveće zadovoljstvo kupaca.

Glavna prednost korištenja Bayesovog mrežnog modela je ta što se kvarovi mobilne mreže mogu automatski prepoznati na temelju sličnih pojava grešaka koje je sustav ranije doživio. Podaci o prethodnim greškama mogu se pohraniti i preuzeti iz baze podataka. Ove informacije pokazuju uzročno-posljedičnu vezu između mrežnih elemenata, mrežnih pogrešaka i usluga. Pokazuje i vjerovanje ili vjerojatnost kvara određenog mrežnog elementa. Predviđanje grešaka stoga se temelji na povijesnoj memoriji sustava o poznatim kvarovima.

U ovome radu krenut ćemo od definicije informacijskih, odnosno komunikacijskih sustava i definicije smetnje, odnosno neželjenog događaja. Nakon toga napraviti ćemo pregled osnovnih pojmova vjerojatnosti. U tom dijelu rada bazirat ćemo se na Bayesov teorem i Bayesove mreže.

Bayesov teorem nazvan je po engleskom svećeniku Thomasu Bayesu koji je prvi upotrijebio uvjetnu vjerojatnost kako bi dao algoritam koji koristi dokaze za izračunavanje ograničenja na nepoznatom parametru, objavljen u djelu Esej o rješavanju jednog problema u nauku o vjerojatnosti (*eng. An Essay towards solving a Problem in the Doctrine of Chances*). Bayes je proširio svoj algoritam na svaki do sada nepoznat uzrok. Sir Harold Jeffreys smatrao je da je Bayesov teorem „prema teoriji vjerojatnosti što je Pitagorin teorem geometriji“. Na kraju rada, proći ćemo kroz procjenu vjerojatnosti neželjenih događaja pomoću već spomenutih Bayesovih mreža.



Slika 1.0.1: Primjer Bayesove mreže

## 2 Informacijski i komunikacijski sustav

Prema Hrvatskoj enciklopediji [9] informacijski sustav (IS) definiran je kao „organizirani skup postupaka kojima se prikupljaju, obrađuju, spremaju, pretražuju i prikazuju podatci i informacije značajni za neku organizaciju, ustanovu, društvo ili državu. Sastavni je dio informacijskoga sustava i osoblje obrazovano za rad u sustavu te odgovarajuća oprema. Današnji se informacijski sustavi pretežito ostvaruju uz pomoć suvremene informacijske i komunikacijske tehnologije. Posebno je značajna uporaba informacijskih sustava unutar poslovnih sustava, gdje služe za njihovo upravljanje i kao potpora izvođenju poslovnih procesa. Osnovne su komponente takva informacijskog sustava: sustav za obradbu transakcija, upravljački izvještajni sustav ili upravljački informacijski sustav, sustav za potporu odlučivanju i sustav uredskoga poslovanja. Podatci i informacije unutar informacijskoga sustava danas se najčešće pohranjuju i čuvaju u bazama podataka.”

Cilj informacijskog sustava je pribaviti informacije potrebne pri izvođenju poslovnog procesa i upravljanju poslovnim sustavom. Djelovanje informacijskog sustava upotpunjuje se primjenom informacijskih i komunikacijskih tehnologija (IKT, *eng. ICT*) i s njima povezanim programima, procedurama, uputama, algoritmima i znanjem kojima se informacijske tehnologije pokreću zbog izvršenja poslovnih zadataka i ciljeva. Informacijski sustav je prema tome sprega i sustav materijalnih i nematerijalnih elemenata kojima se opisuje poslovna stvarnost, rješavaju poslovni zadaci i ispunjavaju poslovni ciljevi.

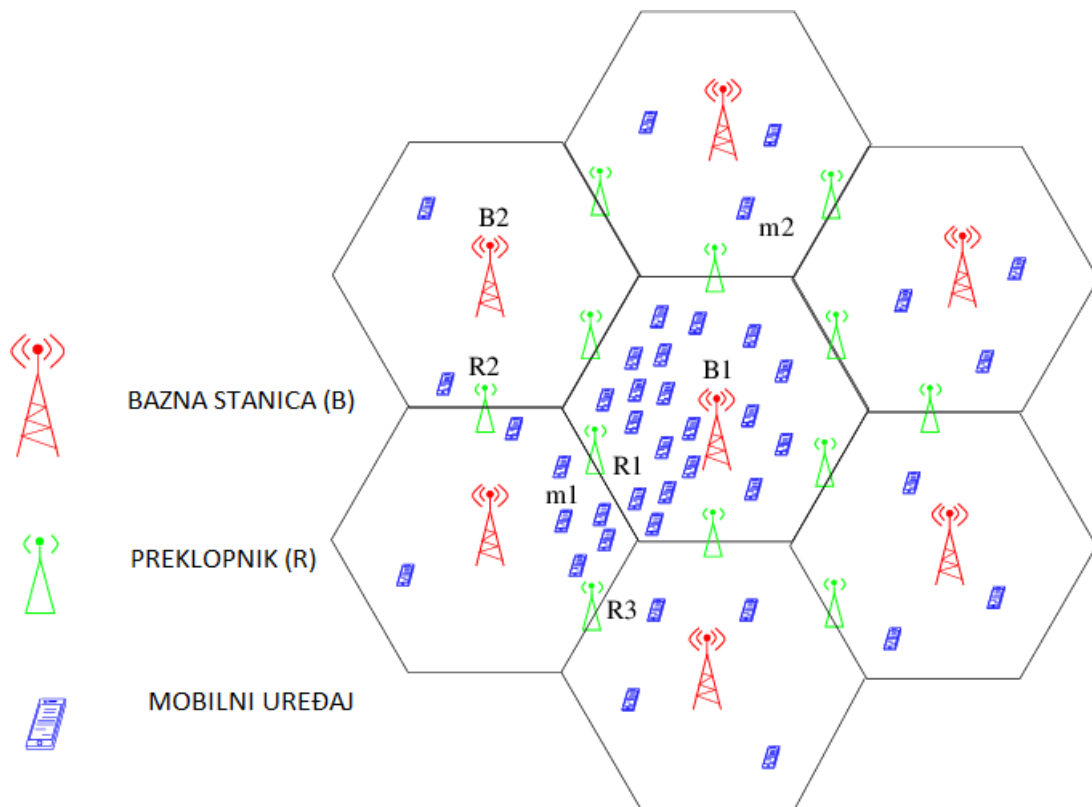
Komunikacijski sustav je sistemski model koji opisuje komunikacijsku razmjenu između dvije stanice, odašiljača i prijemnika. Signali ili informacije prelaze rastezanjem od izvora do odredišta preko onoga što se naziva kanal, što predstavlja način na koji ga signal koristi za pomicanje od izvora prema odredištu. Za prijenos signala u komunikacijskom sustavu mora ga se prvo obraditi u nekoliko faza, počevši od predstavljanja signala, do oblikovanja signala, do kodiranja i modulacije. Nakon pripreme, preneseni signala prošao je do prijenosnog voda kanala i zbog prelaska preko ovog medija suočen je s mnogim oštećenjima kao što su buka (šum), prigušenje i izobličenje.

Temeljni uzroci smanjenja kvalitete usluge informacijskog sustava su kvarovi. Kvar (*eng. fault*) nužno ne rezultira pogreškom (*eng. error*) u informacijskom sustavu, jer kvar sustava može biti kratkotrajan ili prolazan i uklonjen prije pojave pogreške. Nadalje, pogreška sustava ne mora nužno dovesti do zatajenja sustava, jer pogreška može biti ispravljena prije zatajenja prema [13].

### 2.1 Mobilna mreža

Mobilna mreža je komunikacijska mreža u kojima je posljednja veza bežična. Mreža je distribuirana preko kopnenih područja koja se nazivaju ćelije (stanice), od kojih svaka opslužuje najmanje jedan primopredajnik fiksne lokacije, ali uobičajenije, tri mjesta stanice ili bazne primopredajnice. Te bazne stanice pružaju stanici mrežnu pokrivenost koja se može koristiti za prijenos glasovne usluge, podataka i druge vrste sadržaja. Stanica obično koristi drugačiji skup frekvencija od susjednih stanica kako bi se izbjegle smetnje i osigurala zajamčena kvaliteta usluge unutar svake ćelije (stanice). Na ovaj način je definirana mobilna mreža prema [8]. Laički rečeno, mobilne mreže pokrivaju određeno područje i korisniku omogućavaju pristup s bilo kojoj lokaciji unutar područja pokrivenog signalom.

Slijedećom slikom ilustrirana je topologija mobilne mreže.



Slika 2.1.1: Topologija mobilne mreže

Razvojem tehnologije razvijaju se i generacije mobilne mreže (čime s nećemo baviti u ovom radu), ali raste i broj korisnika, a time i opterećenje same mreže. Cilj svakog pružatelja ovakve usluge je smanjiti mogućnost greške, odnosno "pada" mreže. Kvar, odnosno pogreška, može biti uzrokovan nestankom struje, nevremenom, preopterećenjem bazne stanice, ljudskim faktorom ili tehničkim problemima. Neke pogreške korisnik neće primijetiti kao potpun prekid rada usluga, nego djelomičan ili "usporen". Iz razloga što se mobilne usluge najčešće sastoje od više različitih vrsta usluga (govorni pozivi, SMS, pristup mobilnom internetu) postoji mogućnost da korisnik čak niti ne primijeti kvar neke od navedenih usluga ako se njima manje ili uopće ne služi (npr. korisnik koji koristi samo SMS neće primijetiti prekid samo govorne usluge).

Brze promjene komunikacijske tehnologije dolaze s brojnim izazovima u upravljanju greškama. Većina telekomunikacijskih tvrtki i poboljšanih pružatelja usluga danas ulaže puno resursa u osiguravanje sustava bez kvarova. Utjecaj ovog troška ne može se zanemariti, jer i dalje djeluje na prihode pružatelja usluga i doprinosi rastućim troškovima usluga.

