Decimalni brojevi

Ban, Dunja

Master's thesis / Diplomski rad

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Mathematics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:126:660480

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-25**

Repository / Repozitorij:

Repository of School of Applied Mathematics and Computer Science

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku

Odjel za matematiku

Sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike

Dunja Ban

Decimalni brojevi

Diplomski rad

Osijek, 2021.

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku

Odjel za matematiku

Sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike

Dunja Ban

Decimalni brojevi

Diplomski rad

Mentorica: doc.dr.sc. Ljiljana Primorac Gajčić

Komentorica: doc.dr.sc. Ljerka Jukić Matić

Osijek, 2021.

Sadržaj

Uvod **2**

1 Decimalni brojevi **3**
1.1 Dekadski razlomci i decimalni brojevi 3
1.2 Modeli za dekadske razlomke 5
1.3 Decimalni zapis i izgovor 8
1.4 Uspoređivanje decimalnih brojeva 10
1.5 Računanje s decimalnim brojevima 13
1.5.1 Zbrajanje i oduzimanje decimalnih brojeva 13
1.5.2 Množenje decimalnih brojeva 17
1.5.3 Djeljenje decimalnih brojeva 20
1.6 Zaokruživanje decimalnih brojeva 22

2 Analiza udžbenika **23**
2.1 Analiza udžbenika *Matematika 5* 23
2.2 Analiza udžbenika *Matematika* 5 24
2.3 Analiza udžbenika *Matematički izazovi* 5 26
2.4 Analiza udžbenika *Matematika* 5 26
2.5 Zaključak analize 28

3 Testiranje na učenicima **29**
3.1 Rezultati 30
3.2 *Primjeri riješenih učeničkih testova* 30

4 Zaključak **36**

Literatura **37**

Sažetak **38**

Summary **39**

Životopis **40**

Uvod

U svakodnevnom životu učenici se susreću sa decimalnim brojevima i prije 5. razreda osnovne škole, od cijena pojedinih artikala, bodovanja u različitim sportovima npr. gimnastici, te prosjek ocjena kojeg znaju izračunati. Decimalni brojevi također su presudno važni u mnogim zanimanjima. Za medicinske sestre, farmaceute i arhitekte, jer preciznost utječe na sigurnost javnosti. Iako je pisanje i čitanje decimalnih brojeva svakodnevna potreba svakog pismenog čovjeka i dalje postoje problemi pri njihovoj primjeni.

Budući da se pokazalo kako učenici imaju veće poteškoće u razumijevanju decimalnih brojeva, upravo u ovom radu bavit ćemo se temom decimalnih brojeva, posebice o načinu kako bi ih trebalo obrađivati u školi, na koji način ih približiti učenicima, te koje su najčešće pogreške prilikom njihova korištenja. Na samom početku istaknuti ćemo vezu između razlomaka i decimalnih brojeva, te na modelima to prikazati. Govorit ćemo o zapisu decimalnog broja i naglašavati važnost razumijevanja mjesnih vrijednosti. Uspoređivat ćemo decimalne brojeve koristeći različite modele, a zatim navesti najčešće probleme koji se pojavljuju. Prikazat ćemo standardni algoritam za računanje s decimalnim brojevima, ali i drugačiji pristup koji se temelji na čvrstom razumijevanju mjesnih vrijednosti. Navest ćemo neke aktivnosti koje osim što će nastavu učiniti zanimljivijom i zabavnijom, učenicima će pomoći u boljem razumijevanju decimalnih brojeva. Provest ćemo analizu četiri hrvatska udžbenika, različitih godina izdanja, te na taj način uvidjeti mijenja li se način obrade decimalnih brojeva kroz godine. Na kraju ćemo provesti testiranje u dva peta razreda iz gradiva decimalni brojevi, te tako utvrditi što učenicima stvara najveći problem.

1 Decimalni brojevi

Decimalni brojevi u hrvatskim školama obrađuju se u petom razredu osnovne škole i to u drugom polugodištu. Najčešće, iako posljednja, ova cjelina je vrlo važna. Prije nje obrađuju se cjelina Prirodni brojevi, cjelina Djeljivost prirodnih brojeva, te cjelina Razlomci. Kako u matematici najčešće biva, sav sadržaj je povezan i nadovezuje se jedan na drugi, pa tako sve te tri cjeline moraju biti dobro svladane i razumljive kako učenici ne bi imali poteškoća u razumijevanju cjeline Decimalni brojevi. Zato je vrlo važno da učenici svladaju osnovne računske operacije s prirodnim brojevima, djeljivost prirodnih brojeva, odnos cjeline i dijela kod razlomaka, prikazivanje razlomaka na brojevnom pravcu, ali isto tako i uspoređivanje istih, jer će u suprotnom imati velike poteškoće u novoj cjelini. Koliko je ovo predznanje važno govori i to da se decimalni brojevi u svakom udžbeniku uvode na isti način, točnije cjelina Decimalni brojevi započinje dekadskim razlomcima, decimalnim zapisom dekadskih razlomaka, te decimalnim brojem, a nastavlja se osnovnim računskim operacijama s decimalnim brojevima kojima je osnova svega razumijevanje računskih operacija s prirodnim brojevima.

Važnost ove cjeline, a i svrha učenja, je da učenici shvate kako svijet razlomaka i svijet decimalnih brojeva nije drugačiji, već je u pitanju samo drugačiji zapis broja.
Iako simboli 3.74 i $3\frac{3}{4}$ predstavljaju istu količinu, naizgled se djeci čine poprilično drugačiji. No čak i odrasli imaju sklonost razmišljati o razlomcima kao o dijelovima cjeline (npr. tri četvrtine), a o decimalnim brojevima kao o vrijednostima ili brojevima (npr. težina). Kada učenicima kažemo da je 0.75 isto što i tri četvrtine, ovo može biti doista zbunjujuće za njih jer kako dva različita prikaza predstavljaju isto. Zbog toga je značajan cilj poduke o decimalnim brojevima i razlomačkim zapisima pomaganje učenicima da uvide vezu između njih.

1.1 Dekadski razlomci i decimalni brojevi

Decimalne brojeve uvodimo primjerima u kojima pokazujemo nepraktičnost mješovitih brojeva u svakodnevnom životu. Primjeri trebaju biti povezani sa masom, zapreminom, novcem, duljinom, površinom ...
Na sljedeća dva primjera prikazat ćemo nepraktičnost mješovitih brojeva, te kako mješoviti broj pretvoriti u decimalni broj.