Kvar u telekomunikacijama je nenormalna operacija koja značajno umanjuje aktivne performanse mreža. To može poremetiti komunikaciju. Nenormalno visoka stopa pogreške obično ukazuje na kvarove, ali sve pogreške nisu kvarovi, jer ih protokoli uglavnom mogu samostalno riješiti bez potrebe za ljudskom intervencijom. Kvarovi se mogu klasificirati kao pogreške u hardveru i softveru. Kvarovi i pogreške uzrokuju neispravnost (*eng. malfunctions*) i prekid rada (*eng. outages*). Kada aktivni mrežni elementi možda rade s nekim greškama u nekom

smislu, ali ne dobro, kaže se da rade neispravno, dok su za prekide aktivni mrežni elementi u potpunosti uništeni i uopće ne rade. Planirani prekidi (*eng. planned outages*) mogu se poduzeti za održavanje mreže radi pružanja visoke kvalitete usluga.

U četvrtom poglavlju pogledat ćemo kako se takvi neželjeni događaji mogu procijeniti pomoću vjerojatnosti i Bayesovih mreža.

## 3 Osnove vjerojatnosti, Bayesov teorem i mreže

### 3.1 Osnove vjerojatnosti

Poput logičnih tvrdnji, i vjerojatnosne tvrdnje govore o mogućim događajima. Dok logične tvrdnje govore koji su mogući događaji strogo isključeni (svi oni u kojima je tvrdnja netočna), vjerojatnosne tvrdnje govore o tome koliko su različiti događaji vjerojatni. Na primjer, ako ćemo baciti dvije raznolike kockice, postoji 36 mogućih događaja koje treba razmotriti:  $(1, 1), (1, 2), \dots, (6, 6)$ . Ako pretpostavimo da je svaka kocka pravilno izrađena i bacanja su nezavisna, tada svaki od mogućih svjetova  $(1, 1), (1, 2), \dots, (6, 6)$  ima vjerojatnost  $1/36$ . U drugu ruku, ako se kocke izrade tako da uvijek dobijemo isti broj, tada događaji  $(1,1), (2,2), (3,3)$  itd., mogu imati veće vjerojatnosti, a ostali će imati manje vjerojatnosti.

Detaljnije pogledajte u [1], [2] i [11].

Kako bi mogli definirati vjerojatnost moramo navesti nekoliko važnih pojmova:

- svaki ishod slučajnog pokusa je jedan elementarni događaj i obično se označava slovom  $\omega$ .
- skup svih mogućih ishoda nekog slučajnog pokusa (tj. elementarnih događaja) naziva se skup (prostor elementarnih događaja) i označava se  $\Omega$ .
- svaki podskup  $A(\subseteq \Omega)$  prostora elementarnih događaja naziva se slučajni događaj (događaj).
- skup svih mogućih događaja nekog slučajnog pokusa s prostorom elementarnih događaja  $\Omega$  je partitivni skup  $\mathcal{P}(\Omega)$ .
- familija skupova  $F$  koja sadrži podskupove skupa  $\Omega \neq \emptyset$  je  $\sigma$ -algebra skupova na  $\Omega$  ako vrijedi da je  $\emptyset \in F$ , zatvorenost na komplementiranje ( $A \in F \Rightarrow A^C \in F$ ) i zatvorenost na prebrojive unije ( $(A_n, n \in \mathbb{N}) \subseteq F$  prebrojiva familija skupova  $\Rightarrow \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in F$ )

Klasičan način računanja vjerojatnosti tada glasi:

Ako su svi ishodi u konačnom skupu elementarnih događaja  $\Omega$  jednako mogući, vjerojatnost da se realizira događaj  $A \subseteq \Omega$  jednaka je

$$P(A) = \frac{k(A)}{k(\Omega)},$$

odnosno kvocijentu broja povoljnih elementarnih događaja iz  $A$  i broja svih mogućih elementarnih događaja.



Na primjer, kada bacamo pravilno izrađene kockice, imamo  $P(Ukupno = 11) = P((5, 6)) + ((6, 5)) = 1/36 + 1/36 = 1/18$ . Teorija vjerojatnosti ne zahtijeva potpuno poznavanje vjerojatnosti svakog mogućeg događaja. Na primjer, ako vjerujemo da prilikom bacanja kockica uvijek dobijemo isti broj, mogli bismo ustvrditi da je  $P(Duplo) = 1/4$ , a da ne znamo pri bacanju da li kockice preferiraju dvostruko 6 više od dvostruko 2. Baš kao i kod logičnih tvrdnji, ova tvrdnja ograničava temeljni model vjerojatnosti bez da ga u potpunosti odredimo.

Definicija vjerojatnosti prema [2] glasi:

**Definicija 3.1.1.** *Neka je  $\Omega$  neprazan prostor elementarnih događaja i  $F$   $\sigma$ -algebra skupova na njemu. Funkciju  $P : F \rightarrow \mathbb{R}$  zovemo vjerojatnost na  $\Omega$  ako zadovoljava sljedeće zahtjeve:*

1.  $P(A) \geq 0$ , za sve  $A \in F$  (nenegativnost vjerojatnosti)
2.  $P(\Omega) = 1$  (normiranost vjerojatnosti)
3. ako je dana prebrojiva familija međusobno disjunktih skupova  $(A_i, i \in I) \subseteq F, I \subseteq \mathbb{N}$ , tj.  $A_i \cap A_j = \emptyset$  čim je  $i \neq j$ , tada vrijedi  $P(\bigcup_{i \in I} A_i) = \sum_{i \in I} P(A_i)$  ( $\sigma$ -aditivnost vjerojatnosti)

Zahtjeve 1.-3. nazivamo aksiomima vjerojatnosti.

Ako ostvarenje događaja  $A$  uzrokuje i ostvarenje događaja  $B$  može se reći da događaj  $A$  implicira događaj  $B$ . Umnožak dva događaja  $A$  i  $B$  se označava s  $AB$  i predstavlja događaj koji se ostvaruje samo ako se ostvare oba događaja. Umnožak događaja  $A$  i  $B$  je presjek skupova  $A$  i  $B$ , odnosno  $A \cap B$ . Ako su  $A$  i  $B$  disjunktne skupovi, tj.  $A \cap B = \emptyset$  i kaže se da se događaji  $A$  i  $B$  isključuju. Zbroj dva događaja  $A$  i  $B$  se označava kao unija dva skupa  $A \cup B$ . Razlika događaja  $A$  i  $B$  je događaj koji nastane ako nastane događaj  $A$ , a ne nastane događaj  $B$  i operaciju označavamo s  $A \setminus B$ . Analogno za  $B \setminus A$ .

Vjerojatnosti kao što su  $P(Ukupno = 11)$  i  $P(Duplo)$  zovemo a priori vjerojatnost jer je svaki događaj jednako moguć i za njih nemamo dodatne informacije. U većini slučajeva dodatne informacije su nam dostupne.

Na primjer, ako gledamo da na nepravilno izrađenim dvijema kockicama mora biti isti broj i na prvoj kockici dobijemo 5 i čekamo da se druga zaustavi. U tom slučaju nas ne zanima bezuvjetna vjerojatnost već posteriori vjerojatnost obzirom na to da je prva kocka 5. Statistička vjerojatnost, vjerojatnost poznata nakon nastupa slučajnoga događaja (vjerojatnost a posteriori) prosječna je vrijednost varijable koja se uočava nakon velikoga broja ponavljanja slučajnoga događaja.

## Uvjetne vjerojatnosti

Prije nego što pogledamo definiciju uvjetne vjerojatnosti, pogledajmo na primjeru nepravilnih kockica. Nastavimo s pretpostavkom da je na prvoj kockici broj 5, što znači da i na drugoj moramo dobiti broj 5. Tada računamo  $P(duplo|kockica_1 = 5) = \frac{P(duplo, kockica_1=5)}{P(kockica_1=5)}$ .

Vjerojatnost  $P(B|A)$  nazivamo vjerojatnost događaja  $B$  uz uvjet da se dogodio događaj  $A$ .

**Definicija 3.1.2.** Neka je dan vjerojatnosni prostor  $(\Omega, F, P)$  i događaj  $A \in F$  koji ima pozitivnu vjerojatnost, tj.  $P(A) > 0$ . Funkcija  $P(\cdot|A)$  definirana na  $F$  izrazom

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, B \in F$$

je uvjetna vjerojatnost uz uvjet da se dogodio događaj  $A$ .

Vjerojatnost presjeka tada glasi

$$P(A \cap B) = P(B|A)P(A), P(A) > 0.$$

Ova formula naziva se još i pravilo produkta.

Intuitivno, pojam nezavisnosti dva događaja  $A$  i  $B$  govori o tome da realizacija jednog od njih ne utječe na realizaciju drugog. Ukoliko su događaji  $A$  i  $B$  nezavisni, pri čemu zahtijevamo da je  $P(A) > 0$ , tada uvjetna vjerojatnost glasi  $P(B|A) = P(B)$ .

Za vjerojatnost presjeka za nezavisne događaje  $P(A \cap B) = P(B|A)P(A) = P(B)P(A)$ . Dakle, ako su događaji  $A$  i  $B$  nezavisni, vjerojatnost njihovog presjeka jednaka je produktu njihovih vjerojatnosti.

## Bayesov teorem

Korištenje uvjetnih vjerojatnosti može olakšati računanje vjerojatnosti u složenijim slučajevima.

Varijable u teoriji vjerojatnosti nazivaju se slučajnim varijablama i njihova imena počinju velikim slovom. Dakle, u primjeru kockica, *Ukupno* i *Kocka<sub>1</sub>* su slučajne varijable. Svaka slučajna varijabla ima domenu odnosno skup mogućih vrijednosti koje može poprimiti. Domena *Ukupno* za obje kocke je skup  $\{2, \dots, 12\}$  a domena *Kocka<sub>1</sub>* je  $\{1, \dots, 6\}$ .

Neka je  $\{H_i : i \in I\}$   $I \subseteq \mathbb{N}$  konačna familija događaja za koju vrijedi da su  $H_1, \dots, H_n$  međusobno nezavisni događaji,  $P(H_i) > 0$  za  $\forall i \in I$  i unija svih  $H_i, i \in I$  je prostor elementarnih događaja  $\Omega$ , tada je  $\{H_i : i \in I\}$  potpun sustav događaja.

**Teorem 3.1.1.** [Formula potpune vjerojatnosti] Neka je  $(\Omega, F, P)$  vjerojatnosni prostor i  $\{H_i : i \in I\}, I \subseteq \mathbb{N}$ , potpun sustav događaja na njemu. Tada za proizvoljan događaj  $A \in F$  vrijedi

$$P(A) = \sum_{i \in I} P(A \cap H_i) = \sum_{i \in I} P(A|H_i)P(H_i)$$

Dokaz ove tvrdnje možete pronaći u [2].

U primjeni skupove  $H_i$  zovemo hipotezama te su vjerojatnosti  $P(H_i)$  najčešće poznate prije provođenja eksperimenta i nazivaju se apriornim vjerojatnostima.

Na formulu potpune vjerojatnosti nadovezuje se Bayesova formula do koje se može doći malim promjenama u toku razmišljanja o danom slučajnom pokusu. Prirodno je postaviti pitanje o iznosu vjerojatnosti hipoteza  $H_i, i \in I$ , nakon izvođenja pokusa, tj. uz poznatu činjenicu da se realizirao događaj  $A$ . Dakle, zanimaju nas uvjetne vjerojatnosti  $P(H_i|A), i \in I$ .

**Teorem 3.1.2.** [Bayesova formula] Neka je  $(\Omega, F, P)$  vjerojatnosni prostor i  $\{H_i : i \in I\}, I \subseteq \mathbb{N}$ , potpun sustav događaja na njemu i neka je  $A \in F$  događaj s pozitivnom vjerojatnosti tj.  $P(A) > 0$ . Tada  $\forall i \in I$  vrijedi

$$P(H_i|A) = \frac{P(H_i \cap A)}{P(A)} = \frac{P(H_i)P(A|H_i)}{P(A)}$$

koju nazivamo Bayesova formula.

Dokaz ove tvrdnje možete pronaći u [2].

Vidimo da je Bayesova formula korisna za odlučivanje pomoću uvjetnih vjerojatnosti. No što ako postoji više uvjeta? Odgovor pronalazimo u potpunoj zajedničkoj (združenoj, *eng. full joint*) distribuciji u kombinaciji s Bayesovom formulom.

Distribucija vjerojatnosti za slučajnu varijablu  $X$ , oznaka  $P(X)$ , daje vrijednosti vjerojatnosti za sve moguće ishode.

Potpunu zajedničku distribuciju koristimo kao bazu znanja iz koje se mogu izvesti odgovori na sva pitanja. Na primjer, domena koja se sastoji od samo tri logičke varijable  $\{Toothache, Cavity, Catch\}$ .

	<i>toothache</i>	<i>toothache</i>	$\neg$ <i>toothache</i>	$\neg$ <i>toothache</i>
	<i>catch</i>	$\neg$ <i>catch</i>	<i>catch</i>	$\neg$ <i>catch</i>
<i>cavity</i>	0.108	0.012	0.072	0.008
$\neg$ <i>cavity</i>	0.016	0.064	0.144	0.576

Tablica 3.1.1: Potpuna zajednička distribucija za Toothache, Cavity, Catch

Primijetite da vjerojatnosti u zajedničkoj distribuciji iznose 1, kako zahtijevaju aksiomi vjerojatnosti. Svojstvo  $\sigma$ -aditivnosti vjerojatnosti daje nam izravan način za izračunavanje vjerojatnosti bilo kojeg događaja, jednostavnog ili složenog: jednostavno identificirajte one moguće događaje u kojima tvrdnja je istinita i zbrojite njihove vjerojatnosti. Primjerice, postoji šest mogućih događaja u kojoj  $cavity \cup toothache$  tada vrijedi  $P(cavity \cup toothache) = 0.108 + 0.012 + 0.072 + 0.008 + 0.016 + 0.064 = 0.28$ .

Jedan je od najčešćih zadataka izdvajanje distribucije kroz neki podskup varijabli ili jednu varijablu. Na primjer, zbrajanjem unosa u prvom redu daje nam bezuvjetnu ili marginalnu vjerojatnost:  $P(cavity) = 0.108 + 0.012 + 0.072 + 0.008 = 0.2$ . Taj se proces naziva marginalizacija jer sumiramo vjerojatnosti za svaku moguću vrijednost ostalih varijabli, izuzimajući ih tako iz jednadžbe. Možemo napisati sljedeće opće pravilo marginalizacije za bilo koji skup varijabli  $Y$  i  $Z$ :  $P(Y) = \sum_{x \in Z} P(Y, z)$  gdje je  $\sum_{x \in Z}$  zbroj svih mogućih kombinacija vrijednosti skupa varijabli  $Z$ . Ako ovu jednadžbu pogledamo kroz uvjetnu vjerojatnost tada pomoću pravila produkta formula glasi  $P(Y) = \sum_z P(Y|z)P(z)$ . Ovo se pravilo naziva uvjetovanjem. Pokazalo se da su marginalizacija i uvjetovanje korisna pravila za sve vrste izvoda koji uključuju izraze vjerojatnosti.

Još jedan pojam je bitan za spomenuti - normalizacija. U normalizaciji osiguravamo da zbroj vjerojatnosti bude uvijek 1 pomoću normalizacijske konstante  $\alpha$ . Tada Bayesova pravilo glasi

$$P(Y|X) = \alpha P(X|Y)P(Y).$$

Ukoliko gledamo da u promatranom slučaju imamo  $n$  varijabli (pri čemu je  $n$  jako velik), tada se javlja  $2^n$  kombinacija što ne pogoduje brzini i pojednostavljivanju problema.

Nešto bolji pristup ovom problemu nudi nam uvjetna nezavisnost. Uvjetna nezavisnost za dvije varijable  $X$  i  $Y$  uz danu varijablu  $Z$  glasi

$$P(X \cap Y|Z) = P(X|Z)P(Y|Z)$$

i pišemo  $X \perp\!\!\!\perp Y|Z$ . Na primjer, čini se razumnim tvrditi uvjetnu nezavisnost varijabli *Toothache* i *Catch*, s obzirom na *Cavity*:

$$P(\textit{Toothache}, \textit{Catch}|\textit{Cavity}) = P(\textit{Toothache}|\textit{Cavity})P(\textit{Catch}|\textit{Cavity}).$$

Ukoliko su varijable  $X$  i  $Y$  nezavisne tada formula glasi  $P(X|Y \cap Z) = P(X|Z)$  i  $P(Y|X \cap Z) = P(Y|Z)$ .

U većini slučajeva, korištenje uvjetne nezavisnosti smanjuje veličinu prikaza združene distribucije — s eksponencijalne u  $n$ , na linearnu u  $n$ .

Uz drugačiji poredak varijabli — prvo uzrok, onda dokazi:

$$P(\textit{Cause}, \textit{Effect}_1, \dots, \textit{Effect}_n) = P(\textit{Cause}) \prod_i P(\textit{Effect}_i|\textit{Cause}).$$

Takva se raspodjela vjerojatnosti naziva naivnim Bayesovim modelom. Naivnim jer se često koristi (kao pojednostavljujuća pretpostavka) u slučajevima kada varijable dokaza zapravo nisu uvjetno nezavisne s obzirom na varijablu uzroka. Naivni Bayesov model ponekad je nazvan Bayesovim klasifikatorom, pomalo neopreznom uporabom koja je potaknula istinske Bayesovce nazvati ga idiotskim Bayesovim modelom, prema [11]. U praksi naivni Bayesovi sustavi mogu raditi iznenađujuće dobro, čak i kad pretpostavka o uvjetnoj nezavisnosti nije istinita.

## 3.2 Bayesove mreže

Nezavisnosti i uvjetne nezavisnosti među varijablama mogu u velikoj mjeri smanjiti broj vjerojatnosti koje je potrebno specificirati kako bi se definirala potpuna zajednička distribucija. Ovo potpoglavlje uvodi strukturu podataka koja se naziva Bayesova mreža kako bismo predstavili ovisnosti među varijablama. Bayesove mreže mogu u suštini predstavljati bilo koju potpunu zajedničku raspodjelu vjerojatnosti i u mnogim slučajevima to mogu učiniti vrlo sažeto.

Bayesove mreže predstavljaju grafičke strukture za predstavljanje uvjetnih vjerojatnosti između velikog broja varijabli (atributa) te donošenje uvjetovanih zaključaka, a vezano na navedene varijable prema [10]. Na temelju Bayesove mreže moguće je izračunati očekivanja (vjerojatnosti) svih nepoznatih varijabli u sustavu na temelju već poznatih varijabli.

Detaljnije je rečeno u [11] gdje je Bayesova mreža definirana kao usmjereni graf u kojem je svaki čvor označen kvantitativnim informacijama vjerojatnosti. Potpuna specifikacija je sljedeća:

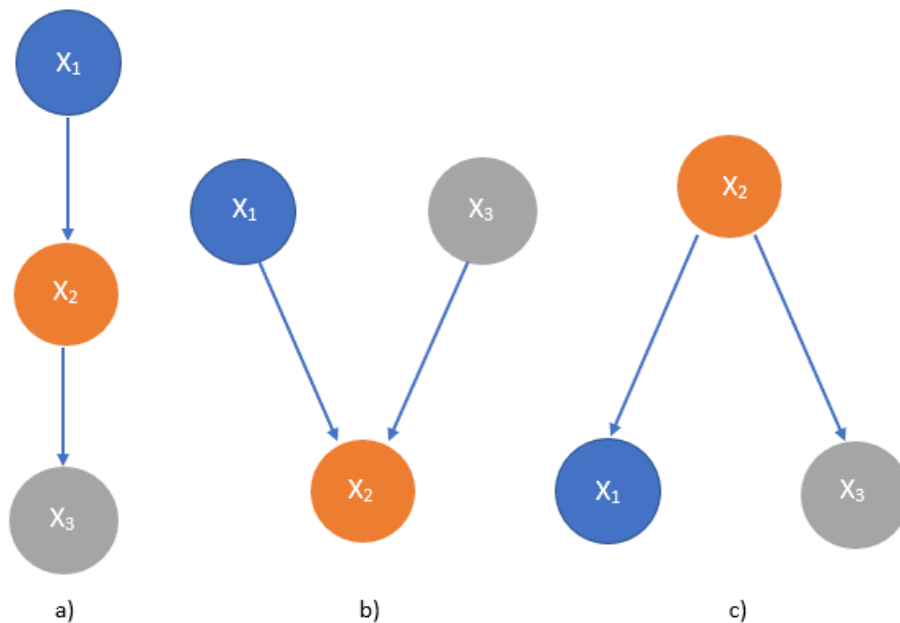
- Svakom čvoru odgovara slučajna varijabla, koja može biti diskretna ili neprekidna.