Primjer 1.1.1. *Ana je kupila žvakaće gume u trgovini. Cijena žvakaćih guma je* $4\frac{4}{5}$ *kune. Koliko novca Ana mora dati u kunama i lipama bez da joj blagajnica vrati ostatak?*

$$4\frac{4}{5}kn = 4\frac{80}{100}kn = 4 \text{ kn i } 80 \text{ lipa.}$$

Primjer 1.1.2. *Teta Sanja radi kolač. U receptu joj piše da treba staviti $\frac{6}{5}$ litara mlijeka. Koliko litara i decilitara mlijeka treba staviti da bi kolač uspio?*

$$\frac{6}{5}l = \frac{12}{10}l = 1 \text{ l i } 2 \text{ dcl.}$$

Primjeri i mjerne jedinice koji služe kao motivacija za uvođenje decimalnih brojeva služe za ilustraciju dekadskih razlomaka. Također i slikovni modeli koji se koriste za uvođenje decimalnih brojeva trebaju omogućiti prikaz desetina, stotina, tisućina kako bi se dekadski razlomak npr. $\frac{1}{10}$ mogao zamijeniti sa drugačijim zapisom 0.1.

Definicija 1.1.1. *Dekadski/decimalni razlomci oni su razlomci kojima je nazivnik jedan od brojeva 1,10,100,1000 ...*

$$\frac{1}{10}, \frac{7}{100}, \frac{54}{1000}.$$

Svaki se dekadski razlomak može zapisati kao decimalni broj.

Definicija 1.1.2. *Decimalni broj jest broj koji ima decimalni zapis.*

Definicija 1.1.3. *Decimalni zapis jest način zapisivanja decimalnog razlomka pri čemu decimalna točka razdvaja dekadski i decimalni dio na način kako je prikazano.*

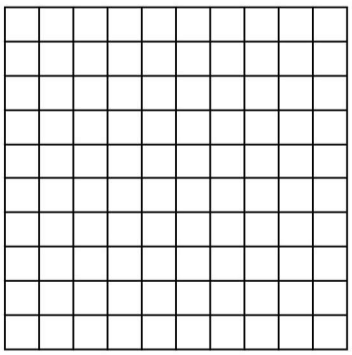
Slika 1: Decimalni zapis broja.

Učenici moraju znati da decimalna točka označava mjesto mjesnih vrijednosti jedinica. Zbog toga se na kalkulatoru, kada postoji odgovor s cijelim brojem, ne pojavljuje decimalna točka. Na zaslonu će se prikazati decimalna točka samo kada treba identificirati mjesto jedinice. Decimalna točka stavlja se između dva položaja uz uvjet da mjesna vrijednost ulijevo od decimalne točke predstavlja položaj jedinica ili jediničnu vrijednost. Decimalni zapis 0 na mjestu jedinica, poput 0.60, prihvaćen je način pisanja dekadskih razlomaka. Ovo je dogovor i način da se pokaže da je broj manji od 1.

Napomena 1. *Dok se u drugim europskim zemljama cijeli i decimalni dio decimalnog broja odvaja decimalnim zarezom, u našim udžbenicima iz matematike umjesto decimalnog zareza rabi se decimalna točka, dok se u udžbenicima drugih nastavnih predmeta, kao npr. fizika, rabi decimalni zarez. Isto tako i u svakodnevnim životima učenici susreću samo takav zapis (cijene pojedinih artikala, računi, zakonski tekstovi...)(Vuković,* 2012.*).*

1.2 Modeli za dekadske razlomke

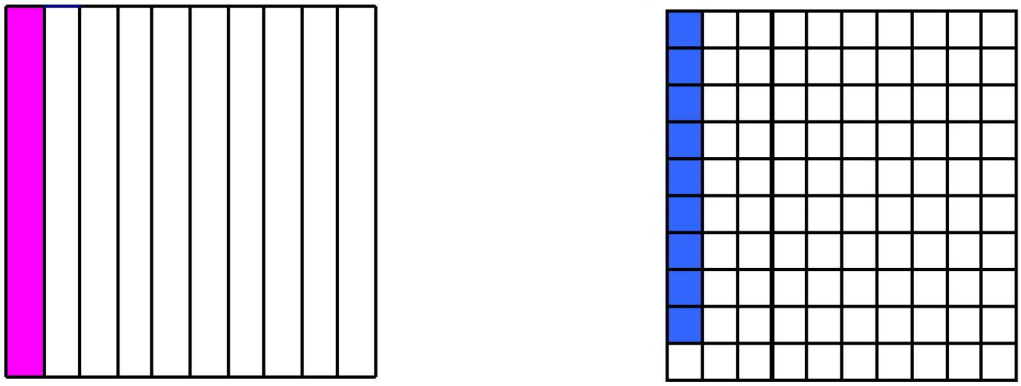
Korištenjem vizualnih modela za dekadske razlomke osiguravamo bolje razumijevanje sadržaja kod učenika jer poznato je da učenici bolje shvaćaju i razumiju gradivo kada si to vizualno mogu predočiti.
Prvi model je *jedinični kvadrat* podijeljen na kvadratiće (10 redaka i 10 stupaca = 100 kvadratića) koji omogućuje prikaz desetina i stotina. Svaki takav kvadrat smatrat ćemo jednom cjelinom.



Slika 2: Jedinični kvadrat 10×10.

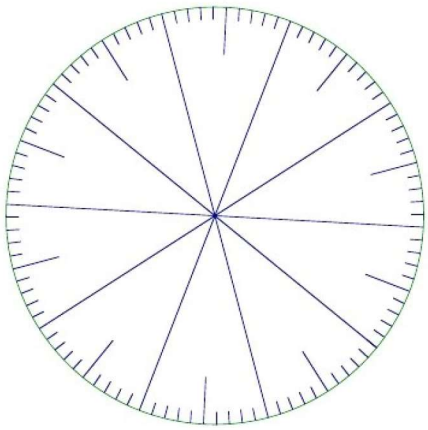
Učenici sjenčaju razlomačke dijelove. Svaka traka predstavlja jednu desetinu, a svaki kvadratić jednu stotinu.

$$\frac{1}{10} = 0.1 \qquad \frac{9}{100} = 0.09$$

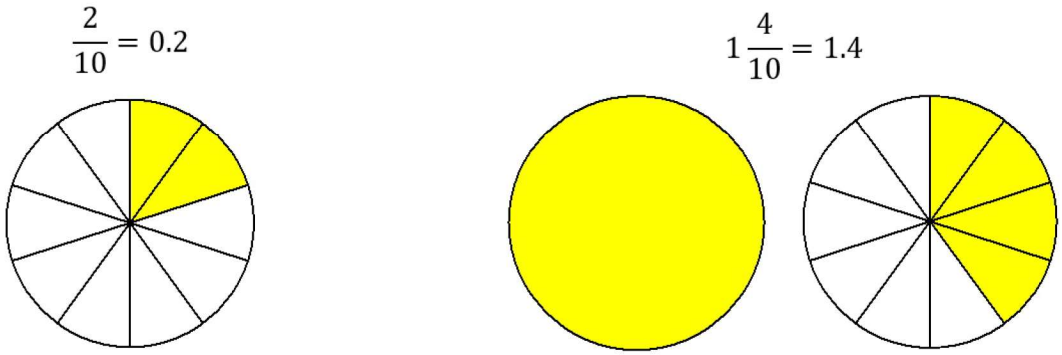


Slika 3: Prikaz razlomaka i decimalnih brojeva korištenjem kvadrata 10 x 10.