- Skup usmjerenih veza povezuje parove čvorova. Ako postoji strelica iz čvora  $X$  na čvor  $Y$ , kaže se da je  $X$  roditelj  $Y$ . Graf nema usmjerene cikluse (i stoga je usmjereni aciklički graf ili DAG).
- Uvjetna distribucija za svaki čvor  $X_i$ , za dane njegove roditelje:  $P(X_i | \text{Roditelji}(X_i))$  koja kvantificira utjecaj roditelja na dijete.

Bayesova mreža može se koristiti za vjerojatnosno zaključivanje o vjerojatnostima bilo kojeg čvora u mreži ako su poznate tablice uvjetnih vjerojatnosti. U većini slučajeva čvor kojemu tražimo razdiobu vjerojatnosti nema poznate vjerojatnosti za neposredne čvorove pretke, ali je ipak moguće izračunati vjerojatnosti.

Intuitivno značenje strelice obično je da  $X$  ima izravan utjecaj na  $Y$ , što sugerira da bi uzroci trebali biti roditelji posljedica. Obično je za domenu lako odlučiti koji izravni utjecaji postoje na nju - zapravo puno lakše nego zapravo odrediti same vjerojatnosti. Jednom kada se izloži topologija Bayesove mreže, trebamo samo odrediti uvjetnu distribuciju vjerojatnosti za svaku varijablu, s obzirom na njezine roditelje. Vidjet ćemo da je kombinacija topologije i uvjetnih distribucija dovoljna da specificira (implicitno) punu zajedničku distribuciju za sve varijable.

Važno pitanje u Bayesovim mrežama je jesu li dva čvora nezavisna. Odgovor na to pitanje može nam dati D-separacija.



Slika 3.2.1: D-separacija

D-separacija proučava svojstvo nezavisnosti za trojke ilustrirane na slici 3.2.1. Prvi je prikazan uzročni lanac, drugi je zajednički ishod i treći je prikazan zajednički uzrok. Svaki kompleksniji slučaj može se rastaviti na ova tri osnovna slučaja. Ovaj pristup, ovisno o mreži, omogućava više puteva do istog rješenja uz mogućnost evaluacije rezultata tijekom analize. Time se pruža mogućnost rješavanja problema na način koji ne mora nužno pratiti eksponencijalni rast pravila porastom kompleksnosti modela kao što je slučaj pri tradicionalnim metodama.

Postoje dva načina na koja se može razumjeti semantika Bayesovih mreža - globalni i lokalni. Prvo je da mrežu vidimo kao prikaz zajedničke distribucije vjerojatnosti. Druga je da se na nju gleda kao skup činjenica o uvjetnoj nezavisnosti koji pomaže u projektiranju postupaka zaključivanja. Dva su pogleda jednaka, ali ispada da je prvo korisno u razumijevanju načina konstruiranja mreža, dok je drugo korisno u dizajniranju postupaka zaključivanja.

Globalna semantika definira potpunu zajedničku distribuciju kao produkt odgovarajućih numeričkih parametara iz zadanih tablica u čvorovima. Svaka pojedina vrijednost u zajedničkoj distribuciji je vjerojatnost konjunkcije konkretnih vrijednosti svake varijable, u oznaci  $P(X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n) = P(x_1, \dots, x_n)$ . Globalna semantika definirana je s

$$P(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n \phi(x_i | \text{Roditelji}(X_i)),$$

gdje je  $\phi(x_i | \text{Roditelji}(X_i))$  odgovarajući parametar iz tablice u čvoru  $X_i$ , za dane vrijednosti čvora ( $x_i$ ) i njegovih roditelja ( $\text{Roditelji}(X_i)$ ). Dakle, svaki unos u zajedničkoj distribuciji predstavljen je umnoškom odgovarajućih elemenata tablica uvjetnih vjerojatnosti u Bayesovoj mreži. Može se dokazati da su parametri  $\phi(x_i | \text{Roditelji}(X_i))$  upravo uvjetne vjerojatnosti  $P(X_i | \text{Roditelji}(X_i))$  implicirane zajedničkom distribucijom. Stoga, pišemo

$$P(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n P(x_i | \text{Roditelji}(X_i)).$$

U diskretnom slučaju, uvjetna distribucija je reprezentirana tablicom uvjetne vjerojatnosti (*eng. conditional probability table*, CPT) koja daje distribuciju preko svih vrijednosti  $X_i$ , za svaku kombinaciju vrijednosti roditelja.

U tablici uvjetne vjerojatnosti svaki redak sadrži uvjetne vjerojatnosti svakog čvora za promatrane kombinacije vrijednosti roditeljskog čvora. Suma svakog reda mora biti 1 jer imamo konačan skup varijabli. Općenito, tablica za varijable s  $k$  roditelja sadrži  $2^k$  nezavisnih vjerojatnosti.

Sljedeći je korak objasniti kako konstruirati Bayesovu mrežu na takav način da rezultirajuća zajednička distribucija predstavlja dobar prikaz dane domene. Prvo zapisujemo unose u zajedničku distribuciju u smislu uvjetne vjerojatnosti, koristeći pravilo produkta:  $P(x_1, \dots, x_n) = P(x_n | x_{n-1}, \dots, x_1) P(x_{n-1}, \dots, x_1)$ . Postupak nastavljamo i dolazimo do sljedeće formule

$$P(x_1, \dots, x_n) = P(x_n | x_{n-1}, \dots, x_1) P(x_{n-1} | x_{n-2}, \dots, x_1) \dots P(x_2 | x_1) P(x_1) = \prod_{i=1}^n P(x_i | x_{i-1}, \dots, x_1)$$

koja se naziva lančano pravilo. Uspoređujući je s jednadžbom

$$P(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n P(x_i | \text{Roditelji}(X_i)),$$

vidimo da je specifikacija zajedničke distribucije ekvivalentna opća tvrdnja da za svaku varijablu  $X_i$  u mreži

$$P(X_i | X_{i-1}, \dots, X_1) = P(X_i | \text{Roditelji}(X_i))$$

pod uvjetom da je  $Roditelji(X_i) \subseteq X_{i-1}, \dots, X_1$ . Ovaj posljednji uvjet zadovoljava se numeriranjem čvorova na način koji je u skladu s djelomičnim redoslijedom implicitnim u strukturi grafa. Prethodna jednadžba nam još govori da je Bayesova mreža točan prikaz domena samo ako je svaki čvor uvjetno nezavistan o ostalim prethodnicima u poredak čvorova, uz uvjet da znamo njegove roditelje. Prethodni uvjet možemo zadovoljiti na sljedeći način:

- čvorovi: izaberi neki redoslijed (uređaj) varijabli  $X_1, \dots, X_n$ . Bilo koji poredak je načelno dobar, ali mreža je kompaktnija, ako poštujemo uzročni poredak — uzroci prethode efektima.
- bridovi: za  $i = 1, \dots, n$ 
  - dodaj  $X_i$  u mrežu; odaberi minimalan skup roditelja od  $X_i$  između  $X_1, \dots, X_{i-1}$  takav da vrijedi  $P(X_i | Roditelji(X_i)) = P(X_i | X_1, \dots, X_{i-1})$
  - dodaj u mrežu brid od svakog roditelja prema  $X_i$
  - za čvor  $X_i$ , spremi CPT koja sadrži  $P(X_i | Roditelji(X_i))$

Ova metoda garantira da nema ciklusa — dobivamo DAG.

Intuitivno, roditelji čvora  $X_i$  su oni čvorovi iz  $X_1, \dots, X_{i-1}$  koji izravno utječu na  $X_i$  (ali nije nužno).

## Problemi zaključivanja

Bayesova mreža je bazirana na uvjetnim vjerojatnostima i uvjetnim zavisnostima (nezavisnostima) pojedinih varijabli. Prirodno pitanje jesu problemi zaključivanja:

- određivanje međuzavisnosti pojedinih čvorova
- računanje a priori (početne) vjerojatnosti, a ne uvjetne
- širenje (propagiranje) dokaza unaprijed kroz mrežu (duž puta u smjeru strelica, uzročni smjer)
- širenje (propagiranje) dokaza unatrag kroz mrežu (duž puta obrnuto od smjera strelica, dijagnostički smjer)
- skretanje (kombinacija natrag–naprijed)
- širenje (propagiranje) dokaza s višestrukim putevima, kad imamo više puteva između dva čvora

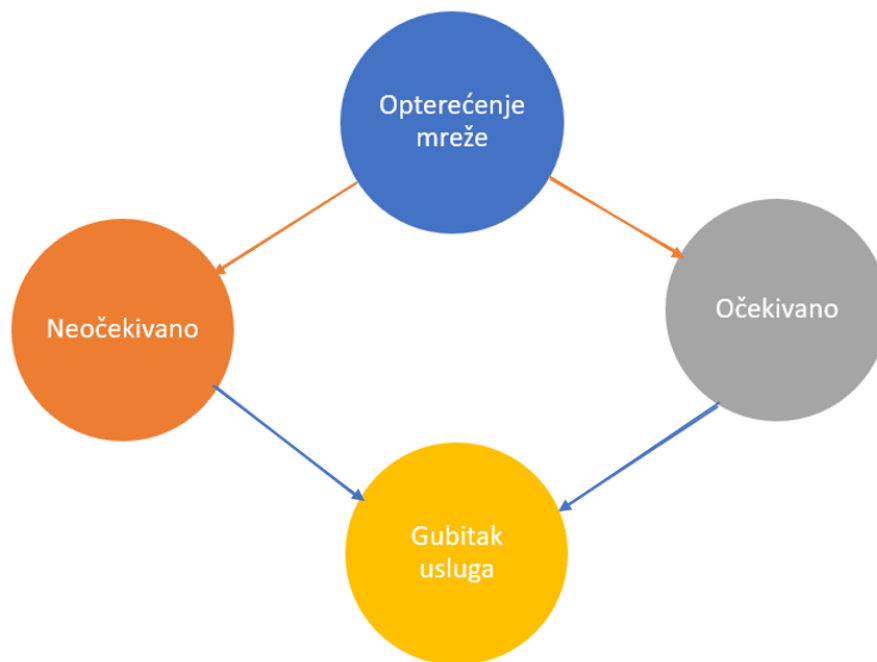
Ukratko, ponovimo oznake koje ćemo koristiti kroz ovo potpoglavlje. Oznake su  $X$  je skup varijabli upita tj. traženih varijabli,  $E$  označava skup dokaznih varijabli i  $e$  skup njihovih opaženih (dokaznih) vrijednosti, tj.  $E = e$  je konkretni opaženi događaj te  $Y$  skup svih preostalih skrivenih varijabli. Dakle, unija  $X \cup E \cup Y$  daje skup svih varijabli u problemu (mreži).

Problemima možemo pristupiti pomoću:

- zaključivanja enumeracijom: najjednostavnija metoda za vjerojatnosno zaključivanje. Bazira se na potpunoj zajedničkoj distribuciji svih varijabli i svodi se na pobrojavanje svih mogućnosti iz upita i zbrajanje pripadnih vjerojatnosti, uz normalizaciju zbroja. U Bayesovoj mreži, potpuna združena distribucija ima poseban prikaz, preko produkta tablica uvjetnih vjerojatnosti u čvorovima mreže  $P(X_1, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i | \text{Roditelji}(X_i))$
- zaključivanja eliminacijom varijabli: treba napraviti sumacije zdesna nalijevo i spremiti međurezultate (faktore) za izbjegavanje ponovljenog računanja. Ovo je oblik dinamičkog programiranja. Postoji više različitih pristupa, najjednostavnije je algoritam za eliminaciju varijabli.

Složenost ovog problema ovisi o vrsti veza u mreži, odnosno da li govorimo o jednostruko povezanoj mreži ili višestruko povezanoj mreži. Jednostruko povezane mreže imaju vremensku i prostornu složenost linearno u ovisnosti ukupnom broju elemenata u CPT, dok u višestruko povezanoj mreži govorimo o NP-teškom problemu.

**Primjer 3.2.1.** Neka je Bayesove mreža zadana slijedećim grafom:



Slika 3.2.2: Primjer Bayesiove mreže

Uzmimo da su vjerojatnost prethodne ilustracije zadane tablicama:

	$P(OM)$
$OM$	0.50
$\neg OM$	0.50

Tablica 3.2.1: Vjerojatnost opterećenje mreže  $P(OM)$



	$P(O OM)$
$OM$	0.10
$\neg OM$	0.50

Tablica 3.2.2: Vjerojatnost očekivanog opterećenja  $P(O)$

	$P(N OM)$
$OM$	0.80
$\neg OM$	0.20

Tablica 3.2.3: Vjerojatnost neočekivanog opterećenja  $P(N)$

		$P(G O, N)$
$O$	$N$	0.99
$O$	$\neg N$	0.90
$\neg O$	$N$	0.90
$\neg O$	$\neg N$	0

Tablica 3.2.4: Vjerojatnost gubitka usluga  $P(G)$

*Iz navedenog primjera možemo zaključiti da su za gubitak usluge moguća dva uzroka - očekivano opterećenje mreže i neočekivano. To možemo i vidjeti iz tabličnih vrijednosti jer ukoliko pogledamo da su obje vrijednosti istinite dobivamo da je vjerojatnost gubitka usluga 0.99 odnosno 99%.*

## 4 Procjena vjerojatnosti neželjenih događaja pomoću Bayesovih mreža

Mobilni operateri međusobno se natječu za veliko i dinamično tržište kojeg karakteriziraju stalne promjene u uslugama i tehnologiji. Pouzdane i dostupne mobilne mreže koje mogu ispuniti korisnička očekivanja i zadržati visoku razinu kakvoće usluga. Mobilne mreže nemaju predvidljiv način rada zbog čega su korištene Bayesove mreže za modeliranje sustava za predviđanje smetnji u ovom radu. Razvijeni su probabilistički modeli sustava mobilnih mreža u kojima je eksplicitno predstavljena nezavisnost odnosa između varijabli. Korišten je usmjereni graf u kojem su dva čvora povezana bridom ako je jedan izravan uzrok drugog.

Smetnje u radu mreža mogu se podijeliti u dvije grupe: kvarove i ispade (dostupnosti). Kvarovi se dogode kada aktivni mrežni elementi (*eng. network element*, NE) funkcionira nepotpunim kapacitetom zbog grešaka u radu, dok se ispadi dostupnosti događaju kada su mrežni elementi u potpunosti nedostupni i ne funkcioniraju. Kvarovi su karakterizirani degradacijom performansi mreže u različitim parametrima (slabija dostupnost, rast šuma na signalu, povećanje latencije itd.). Ispad je, pak, toliko jasan i vidljiv da čak i korisnik usluge bez ikakve dodatne testne opreme može zaključiti da je mreža nedostupna i ne funkcionira. Utjecaj ispada na usluge može se kvantificirati i u financijskom smislu.

Zbog svega navedenog mobilni operateri moraju biti spremni na pojavu grešaka i ispada zbog čega razvijaju različite mehanizme za zaštitu usluga od istih. U ovom radu predlažemo

vjerojatnosni model predviđanja grešaka kojeg mobilni operateri mogu koristiti za prevenciju grešaka prije nego što se one zapravo pojave. Taj model tako vodi u smanjenje financijskih izdataka koje uzrokuju smetnje ili ispadi u radu mreža, a dodatno omogućuje mobilnim operatorima da zadrže kakvoću usluga na visokoj razini čime zadržavaju i svoje korisnike, uslijed čega zadržavaju i prihode.

## 4.1 Pregled sustava predviđanja neželjenih događaja

Predviđanje se može karakterizirati i opisati kao rigorozan proces određivanja što će se dogoditi pod određenim uvjetima. Telekomunikacijski kvar je abnormalna operacija koja znatno degradira performanse aktivnog entiteta unutar mreže ili otežava tijekom komunikacije. Budući da mrežni protokoli do određene mjere mogu regulirati greške, nisu sve greške kvarovi. Općenito gledano na kvar mogu ukazivati abnormalno visoke stope pogrešaka [7]. Zbog toga je predviđanje kvarova proces utvrđivanja koji će se telekomunikacijski kvar dogoditi pod određenim uvjetima.

U posljednjih nekoliko godina napredovalo je istraživanje na ovom području. To uključuje i metode obučavanja klasifikatora za otkrivanje grešaka (*eng. classifier training method for anomaly fault detection*), korištenje potpomognutog učenja (*eng. reinforcement learning*) za proaktivno upravljanje mrežama i upravljanje greškama u komunikacijski mrežama. U ovom radu predstavljena je prediktivna formula za preventivne radove na mreži.

U znanstvenom radu [6] predložen je vjerojatnosni model predviđanja kvarova u mobilnim mrežama.

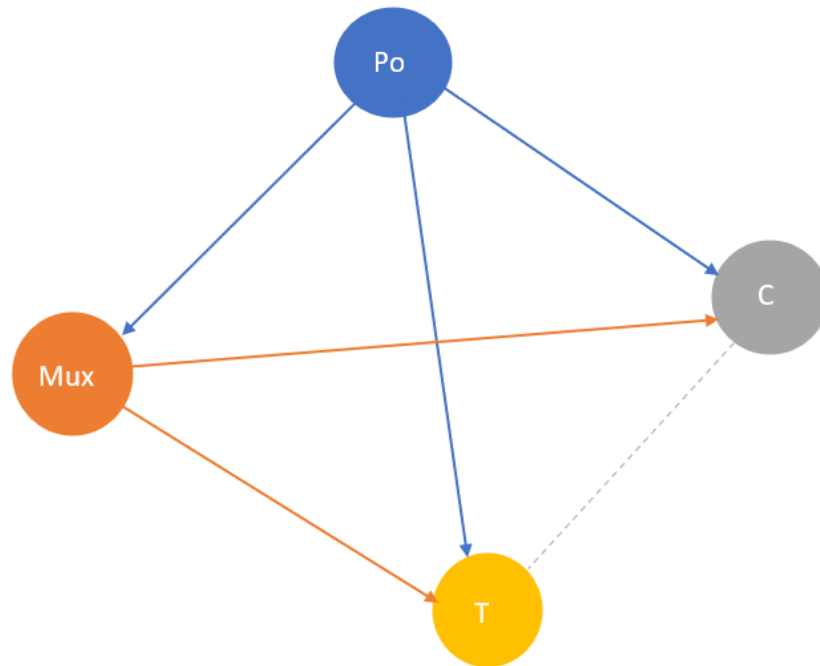
Predviđanje grešaka donosi nekoliko prednosti za pružatelje mobilnih usluga koje uključuju pomoć u planiranju i upravljanju projektima, pomoć kontrolorima mrežnog prometa u presmjeravanju mrežnog prometa u slučaju predviđenih problema na mrežnoj ruti, kontrolori mogu poduzeti korektivne mjere prije nego što se kvarovi pojave, pomoć pri donošenju odluka, povećava učinkovitost osiguranja kvalitete, kvaliteta sustava se povećava s brojem detektiranih kvarova te se troškovi rada smanjuju jer se greške pronalaze ranije čime postaju financijski povoljnije za popravak.

Svrha predviđanja kvarova je omogućavanje brzog i uspješnog ispravljanja grešaka i otklona kvarova koji mogu imati velik utjecaj na rad usluga te povećavaju šanse za proaktivno rješavanje problema prije nego li se oni pojave, a što dalje vodi prema preventivnom održavanju koje se sastoji od odlučivanja treba li održavati sustav u odnosu na njegovo stanje ili ne, što smanjuje trošak održavanja kroz manju potrebu za držanjem zaliha rezervnih dijelova i nepotrebnih popravaka.