Drugi model je *decimalni krug* koji je također koristan za prikazivanje desetina i stotina. Označen je sa 100 jednakih intervala na opsegu, pri čemu je vidljivo da je podijeljen na desetine.



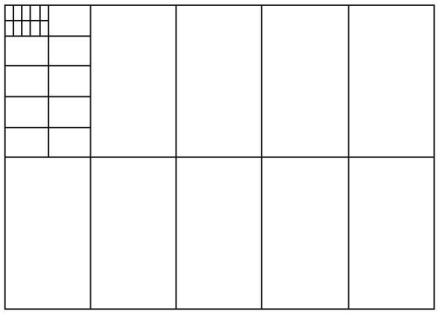
Slika 4: Decimalni krug.



Slika 5: Prikaz razlomaka i decimalnih brojeva korištenjem decimalnog kruga.

Također ovaj model učenicima je već donekle poznat jer su se u cjelini Razlomci služili krugom pri prikazivanju razlomaka, odnosno krug je predstavljao cjelinu, te bi ga učenici razdijelili na onoliko jednakih dijelova koliko iznosi nazivnik te osjenčali onoliko dijelova koliko iznosi brojnik razlomaka kako bi prikazali traženi razlomak.

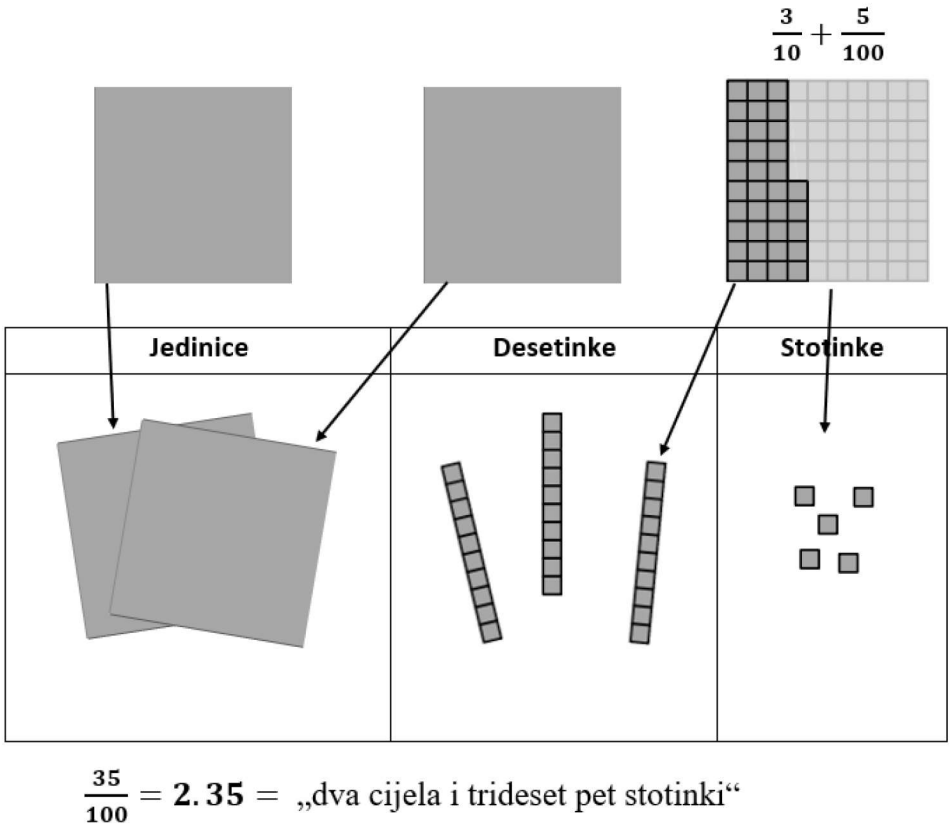
Sljedeći model su *decimati*, tj. pravokutnici koji su podijeljeni vodoravno u dva reda i pet stupaca jednake površine.



Slika 6: Decimati.

Ako se cijeli list smatra jedinicom, gornjom podjelom stvaraju se desetine. Jedan od manjih pravokutnika se dalje dijeli na 10 manjih (u dva stupca i pet redaka). Na taj način dobivamo stotine. Daljnjom podjelom stotine u dva stupca sa pet redaka nastaju tisućine. Može se napraviti još jedna podjela na desettisućine. Na ovom modelu mogu se prikazati decimalni brojevi do trećeg ili četvrtog decimalnog mjesta. Kontinuirano grupiranje pravokutnika i razdvajanje (linije za preciznost) naglašavaju povezanost sa pozicijskom sustavom. Materijal se može koristiti ne samo za aktiviranje osnovnih pojmova decimalnih brojeva, već i za grafičko proširivanje, skraćivanje, dodavanje i oduzimanje tih brojeva.

Metarski štap jedan je od najboljih modela duljina dekadskih razlomaka. Svaki decimetar je desetina cijelog štapa, svaki centimetar stotina, a svaki milimetar tisućina. Za stotine je također koristan i svaki prazan brojevni pravac podijeljen na 100 dijelova. Prazan brojevni pravac, poput onog koji se koristi u računanju prirodnih brojeva, također je koristan za pomoć učenicima pri usporedbi decimala i razmišljanju o mjerilu i mjesnoj vrijednosti. Nakon što su im dana dva ili više decimalna broja, učenici mogu upotrijebiti prazan brojevni pravac za smještanje vrijednosti, otkrivajući ono što znaju o veličini tih decimalnih brojeva koristeći nulu, jednu polovinu, jedan, druge cijele brojeve, ili druge decimalne vrijednosti kao mjerila. Također uz sjenčanje i zapis dekadskog razlomka od učenika možemo zahtijevati i decimalni zapis. Veliki brojevni pravac rastegnut preko zida ili na podu može biti izvrstan alat za istraživanje decimala.