Korišten je model Bayesove mreže (također nazvane vjerojatnosne mreže) za procjenu vjerojatnosti povezanih s pojavom jednog ili više kvarova temeljem informacija primljenih od sustava tijekom dijagnostike, a koje se sastoje od alarma generiranih tijekom rada na mrežnom elementu koji je pod upravljanjem ili dobivenih u prethodnim korelacijskim procesima.

## 4.2 Model predviđanja neželjenih događaja

Kao što smo ranije naveli Bayesova mreža je usmjereni aciklički graf u kojem svaki čvor predstavlja slučajnu varijablu (može biti diskretna ili neprekidna) kojoj su uvjetne vjerojatnosti pridružene, s obzirom na sve moguće kombinacije vrijednosti varijabli predstavljenih izravno prethodnim čvorovima. Brid na ovom grafu označava postojanje izravnog utjecaja između varijabli kojima odgovaraju međusobno povezani čvorovi (vrhovi) . Ova vrsta mreže ovisi o vjerojatnosti i uzročnim čimbenicima, poznatim kao uzročno Markovljevo stanje (*eng. causal Markov condition*).



Slika 4.2.1: Bayesova mreža za dijagnozu telekomunikacijske mreže

Subjektivna vjerojatnost izražava stupanj vjerovanja stručnjaka koji se odnosi na pojavu određenog događaja, na temelju informacija koje ta osoba ima na raspolaganju sve do tog trenutka. Procjenjujemo uvjetne vjerojatnosti iz empirijskih podataka dobivenih od određenog davatelja usluga mobilne mreže. Podaci se odnose na proučavanje ponašanja koje je sustav pokazao u prošlosti.

Evaluacija mreže do zadanog trenutka moguća je pomoću Bayesove mreže i skupa dokaza, to jest, moguće je izračunati uvjetnu vjerojatnost povezanu sa svakim čvorom. Općenito gledano, ovo je NP-težak problem, no korištenjem prikladnih heuristika i ovisno o problemu koji se bavi mrežama koje sadrže tisuće čvorova može se ocijeniti u prihvatljivom vremenu.

### Zašto Bayesove mreže?

Prema [3], glavni razlozi zbog kojih je Bayesova mreža izabrana za predviđanje grešaka u mobilnoj mreži uključuju:

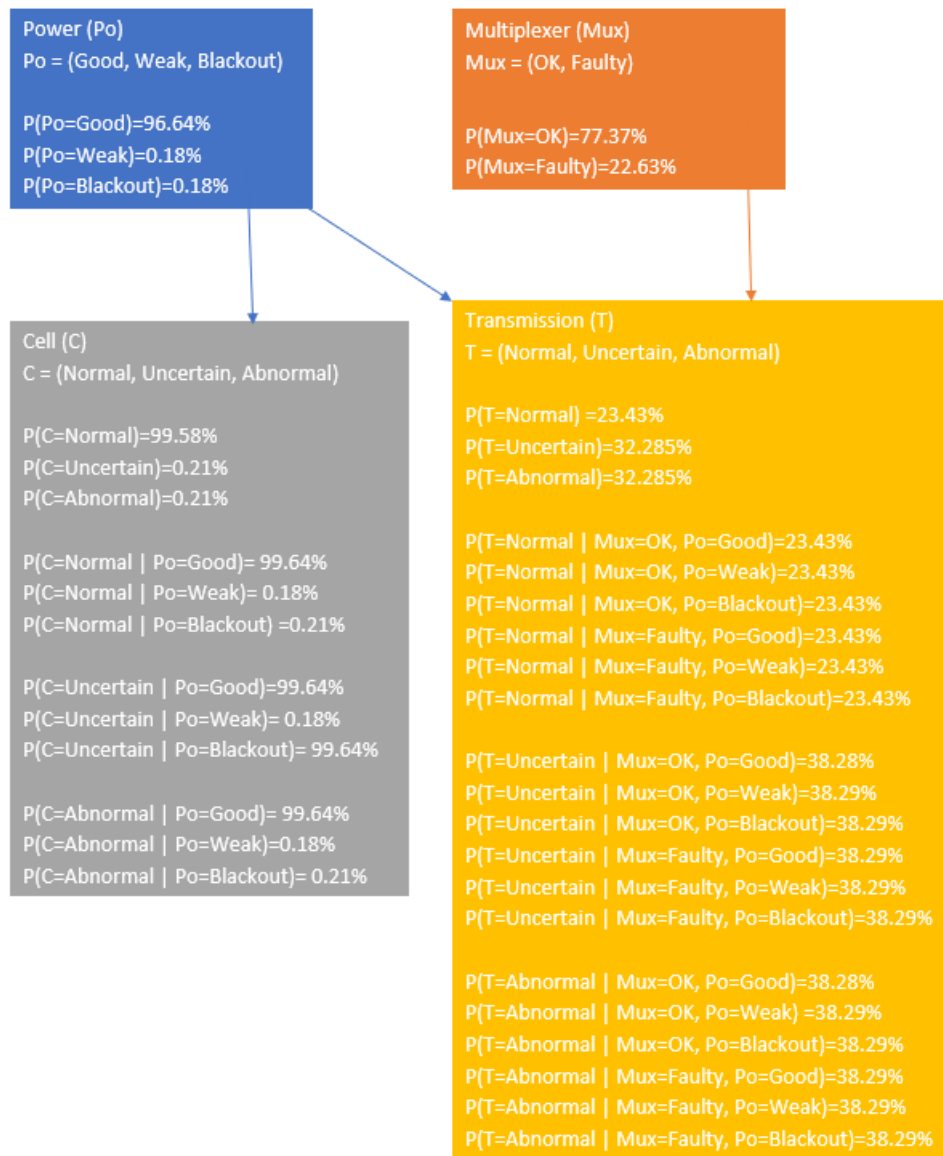
1. matematička podrška: Bayesove mreže oslanjaju se na matematičku pozadinu koja omogućava analizu modela s obzirom na znanje o njegovoj izvedbi i preciznosti prije provođenja implementacije

2. robusnost: mogu se dobiti približni odgovori, čak i kada su postojeće informacije nepotpune ili neprecizne kad god postanu nove informacije, Bayesove mreže omogućuju odgovarajuće poboljšanje u preciznosti rezultata korelacije
3. sadržaji su lako dostupni za izgradnju Bayesove mreže
4. Bayesove mreže imaju sposobnost da u polinomnom vremenu identificiraju sve odnose uvjetne nezavisnosti koji su izvučeni iz informacija dobivenih Bayesovom mrežnom strukturom
5. sposobnost za nemonotono zaključivanje (*eng. non-monotonic reasoning*), putem kojeg se prethodno dobiveni zaključci mogu povući kao posljedica poznavanja novih informacija
6. kapacitet za izvršavanje zaključaka o sadašnjem stanju telekomunikacijskih mreža iz kombinacije:
  - (a) statističkih podataka empirijski ispitanih tijekom funkcioniranja mreže,
  - (b) subjektivnih vjerojatnosti koje pružaju stručnjaci,
  - (c) informacija (to jest, dokaza ili alarma) dobivenih iz telekomunikacijske mreže u stvarnom vremenu
7. jednostavno je i učinkovito

Naravno, prisutni su i nedostaci ovog izbora.

1. mnogi algoritmi Bayesova mrežnog učenja zahtijevaju dodatne informacije, što je uglavnom redosljed čvorova kako bi se smanjio prostor za pretraživanje. Nažalost, ove informacije nisu uvijek dostupne.
2. većina algoritama utemeljenih na analizi ovisnosti zahtijeva eksponencijalni broj testova uvjetne nezavisnosti
3. vrlo je malo sustava za učenje Bayesovih mrežnih sustava javno dostupno. Još manje sustava može se primijeniti u stvarnim aplikacijama za vađenje podataka, gdje skupovi podataka često imaju stotine varijabli i milijune zapisa.

## 4.2.1 Primjer



Slika 4.2.2: Primjer Bayesove mreže

Slika 4.2.2 prikazuje Bayesovu mrežu s četiri čvora koje čine diskretne varijable, svaka s dva do tri stanja. Varijable su snaga (struja, *eng. Power*, Po) s vrijednostima „dobar”, „slab” i „ispad” (*eng. good, weak, blackout*), multiplexer (*eng. Multiplexer*, Mux) s vrijednostima „OK” i „greška” (*OK, faulty*), ćelija (Cell, C) s vrijednostima „normalan”, „nejasan” i „abnormalan” (*eng. normal, uncertain, abnormal*) i transmisija (prijenos, *eng. Transmission*, T) s vrijednostima „normalan”, „nejasan” i „abnormalan” (*eng. normal, uncertain, abnormal*).

Prema [7], glavne pogreške koje se javljaju kod pružatelja mrežnih usluga koje se proučavaju mogu se povezati s uslugama. Kod transmisije (prijenos, T) učestalost pojave grešaka je visoka (75%). Ona se pojavila kao posljedica kvara centra za preklapanje (*eng. Mobile Switching Center, MSC*), neuspjeha preklapanja (*eng. switch*), kvara softvera itd. Ako se, na primjer, na MSC-u dogodi kvar prijenosa, cijelo područje obuhvaćeno ovim MSC-om neće

nuditi nikakvu uslugu. Kvar će utjecati na SMS, VoIP, glasovnu poruku i mnoge druge usluge. Stoga smetnja u prijenosu može utjecati na sve usluge koje dolaze iz područja na koje zahvaća. To može utjecati ne samo na usluge na ovom području, već će stvoriti i više problema cijeloj mreži, npr. zagušenja, gubitak paketa i slično.

Kod struje (Po) kvar uzrokuje veći utjecaj nego bilo koji drugi jer uzrokuje neplanirani prekid rada. Taj se prekid mora riješiti u najbržem mogućem vremenu ili obnavljanjem napajanja ili korištenjem alternativnih izvora napajanja kao, na primjer, generatora, baterijskih sustava ili solarnih ploča. Tijekom tog razdoblja, kupci neće moći koristiti mrežu. Potpuno će utjecati na sve usluge koje potječu iz tog određenog područja i usluge završavaju u tom trenutku (mada se neke mogu dohvatiti kasnije nakon što se struja ponovo vrati ako MSC nije u kvaru, na primjer govorne pošte, SMS-a...).