Slika 7: Pretvorba razlomka u decimalni broj korištenjem fizičkih modela.

Sljedeći primjeri zadataka i aktivnosti korisni su kako bi uvidjeli učeničko razumijevanje dekadskih razlomaka i decimalnih brojeva:

- Zamolite učenike da predstave dva decimalna broja, kao što su 0.5 i 0.05, koristeći se višestrukim prikazima: praznom brojevnom crtom i mrežom površine 10×10.
  Ako učenici imaju znatno većih poteškoća s jednim modelom u odnosu na drugi, to može značiti da nisu razvili potpuno konceptualno razumijevanje dekadskih ralomaka.

- Dopuni tablicu:

Razlomak	**Decimalni broj**
$\frac{17}{100}$	
	0.08
	2.65

- Aktivnost 1.
  Učenicima dajte poznat razlomak (npr. $\frac{3}{5}$) koji trebaju pretvoriti u decimalni broj. Zamolite učenike da osjenčaju kvadratiće jediničnog kvadrata površine 10×10 kako bi ilustrirali tu vrijednost. S obzirom na udio koji su osjenčali zamolite učenike da napišu ekvivalent decimalnim brojem. Za učenike s poteškoćama u učenju pripremite nekoliko 10×10 već osjenčanih rešetki s različitim razlomcima i zamolite učenika da pronađe rešetku koja pokazuje $\frac{1}{2}$.

1.3 Decimalni zapis i izgovor

Decimalni brojevi zadržavaju sljedeća svojstva u odnosu na prirodne brojeve:

- Mjesne vrijednosti su fiksne.
- Lijeva vrijednost je uvijek 10 puta veća od razmatranog dijela, a desna vrijednost je desetina, tj. deset puta manja.
- Nule u sredini broja označavaju prazna mjesta.
- Na poziciji mjesne vrijednosti jedinice uvijek stoji neka znamenka (može biti i 0).

Sljedeća svojstva su nova:

- Jedinica (broj na toj mjesnoj vrijednosti) se može (dodatno) razdvojiti.
- Jedinica (broj na toj mjesnoj vrijednosti) ne odgovara zadnjoj znamenki desno u zapisu, već je prva znamenka prije točke.
- Broj može započeti nulama (ako je manji od 1).

- Broj znamenki iza točke ne određuje veličinu broja.
- Dodane krajnje nule s desne strane decimalne točke ne mijenjaju veličinu broja.

Nastavnici čitaju i izgovaraju decimalne brojeve na načine koji podržavaju učenikovo razumijevanje i veze do razlomačkog zapisa. Uvijek treba čitati i izgovarati „pet cijelih i dvije desetinke“ umjesto „pet točka dva“. Korištenje terminologije poput riječi „točka“ rezultira prekidom veze s postojećim razlomačkim dijelom koji postoji u svakom decimalnom broju. Ova razina preciznosti u jeziku pružit će učenicima priliku čuti veze između decimalnih brojeva i razlomaka, tako da kad oni čuju „dvije desetine" misle i na 0.2 i na $\frac{2}{10}$.

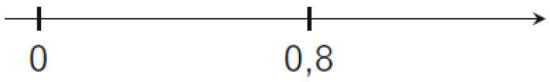
Isto tako izgovor broja 2.78 kao dva cijelih sedamdeset osam potiče stvaranje zabluda i pogrešaka kod poimanja decimalnog broja; decimalni broj se ne shvaća kao jedan broj nego kao dva prirodna broja odvojena decimalnom točkom. Broj 2.78 uvijek treba čitati kao dva cijela i sedamdeset i osam stotinki.

Ako učenik nije svjestan da je pozicija znamenke važna, on neće izgraditi koncept održivog decimalnog broja. Pravilno izgovaranje decimalnih znamenki je nužna, ali ne i dovoljna potpora u tom procesu. No pravilno izgovaranje i čitanje decimalnih brojeva je značajan korak u izgradnji koncepta decimalnih brojeva.

Istraživanja pokazuju da učenici često ne razumiju odnose mjesnih vrijednosti u decimalnom broju. U jednoj studiji učenici su trebali odrediti koji broj dolazi na mjesto oznake x: $24.13 = 20 + 4 + 0.1 + x$. Najčešći odgovor bio je 0.12, i tu grešku je učinilo više od 40% ispitanih učenika. To također pokazuje i nerazumijevanje decimalnog broja i mjesnih vrijednosti. Zbog toga je važno vježbati i čitanje i zapisivanje decimalnih brojeva, jer ako učenici dobro znaju jedno od toga, to ne povlači dobro snalaženje u drugome.

Mogući dijagnostički zadaci su:

- Koliko jedinica je 300 desetinki?
- Kako se može pročitati broj 0.291?
- Zamislite (prikažite) decimalne brojeve: 13 tisućinki i 12 stotinki. Kako oni mogu biti zapisani?
- Gdje stoji jedinica na slici ispod?



Istraživanja pokazuju da je rad s greškama koristan za sve učenike. Pogledajmo primjer takve aktivnosti:

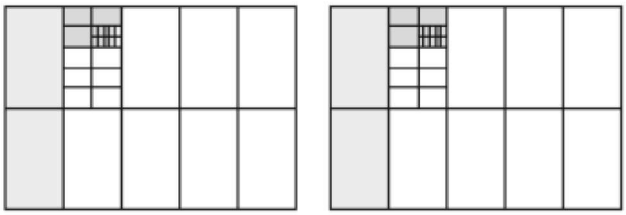
Primjer 1.3.1. *Lea je pročitala brojeve iz tablice i zapisala ih u decimalnom obliku:*

S	D	J	d	s	t	*Lein zapis*
			5			0.05
		1	2	4		124
	1	0	0	3		13
				1	3	0.013
			4	0	0	0.4

S čim se ne slažeš? Objasni Lei gdje je pogriješila.

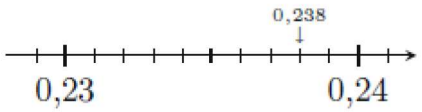
1.4 Uspoređivanje decimalnih brojeva

Prvo uspoređujemo koristeći različite modele kao što su jedinični kvadrat ili decimat.



0.238 0.24

Uspoređivanje prikazujemo i na pravcu.



Možemo uspoređivati i koristeći tablicu mjesnih vrijednosti.

J	d	s	t
0	2	3	8

J	d	s	t
0	2	4	

Vrijednosti se uspoređuju (kao i u slučaju prirodnih brojeva) silaznim redoslijedom: jedinice su jednake, desetinka također, no 0.24 ima veću stotinku nego 0.238. Tisućinku više ne treba uspoređivati. Koristeći različite prikaze dolazimo do zaključka: $0.238 < 0.24$.

Mogući problemi:
Problemi nastaju kad učenik nema dovoljno razvijen pojam decimalnog broja, pogotovo kad ne razumije značenje mjesne vrijednosti. Česte zablude:

(1) Više decimalnih mjesta znači veće brojeve.

(2) Više decimalnih mjesta znači manji broj.

(3) Strategija nule.

Ove kategorije pogrešaka opisane su u nastavku konkretnim opisom strategije i temeljnih zabluda.

Dulje-je-veće-strategija: Poseban fokus za pogrešnu strategiju (1) leži u primjeni istih pravila uspoređivanja koja vrijede i kod prirodnih brojeva: veći broj znamenki znači veći broj. Međutim, decimalni brojevi se ne mogu uspoređivati na temelju broja znamenki.

- Strategija razdvajanja točkom (RT): decimalni dio interpretira se kao dva prirodna broja odvojena točkom. Prema toj strategiji, $3.76 > 3.9$, jer $76 > 9$.

- Strategija bez točke (KK): zanemaruje se točka koja označava početak decimalnog dijela. Što se više brojeva pojavi, broj je veći. Ova strategija je održiva kod prirodnih brojeva, ali ne i kod decimalnih jer npr. $2.3 > 2.0004$.

Ponekad se ove pogrešne strategije nadopunjuju strategijom nule. Nule nakon decimalne točke pokazatelj su da je broj mali. Dakle, uz pretpostavku $0.3 < 0.29$ (strategija RT), strategija nule bi bila $0.03 < 0.3$. Učenici znaju da decimalni brojevi s nulom nakon točke imaju malenu vrijednost. Uspoređujući samo dva decimalna broja, kao u primjeru $0.03 < 0.3$, strategija nule jača i ukorjenjuje se kao zabluda.

Dulje-je-manje-strategija: Prema ovoj strategiji, $0.375 < 0.25$, jer decimalni dio ima više decimala pa je broj manji. Stoga, veći su oni decimalni brojevi s manje decimala. Ovo je posljedica pretjerane generalizacije ispravnog zaključka, jer su tisućinke manje od stotinki. Međutim, kao i kod razlomaka, za brojčanu usporedbu treba uzeti u obzir i brojnik i nazivnik.

Osnova za dulje-je-manje strategiju:

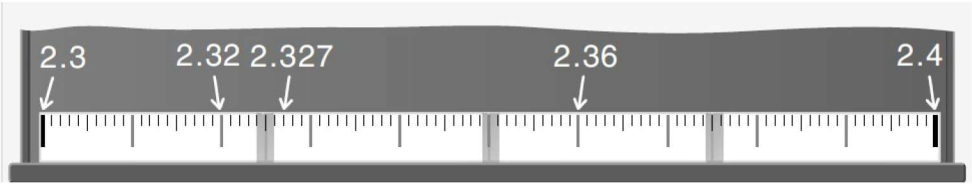
- Fokus na decimalnom dijelu: Učenici znaju mjesnu vrijednost i koju ona veličinu to predstavlja. Međutim, ne obraćaju pažnju na dekadski dio (lijevo od decimalne točke) u tumačenju: 2.6 ima 6 desetinki, 2.73 ima 73 stotinke. Budući da su stotinke manje od desetinke, mora vrijediti $2.73 < 2.6$.

- Recipročno razmišljanje: decimalna točka se shvaća kao vrsta djelomične razlomačke crte. Što je broj iza decimalne točke veći, to je čitav decimalni broj manji (analogija s razlomcima koji imaju veliki brojnik). Prema tom zaključivanju vrijedi $2.73 < 2.6$, jer $\frac{1}{73} < \frac{1}{6}$.

- Razmišljanje u negativnom smjeru: decimalni dio broja tumači se kao udaljenost od nule s negativnim predznakom (npr. $0.3 < 0.2$). Što je decimalni dio veći, tj. udaljeniji

od nule, to je broj manji. U jednom istraživanju koje su proveli Steinle i Stacye gotovo 10% djece navodi se da je 0 veća od 0.6 ili 0.22 ili 0.134.

S vremenom učenja dulje-je-veće strategija slabi, dok dulje-je-manje strategija postaje sve čvršća.
Sve ove uobičajene pogreške odražavaju nedostatak konceptualnog razumijevanja decimalnih brojeva.
Isto tako kad učenici vide samo decimalne brojeve zaokružene na dvije decimale, to može ojačati osjećaj da ne postoje brojevi između 2.37 i 2.38. Međutim, važan je koncept da između bilo koja dva broja uvijek postoji neki drugi broj. Pronalaženje decimalnog broja koji se nalazi između bilo koja dva decimalna broja zahtijeva da učenici razumiju svojstvo gustoće decimalnih brojeva.



Slika 8: Decimalni brojevi na praznoj brojevnoj crti.

Korištenjem linearnog modela učenici uviđaju da se između bilo koja dva decimalna broja uvijek može naći još jedan decimalni broj. Sljedeći primjer aktivnosti je zbog toga vrlo korisna kako bi se uvidjelo koju pogrešku, od gore navedenih, učenik radi, te kako bi ga se moglo ispraviti.

Primjer 1.4.1. *Pripremite popis od četiri ili pet decimalnih brojeva koje bi učenicima bilo izazovno poredati između dva uzastopna cijela broja. Prvo, neka učenici predvide redoslijed brojeva, od najmanjeg do najvećeg. Zatim, zahtijevajte od učenika da koriste model po svom izboru kako bi argumentirali poredak (npr. prazna brojevna crta, prikazana na slici 8.). Dok se učenici bore s prikazivanjem brojeva modelom zasigurno će se suočiti s idejom o tome koje znamenke najviše doprinose veličini decimalnog broja. Za učenike koji se muče, neke eksplicitne upute mogu biti korisne. Napišite jedan decimalni broj na ploču – na primjer,* 3.0917. *Počnite s cijelim brojevima: „Je li bliže* 3 *ili* 4*?“. Zatim prijeđite na desetinke: „Je li bliže* 3.0 *ili* 3.1*?“. Ponovite sa stotinkama i tisućinkama. Pri svakom odgovoru tražite od učenika da argumentiraju svoj izbor upotrebom modela ili drugog konceptualnog objašnjenja.*

Zbunjenost oko svojstva gustoće decimalnih brojeva također se odvija kada učenici pokušavaju pronaći najbliži decimalni broj. Mnogo puta kad učenici trebaju naći koji je decimalni broj bliži danom decimalnom broju, učenici pomisle da su desetinke usporedive s desetinkama i da između njih nema stotinki. Kad ih se pita koji je decimalni broj bliži 0.19 broj 0.2 ili 0.21, učenici odabiru 0.21 (zanemarujući decimalnu točku). Također, nisu sigurni je li 0.513 blizu 0.51. Oni također često smatraju da je 0.3 blizu 0.4, ali daleko od 0.31784.