Mrežne veze obično koriste opremu poput repetitora, mostova, pristupnika i multipleksera. Multiplekser je uređaj za preuzimanje nekoliko zasebnih digitalnih tokova podataka i njihovo kombiniranje u jedan tok podataka veće brzine podataka. To omogućava prenošenje više tokova podataka s jednog mjesta na drugo preko jedne fizičke veze, što smanjuje troškove. Ovaj se trošak možda neće smanjiti ako ovaj uređaj ne funkcionira ili potpuno ne radi. Usluge u stvarnom vremenu najviše su pogođene. Blokade puta i problemi s usmjeravanjem pojavit će se kao rezultat neučinkovitih veza. Paketi će morati pronaći alternativne pravce koji vode do zagušenja mreže. Dugoročno, greška će imati utjecaj na cijelu mrežu.

slučaj	Snaga	Multiplekser	Ćelija	Transmisija
1	240 – 3000	Ok	N	N
2	190 – 240 i > 3000	faulty	U	N
3	< 190	Ok	A	A
4	< 190	faulty	N	U
5	240 – 3000	faulty	A	N
6	< 190	Ok	U	U
7	190 – 240 i > 3000	Ok	U	A
8	190 – 240 i > 3000	faulty	A	N
9	240 – 3000	Ok	N	A
10	240 – 3000	faulty	N	U

Tablica 4.2.1: Imaginarna baza kvarova na mreži

Struja (Po) se, pak, može smatrati kontinuiranom (neprekidnom) varijablom kako je prikazano u tablici 4.2.1. Neka vjerojatnost ( $P$ ) događaja  $X$  bude  $P(X)$ . Tako računamo da  $P(Po)$ ,  $P(C)$ ,  $P(T)$  i  $P(Mux)$  imaju vrijednosti 0.36%, 0.42%, 76.57% i 22.63%. Izvodimo lokalne aposteriori vjerojatnosti, jer je svaka od njih uvjetovana pojavljivanjem određenog uzorka vrijednosti izravnih prethodnika čvora (roditelja).

Ako pretpostavimo da je, primjerice, multiplekser "OK", a snaga "dobar", razlozi zbog kojih ćelija ne pruža svoje funkcionalnosti mogu biti: prekidi u kablovima i ostalim mrežnim elementima, prirodne nepogode i planirana održavanja. Unatoč tome, vjerojatnost da će ćelija biti u normalnom stanju s vrijednošću multipleksera od "OK" s predznanjem da je snaga u "dobro" stanju se računa na način:

$$P(C = Normal | Mux = OK, Po = Good) = \frac{P(C|Po)P(Mux|C, Po)}{P(Mux|Po)}.$$

Zajedničku distribuciju vjerojatnosti (*eng. joint probability distribution*)  $P(X_1, X_2, \dots, X_n)$  za Bayesovu mrežu moguće je odrediti pomoću produkta lokalnih distribucija vjerojatnosti za svaku slučajnu varijablu. Primjerice, Bayesova mreža na slici 4.2.1 u kojoj zajednička distribucija  $P(Po, Mux, C, T)$  može biti izračunata kao:

$$P(Po, Mux, C, T) = P(Po)P(Mux)P(C|Po, Mux)P(T|Mux).$$

Ako uzmemo situaciju dobre tada dobijemo vrijednost:

$$\begin{aligned} P(Po = Good, Mux = OK, C = Normal, T = Normal) &= \\ &= P(Po = Good) * P(Mux = OK) * P(C = Normal | Po = Good, Mux = OK) * \\ &* P(T = Normal | Mux = OK) = 0.9964 * 0.7735 * 0.9958 * 0.2343 = \\ &= 0.17982 = 17.982\% \end{aligned}$$

Stoga, ako je poznat skup dokaza  $e = \{X_m = x_m, \dots, X_p = x_p\}$  kojeg čine poznate vrijednosti nasumičnih varijabli Bayesove mrežem gdje je  $\{X_m, \dots, X_p\} \subset X = \{X_1, \dots, X_n\}$ , izračun vjerojatnosti da varijabla pretpostavlja vrijednost  $x_k$  je zadana s:

$$P(X_k = x_k | e) = \frac{P(X_k = x_k)P(e|X_k = x_k)}{P(e)}.$$

Uzmimo Bayesovu mrežu za skup varijabli  $X = \{X_1, \dots, X_n\}$  koja se sastoji od mrežnih struktura  $S$  koja enkodira skup tvrdnji uvjetnih nezavisnosti o varijablama u  $X$  i skup  $P$  lokalnih distribucija vjerojatnosti za  $X$ . Mrežna struktura  $X$  je usmjereni aciklički graf. Čvorovi u  $S$  su u omjeru jedan naprema jedan s varijablama u  $X$ . Koristimo  $X_i$  za prikaz varijable i odgovarajućeg joj čvora i  $Pt_i$  za prikaz roditelja čvora  $X_i$  u  $S$  kao i varijable koje odgovaraju tim roditeljima. Manjak mogućih bridova u  $S$  enkodira uvjetne nezavisnosti. Uzevši u obzir strukturu  $S$ , distribucija zajedničke vjerojatnosti za  $X$  može se izraziti jednadžbom:

$$P(X) = \prod_{i=1}^n P(x_i | Pt_i).$$

Distribucije koje odgovaraju uvjetima u produktu prethodne jednadžbe su lokalne distribucije vjerojatnosti  $P$ . Par  $(S, P)$  enkodira zajedničku distribuciju  $P(x)$ . Proučavamo mreže iz podataka, stoga će vjerojatnosti biti fizičke (*eng. physical*) i njihove vrijednosti mogu biti neizvjesne (nesigurne). Da ilustriramo gore navedene izvod koristimo Bayesovu mrežu slike 4.2.2

Pretpostavimo da je  $e = \{T = Abnormal\}$  skup svih poznatih dokaza, vjerojatnost da je Snaga ( $Po = Good$ ) daje:

$$P(Po = Good | T = abnormal) = \frac{P(Po = Good, T = abnormal)}{P(T = abnormal)}$$

Izračunajmo prvo:

$$\begin{aligned}
P(Po = Good, T = abnormal) &= P(Mux = OK, Po = Good, T = abnormal, C = normal) + \\
&+ P(Mux = OK, Po = Good, T = abnormal, C = uncertain) + \\
&+ P(Mux = OK, Po = Good, T = abnormal, C = abnormal) + \\
&+ P(Mux = faulty, Po = Good, T = abnormal, C = normal) + \\
&+ P(Mux = faulty, Po = Good, T = abnormal, C = uncertain) + \\
&+ P(Mux = faulty, Po = Good, T = abnormal, C = abnormal) = \\
&= 0.7737 * 0.9964 * 0.3828 * 0.9958 + \\
&+ 0.7737 * 0.9964 * 0.3828 * 0.0021 + \\
&+ 0.7737 * 0.9964 * 0.3828 * 0.0021 + \\
&+ 0.2263 * 0.9964 * 0.3828 * 0.9958 + \\
&+ 0.2263 * 0.9964 * 0.3828 * 0.0021 + \\
&+ 0.2263 * 0.9964 * 0.3828 * 0.9958 = \\
&= 0.2939 + 0.0006 + 0.0006 + 0.0860 + 0.0002 + 0.0002 = \\
&= 0.3815 = 38.15\%
\end{aligned}$$

Vjerojatnost da je  $T = abnormal$  u istoj mreži je:

$$\begin{aligned}
P(T = abnormal) &= P(Mux = OK, P = good, T = abnormal, C = normal) + \\
&+ P(Mux = OK, P = good, T = abnormal, C = uncertain) + \\
&+ P(Mux = OK, P = good, T = abnormal, C = abnormal) + \\
&+ P(Mux = faulty, P = good, T = abnormal, C = normal) + \\
&+ P(Mux = faulty, P = good, T = abnormal, C = uncertain) + \\
&+ P(Mux = faulty, P = good, T = abnormal, C = abnormal) + \\
&+ P(Mux = OK, P = weak, T = abnormal, C = normal) + \\
&+ P(Mux = OK, P = weak, T = abnormal, C = uncertain) + \\
&+ P(Mux = OK, P = weak, T = abnormal, C = abnormal) + \\
&+ P(Mux = faulty, P = weak, T = abnormal, C = normal) + \\
&+ P(Mux = faulty, P = weak, T = abnormal, C = uncertain) + \\
&+ P(Mux = faulty, P = weak, T = abnormal, C = abnormal) + \\
&+ P(Mux = OK, P = blackout, T = abnormal, C = normal) + \\
&+ P(Mux = OK, P = blackout, T = abnormal, C = uncertain) + \\
&+ P(Mux = OK, P = blackout, T = abnormal, C = abnormal) + \\
&+ P(Mux = faulty, P = blackout, T = abnormal, C = normal) + \\
&+ P(Mux = faulty, P = blackout, T = abnormal, C = uncertain) + \\
&+ P(Mux = faulty, P = blackout, T = abnormal, C = abnormal) = \dots = \\
&= 0.38283 = 38.28\%.
\end{aligned}$$

Uvrštavanjem ovih vjerojatnosti dobijemo:

$$P(Po = Good|T = abnormal) = \frac{P(Po = Good, T = abnormal)}{P(T = abnormal)} = \frac{0,3815}{0,3828} = 0,9966$$



Ovaj primjer demonstrira sposobnost nemonotonog zaključivanja Bayesovih mreža, dok je jedini poznati dokaz bio da je transmisija bila abnormalna, vjerojatnost da je snaga bila dobra je 99.66%.