1.5 Računanje s decimalnim brojevima

Osnovne računske operacije koje će učenici naučiti u ovoj temi su zbrajanje i oduzimanje decimalnih brojeva, množenje decimalnih brojeva dekadskim jedinicama, dijeljenje dekadskih brojeva dekadskim jedinicama, zatim množenje i dijeljenje decimalnih brojeva decimalnim brojem, kao i množenje i dijeljenje decimalnih brojeva prirodnim brojem. Razumijevanje ovih računskih operacija vrlo je važno jer osim što će učenicima to biti potrebno za daljnje obrazovanje, koristit će im i u svakodnevnim životnim obavezama npr. pri kupnji namirnica u trgovini. Iako hrvatski udžbenici iz matematike za peti razred osnovne škole i dalje ističu pravila po kojima se sve te navedene operacije izvode, određeni postupci nisu uvijek potrebni ako se računanje temelji na čvrstom razumijevanju mjesne vrijednosti i povezanosti između decimalnih brojeva i razlomaka. Pristup strategijama i metodama računanja za prirodne brojeve već se više od dva desetljeća paradigmatski mijenja od pisanih do polu-pisanih metoda. Dok pisane metode računanja podržavaju izolirano razmatranje mjesnih vrijednosti brojeva koji se zbrajaju, u polu-pisanim metodama podržava se mentalno računanje. U matematičkoj edukaciji sada postoji konsenzus da je razumijevanje računskih operacija i njihovo djelovanje na brojeve važnije od "recepata" za točne rezultate.

1.5.1 Zbrajanje i oduzimanje decimalnih brojeva

Prije samog računanja tj. zbrajanja i oduzimanja, s učenicima možemo proći primjere zadataka u kojima bi oni trebali procijeniti intervale kojima će pripadati točan rezultat. Učenici bi trebali postati vješti u procjeni decimalnih izračunavanja prije nego što nauče računati pomoću standardnog algoritma. Takvim pristupom osiguravamo razumijevanje, a ne izravno primjenjivanje pravila. U sljedećem jednostavnom primjeru od učenika zahtijevamo da procijene sljedeće izračune:

1. $4.907 + 123.01 + 56.1234$
2. $459.8 - 12.345$
3. $515.67 + 3.59$
4. $0.607 + 0.18$

Njihova bi procjena mogla biti:

1. Između 175 i 200.
2. Više od 400, odnosno između 425 i 450.
3. Više od 515, manje od 520
4. Blizu 0.8.

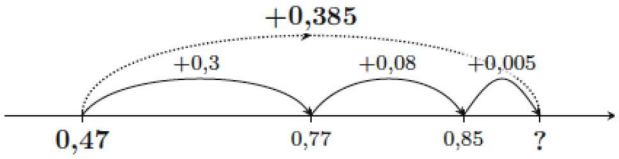
U ovim primjerima, razumijevanje decimalnog zapisa i osnovne vještine procjene cijelih brojeva (npr. mjesne vrijednosti ispred-iza, zaokruživanje) mogu dati razumne procjene. Kad potičemo učenike da procjenjuju, nećemo se koristiti krutim pravilima; umjesto toga usredotočiti ćemo se na veličinu brojeva i na operacije, te na korištenje različitih strategija. Tek nakon što procijenimo rezultat možemo započeti s računanjem.

Primjer 1.5.1. *Maria i Ana izmjerile su vlastito trčanje* 400 *metara štopericom. Maria kaže da je* 400 *metara pretrčala za* 74.5 *sekundi. Ana je bila preciznija u određivanju vremena, rekavši da je* 400 *metara pretrčala za* 81.34 *sekunde. Koja je brže otrčala i koliko je bila brža?*

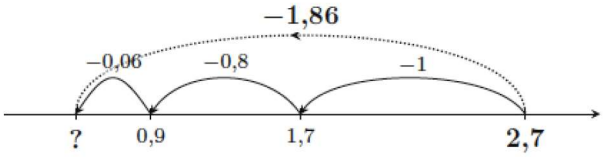
Učenici koji razumiju decimalni zapis trebali bi znati otprilike reći koja je razlika – blizu 7 sekundi. Tada bi ih trebalo izazvati da shvate točnu razliku koristeći se raznim strategijama. Procjena će im pomoći da izbjegnu uobičajenu pogrešku potpisivanja broja 5 ispod broja 4. Umjesto toga, učenici mogu primijetiti da je 74.5 i 7 daju 81.5, zatim shvatiti koliko je to više (0.16) i oduzeti taj višak da bi dobili razliku od 6.34. Ostali učenici mogu računati od 74.5 dodavanjem 0.5, što je jednako 75, a zatim dodati još 6 sekundi da bi došli do 81 te napokon dodati preostalih 0.34 sekunde.

Slični problemi u priči po pitanju zbrajanja i oduzimanja pomoći će razviti razumijevanje učenika.
Zbrajanje/oduzimanje decimalnih brojeva također možemo prikazati:

- pomoću pravca
  Zbrajanje:

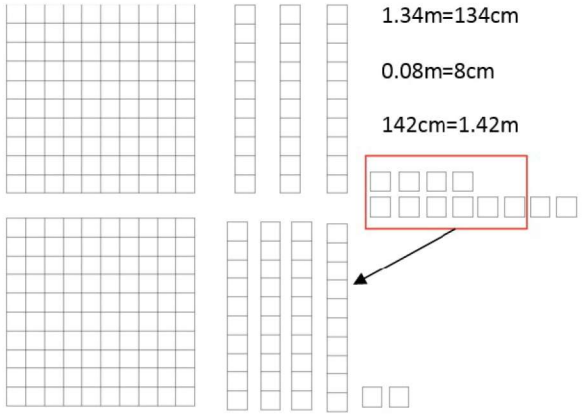


  Oduzimanje:



- na modelu jediničnog kvadrata

  Primjer 1.5.2. *Na početku petog razreda Iva je bila visoka* 1.34 *m. Tijekom školske godine narasla je* 0.08 *m. Koliko je Iva bila visoka na kraju školske godine?*



- pomoću tablice mjesnih vrijednosti

J	d	s	t
5	4	6	3
+ 0	2	5	
5	6	11	3
5	7	1	3

- pomoću modela novca

- računanjem u najmanjoj mjesnoj vrijednosti

$$\begin{array}{ccccc} 3{,}45 & - & 2{,}638 & = & 0{,}812 \\ \downarrow \cdot 1000 & & \downarrow \cdot 1000 & & \uparrow : 1000 \\ 3450 & - & 2638 & = & 812 \end{array}$$

Pribrojnici ili umanjenik i umanjitelj se množe potencijom broja deset (ovdje: 1000*) tako da dobijemo prirodne brojeve. Oni se zbrajaju ili oduzimaju. Rezultat (zbroj ili razlika) se dijeli tada s* 1000*; tj. množenje se obrne.*

Mogući problemi:
Često se koriste pogrešne strategije koje se rabe pri oduzimanju prirodnih brojeva: $9.2 - 4.8 = 5.6$. Ova strategija može se opisati kao *komutativnost kod oduzimanja.* Na svim mjestima se izračunava (apsolutna) razlika većih i manjih brojeva - bez obzira na to je li to umanjenik ili umanjitelj. Pogledajmo sljedeće greške:

$$5.6 - 2.84 = 2.84$$

$$5.8 - 3.47 = 2.47$$

$$0.4 - 0.275 = 0.275$$

U tim zadacima umanjitelj ima više decimalnih mjesta nego umanjenik. Strategija u opisanim zadacima može biti da se zajedničke vrijednosti oduzmu ispravno i da se usvoji *nadbroj* ili da se izračuna *minus nula.*
Strategija razdvajanje točkom daje točne rezultate u nekim slučajevima poput $2.47 + 1.38$. Čak i zadaci poput $5.2 + 4$ često se ispravno rješavaju tom strategijom. Glavna pogrešna strategija kod zbrajanja jest da se prirodni broj interpretira kao *broj iza točke* i izračunava se $0.3 + 6 = 0.9$ ili $0.45 + 7 = 0.52$. Ta strategija također se javlja i kod oduzimanja.

Dijagnostički zadaci za zbrajanje i oduzimanje decimalnih brojeva trebali bi u načelu ispitati dvije dimenzije:

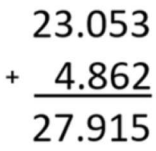
(1) Osnovne ideje operacija - različiti prikazi

- U zelenoj bočici je 0.6 l limunade, što je 0.33 l manje nego u crvenoj. Koliko je limunade u crvenoj boci?
- Smislite prikladnu priču za račun $0.43 + 0.37$ i za 0.8 - 0.76.

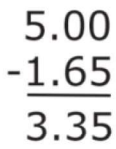
(2) Razumijevanje i korištenje operacija:

- Kako računaš $0.99 + 2.98$? Možeš li to pokazati na brojevnom pravcu?
- Kako računaš $5.7 - 2.99$ i $0.46 + 0.9$ (prikaži i grafički)?

Poznato pravilo za pisano zbrajanje/oduzimanje decimalnih brojeva (pri čemu moramo paziti na mjesne vrijednosti) :



"Dva decimalna broja pisano zbrajamo tako da ih pišemo jedan ispod drugoga, i to tako da decimalna točka bude ispod decimalne točke. Time će svako dekadsko i decimalno mjesto jednoga broja doći ispod dekadskoga i decimalnoga mjesta drugoga broja. Zatim decimalne brojeve zbrajamo kao i prirodne brojeve. Decimalnu točku zbroja zapisujemo točno ispod decimalnih točaka pribrojnika."



"Dva decimalna broja pisano oduzimamo tako da ih potpišemo jedan ispod drugoga, i to tako da decimalna točka bude ispod decimalne točke. Time je svako dekadsko i decimalno mjesto ispod istovrsnoga dekadskog i decimalnog mjesta. Zatim decimalne brojeve oduzimamo kao i prirodne brojeve. Decimalnu točku razlike zapisujemo točno ispod decimalnih točaka brojeva koje oduzimamo."

Zaključujemo da se decimalni brojevi zbrajaju i oduzimaju na isti način kao prirodni, pri tome moramo paziti na potpisivanje. Isto tako potrebno je naglasiti ono što smo već na početku naglasili da dodavanjem nula s desne strane decimalnog broja ne mijenjamo broj, dok to čineći kod prirodnih brojeva broj se mijenja.

1.5.2 Množenje decimalnih brojeva

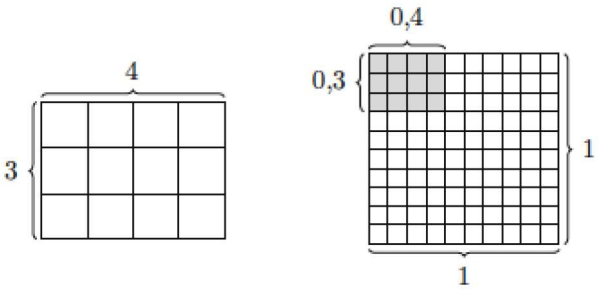
Množenje decimalnih brojeva uglavnom je slabo razumljivo. Učenici (i odrasli) „slijepo“ broje koliko decimalnih mjesta imaju u zadatku da bi odlučili gdje će decimalna točka biti smještena u odgovoru. Često se slabo pokušava vrednovati razumnost odgovora. Učenici moraju znati koristiti konkretne modele ili crteže, odabrati strategije na temelju mjesne vrijednosti i svojstava operacija, te argumentirati korišteno razmišljanje. Procjena je opet ključna za izgradnju tog razumijevanja jer igra značajnu ulogu u razvoju algoritma množenja.

Primjer 1.5.3. *Farmer svaki vrč napuni s* 3.7 *litara mlijeka. Ako kupite* 4 *vrča, koliko je to litara mlijeka?*

Učenike treba pitati „Je li to više od 12 litara? Koliko bi to najviše moglo biti?“. Kada procjenjuju rezultat, pustite učenike da koriste vlastite metode za utvrđivanje točnog odgovora (na temelju mjesne vrijednosti i svojstava). Jedna od strategija može biti udvostručavanje 3.7 (što je jednako 7.4), pa ponovnim udvostručivanje dobiti odgovor. Druga je strategija pomnožiti 3×4, a zatim zbrajati 0.7 četiri puta. Na kraju će se učenici dogovoriti o točnom rezultatu od 14.8 litara.

Model pravokutnika posebno je pogodan za razvijanje osnovne ideje (GV) množenja decimalnih brojeva:

- Oba faktora označavaju duljine susjednih stranice pravokutnika. Produkt je površina pravokutnika.