Uzmimo da je poznato da je multiplekser bio neispravan, tada je vjerojatnost da je  $Po = Good$  zadana sa sljedećom formulom uz pretpostavku da je  $C = normal$ :

$$P(Po = Good|T = abnormal, Mux = faulty, C = normal) = \frac{P(Po = Good, T = abnormal, Mux = faulty, C = normal)}{P(T = abnormal, Mux = faulty, C = normal)},$$

gdje su

$$P(Po = Good, T = abnormal, Mux = faulty, C = normal) = 0.9964 * 0.3828 * 0.2263 * 0.9958 = 0.0859644 = 8.59\%$$

$$\begin{aligned} P(T = abnormal, Mux = faulty, C = normal) &= \\ &= P(T = abnormal, P = good, Mux = faulty, C = normal) + \\ &+ P(T = abnormal, P = weak, Mux = faulty, C = normal) + \\ &+ P(T = abnormal, P = blackout, Mux = faulty, C = normal) = \\ &= 0.3828 * 0.9964 * 0.2263 * 0.9958 + \\ &+ 0.3828 * 0.0018 * 0.2263 * 0.9958 + \\ &+ 0.3828 * 0.0018 * 0.2263 * 0.9958 = \\ &= 0.0859644 + 0.0001553 + 0.0001553 = \\ &= 0.086275 = 8.6275\% \end{aligned}$$

Tada je

$$P(Po = Good|T = abnormal, Mux = faulty, C = normal) = \frac{0.0859644}{0.086275} = 0.99639 = 99.64\%.$$

Vjerojatnost da je snaga bila dobra uz pretpostavke da je multiplekser neispravan te da je transmisija normalna i ćelija ima neometan rad iznosi 99.64%

### 4.3 Predviđanje neželjenih događaja korištenjem Bayesove mreže

Za svaku varijablu Bayesove mreže mogu se definirati stanja koja odgovaraju kvarovima, čiju vjerojatnost evaluiramo kroz dijagnostičku sesiju. Ovo bi bio slučaj, primjerice, za stanja ( $Po = blackout, Mux = OK, T = Normal, C = Uncertain$ ) za mrežu na slici 4.2.2.

Bilo koja varijabla Bayesove mreže može se definirati kao opažena varijabla (čvor), ako njeno stanje dopušta promatranje tijekom dijagnostičke sesije. Ove varijable bile bi u mogućnosti pružati informacije kada se dogodi kvar sukladno promatranoj vjerojatnosti. Mora se naglasiti da čvor može biti opažen u isto vrijeme kada odgovarajuće varijable sadrže stanja greške.

Predviđanje grešaka u Bayesovim mrežama sastoji se od procjene vjerojatnosti povezanih s događanjem jedne ili više grešaka, temeljeno na informacijama zaprimljenima od sustava tijekom dijagnostike. Ove informacije su u osnovi sastavljene od alarma generiranih tijekom rada elemenata upravljane mreže ili dobivenih kao rezultat prethodnih procesa korelacije.

## Faktori koji uzrokuju neizvjesnosti

Strogo govoreći, za svaku vrstu predviđanja grešaka koju se razmatra, skup podataka o alarmima koji se uzimaju u obzir bit će podložni greškama i propustima. Takve greške i propusti mogu biti generirane i od strane mrežnih elemenata koji su u kvaru kao i elemenata koji se nalaze u drugim točkama upravljane mreže, a također mogu biti uzrokovane i od strane komunikacijskih grešaka ili sustava upravljanja mrežom. Uz to, istovremena pojava dvije ili više smetnji može generirati uzorak alarma koji je karakterističan za smetnju koja se nije dogodila, na taj način inducirajući sustav korelacije alarma na pogrešku. Stoga možemo zaključiti da je ta nesigurnost svojstvena bilo kojem postupku povezanosti alarma u kojem smo dobili svoje podatke.

Glavni čimbenik koji uzrokuje nesigurnost (nepouzdanost, neizvjesnosti) jer je svojstven procesu korelacije nastaje zbog mogućnosti pogreške, koja ima četiri glavna izvora:

1. utjecaj faktora koji nisu obuhvaćeni u modelu upravljanog sustava
2. nepreciznost u pripisivanju vrijednosti za distribuciju vjerojatnost
3. nepreciznost u prikupljanju i prijenosu alarma. Ovo se može ilustrirati i u jednostavnim sustavima kao na slici 4.2.2 gdje se mogu pojaviti pogreške i kod promatranja napona snage, zbog razlike u očitavanju napona napajanja, zbog pogrešaka u radu voltmetra ili zbog kvar samog mrežnog elementa
4. nepreciznost u informacijama prikupljenima u drugim korelacijskim procesima

## 5 Zaključak

Brze promjene komunikacijske tehnologije dolaze s brojnim izazovima u upravljanju greškama. Većina telekomunikacijskih tvrtki i poboljšanih pružatelja usluga danas ulaže puno resursa u osiguravanje sustava bez kvarova. Utjecaj ovog troška ne može se zanemariti jer i dalje djeluje na prihode pružatelja usluga i doprinosi rastućim troškovima usluga.

Kako bi se provela procjena vjerojatnosti neželjenih događaja u mobilnim mrežama potrebno je dobro poznavanje sustava i okolnosti na kojima bi se procjena vršila. Logično je da bolje poznavanje sustava i njegovih parametara daje veću točnost. Kvalitetno odabrani parametri su vrlo važan dio procjene jer oni opisuju događaj koji može biti neželjen ili prihvatljiv. Na ovaj se način izbjegavaju i neželjeni učinci nepravilnog odlučivanja.

U teoriji najbolji pristup rješavanju ovakvih problema procjene daje Bayesova mreža jer računa na matematičku pozadinu, sposobnost za nemonotono zaključivanje i učinkovitost.

Problem pristupa procjeni pomoću Bayesovih mreža nastaje ukoliko se javi faktori koji nisu obuhvaćeni mrežom, nepreciznost u prikupljanju i prijenosu vrijednosti parametara, ali i trošak implementacije. Cijena implementacije je vrlo visoka, a trošak podiže i činjenica da je potrebno stručno osoblje za svakodnevni rad i održavanje. Broj javno dostupnih sustava za učenje Bayesovih mrežnih sustava je vrlo malen. Još manje sustava može se primijeniti u stvarnim aplikacijama za vađenje podataka, gdje skupovi podataka često imaju stotine varijabli i milijune zapisa.

## Literatura

- [1] M. BENŠIĆ, N. ŠUVAK, *Primijenjena statistika*, Sveučilište J.J. Strossmayera, Odjel za matematiku, 2013.
- [2] M. BENŠIĆ, N. ŠUVAK, *Uvod u vjerojatnost i statistiku*, Sveučilište J.J. Strossmayera, Odjel za matematiku, 2014.
- [3] O. KOGEDA, J. AGBINYA, *Automation of Cellular Network Faults*, Cellular Networks - Positioning, Performance Analysis, Reliability (2011), str. 333–352.
- [4] O. KOGEDA, J. AGBINYA, *Prediction of Faults in Cellular Networks Using Bayesian Network Model*, Proceedings of the 1st International Conference on Wireless Broadband and Ultra Wideband Communications (2006), str. 131–136.
- [5] O. KOGEDA, J. AGBINYA, *Proactive Cellular Network Faults Prediction Through Mobile Intelligent Agent Technology*, Wireless Broadband and Ultra Wideband Communications (2007), str. 55–55.
- [6] O. KOGEDA, J. AGBINYA, C. OMLIN, *A Probabilistic Approach To Faults Prediction in Cellular Networks*, Fifth International Conference on Networking and the International Conference on Systems (2006).
- [7] O. KOGEDA, J. AGBINYA, C. OMLIN, *Impacts and Cost of Faults on Services in Cellular Networks*, 2005 International Conference on Mobile Business (2005), str. 551–555.
- [8] G. MIAO i dr., *Fundamentals of Mobile Data Networks*, Cambridge University Press, 2016.
- [9] Leksikografski zavod MIROSLAV KRLEŽA, *Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje*, <http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=27410>, zadnje posjećeno 16. 7. 2020.
- [10] J. PEARL, *Bayesian networks*, UCLA: Department of Statistics (2011).
- [11] S.J. RUSSELL, P. NORVIG, *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, Prentice Hall, 2010.
- [12] E. SAYED ALI AHMED, *Introduction to Communication Systems*, Cambridge University Press, 2015.
- [13] I. SOMMERVILLE, *Software Engineering 9th edition*, Addison-Wesley, 2010.

## Sažetak

Cilj ovog rada je upoznavanje s mogućnošću iskorištavanja prethodno pohranjenih događaja kako bi se procjenila vjerojatnost budućeg neželjenog događaja.

Kvar mobilne mreže može se definirati kao nenormalan rad ili oštećenje na razini komponente, opreme ili podsustava, što značajno umanjuje performanse aktivnog entiteta u mreži ili prekida komunikaciju. Sve pogreške (*eng. error*) nisu kvar (*eng. fault*), jer ih protokoli uglavnom mogu riješiti. Kvar se može definirati kao nesposobnost predmeta da izvrši traženu funkciju (skup postupaka definiranih u svrhu postizanja određenog cilja), isključujući tu nemogućnost zbog preventivnog održavanja, nedostatka vanjskih resursa ili planiranih aktivnosti.

Kroz rad je prestavljen pristup ovom problemu pomoću Bayesovih mreža.

**Ključne riječi** mobilna mreža, uvjetna vjerojatnost, neželjeni događaj, Bayesov teorem, Bayesova mreža

# Prediction of faults in cellular network using Bayesian networks

## Summary

The aim of this paper is to introduce the possibility of using previously stored events to assess the probability of a future adverse event.

Mobile network failure can be defined as abnormal operation or damage at the component, equipment or subsystem level, which significantly reduces the performance of an active entity in the network or interrupts communication. Not all errors are faults, as protocols can generally resolve them on their own. A failure can be defined as the inability of an object to perform a required function (a set of procedures defined in order to achieve a specific goal), excluding this inability due to preventive maintenance, lack of external resources or planned activities.

An approach to this problem using Bayesian networks is presented in this paper.

**Keywords** Fault prediction, Bayesian network, Cellular networks, conditional probability, Bayesian theorem

## Životopis

Josipa Klobučar Markoš rođena je 05.11.1991. u Požegi. Pohađala je Prirodoslovno - matematičku gimnaziju u rodnom gradu. Preddiplomski studij matematike na Odjelu za Matematiku u Osijeku upisala je 2010. godine. Nakon stečenog zvanja sveučilišnog prvostupnika matematike, zapošljava se u Transcom Worldwild d.o.o., a 2017. upisuje diplomski studij matematike, smjer matematika i računarstvo, na istoimenom Odjelu.

Trenutno je zaposlena u odjelu Financijska i kontrolna služba u Panturist d.d.