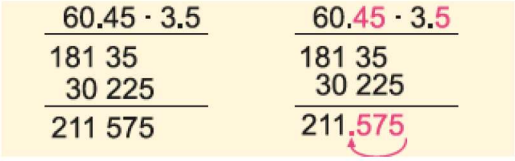
Slika 9: Prikaz množenja decimalnih brojeva na modelu pravokutnika.

Kod obrade množenja vrlo važno je ići postepeno. Prvi korak je množenje decimalnog broja s potencijom broja 10 (dekadskom jedinicom) pomicanjem decimalne točke:

- Koliko je $450 \cdot 10$? $45 \cdot 10$? a koliko bi bilo $4.5 \cdot 10$?
- Koliko je $450 \cdot 100$? $45 \cdot 100$? a koliko bi bilo $4.5 \cdot 100$?

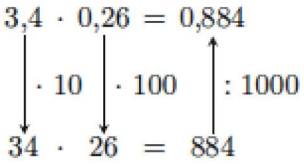
Nakon što učenici to shvate krećemo na množenje decimalnog broja decimalnim brojem. Učenicima možemo ponuditi da izračunaju $24 \cdot 63$. Zatim, koristeći samo rezultat tog izračuna i procjene, neka odgovore koliko je $0.24 \cdot 6.3$, $24 \cdot 0.63$, $2.4 \cdot 63$ i $0.24 \cdot 0.63$. Za svaki izračun učenici bi trebali napisati obrazloženje za svoje odgovore, tj. zašto su tako postavili decimalnu točku. Na primjer, u prvom bi zadatku učenik mogao reći da je 0.24 blizu jedne četvrtine, a jedna četvrtina broja 6 manje je od 2, tako da odgovor mora biti 1.512. Drugi način je pretvaranje decimalnih brojeva u njihove razlomačke ekvivalente. Dakle, ako množimo $0.24 \cdot 6.3$, to je isto kao $\frac{24}{100} \cdot \frac{63}{10}$. Kad ih se pomnoži, dobije se $\frac{1512}{1000}$, koji pretvoren u decimalni broj je 1.512, što odgovara pomicanju decimalne točke tri decimalna mjesta ulijevo.

Nakon osnovnih ideja i procjene slijedi množenje pomoću tablice mjesnih vrijednosti (pisano množenje – poput množenja prirodnih brojeva; pomicanje decimalne točke za određeni broj decimalnih mjesta).



Slika 10: Prikaz pisanog množenja.

Jedna od strategija množenja decimalnog broja decimalnim brojem može biti i množenje u najmanjoj mjesnoj vrijednosti:



Slika 11: Prikaz množenja u najmanjoj mjesnoj vrijednosti.

Kao i kod zbrajanja i oduzimanja, tako i kod množenja postoje problemi prilikom računanja.

- Česta je pogrešna zabluda da množenje uvijek povećava rezultat. Ispravno korištenje kalkulatora može spriječiti zabludu "Množenje uvijek povećava". Središnji cilj učenja decimalnih brojeva može se smatrati i sigurna uporaba tehničkih pomagala.

- Pogrešna strategija razdvajanje tokom identificiranja je u jednom istraživanju provedena na 1010 učenika. Učenici su dobili zadatke prikazane u prvom stupcu tablice ispod, a njihovi rezultati dani su u drugom stupcu. Treći stupac sadrži moguća objašnjenja pogrešaka.

Zadatak		Učestalost	Moguće objašnjenje
$0.2 \cdot 0.3$	0.6	38%	$0 \cdot 0 = 0$ i $2 \cdot 3 = 6$
$0.8 \cdot 0.11$	0.88	42%	$0 \cdot 0 = 0$ i $8 \cdot 11 = 88$
$0.4 \cdot 0.05$	0.2	31%	$0 \cdot 0 = 0$ i $4 \cdot 5 = 20$
$6 \cdot 0.4$	0.24		$6 \cdot 0 = 0$ i $6 \cdot 4 = 24$

- Množenje potencijom broja 10 (dekadskom jedinicom) predstavlja osnovu razumijevanja mjesnih vrijednosti. To je važno ne samo za množenje decimalnih brojeva, već i za razumijevanje samog pojma decimalnog broja. Vrlo je problematično ako učenik nije savladao množenje decimalnog broja dekadskom jedinicom. Primjerice ukoliko množi $2.3 \cdot 10 = 2.30$.

Mogući dijagnostički zadatci:

(1) Kako ovise stotinke i desetinke jedne o drugima?

(2) Kako se može zapisati ili prikazati 100 desetinki?

(3) Koliko iznosi 6 stotinki puta 10?

(4) Koliko iznosi $0.04 \cdot 10 = ?$ Objasnite na decimatu, na modelu pravokutnika ili u tablici mjesnih vrijednosti (pisano množenje).

(5) Prikaži $0.4 \cdot 0.5$.

(6) Kako računaš $0.4 \cdot 0.04$?

Također, učenicima treba nuditi aktivnosti u kojima trebaju naći pogrešku i objasniti zašto je nešto pogrešno. Učinkovitost ovih metoda dokazana je i emprijski.

Primjer 1.5.4. *Neki od zadataka nisu točno riješeni. Potraži grešku:*

$$\begin{aligned} &a)\ 0.005 \cdot 8 = 0.040; \\ &b)\ 0.005 \cdot 8 = 0.04; \\ &c)\ 0.005 \cdot 8 = 0.40. \end{aligned} \tag{1}$$

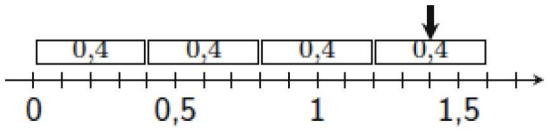
1.5.3 Djeljenje decimalnih brojeva

Dijeljenju se može pristupiti na način koji je u potpunosti paralelan množenju. Čak štoviše, najbolji pristup procjeni dijeljenja uglavnom dolazi iz razmišljanja o množenju, a ne dijeljenju. Razmotrimo sljedeći zadatak:

Primjer 1.5.5. *Napravite procjenu zadatka* $45.7 : 1.83$.

Da bismo procijenili ovaj količnik, razmislimo koji broj pomnožen s 1.83 daje rezultat blizu 46. Hoće li odgovor biti veći ili manji od 46? Zašto? Hoće li biti veći ili manji od 20? Važno je uočiti da je 1.83 blizu 2, pa se pitamo koji broj pomnožen s 2 daje rezultat blizu 46? Ovo razmišljanje je korisno za procjenu. Budući da je 1.83 blizu 2, procjena je blizu 23, no budući da je 1.83 manje od 2, odgovor mora biti veći od 23 – recimo 25 ili 26. Stvarni odgovor je 24.972677.

Isto tako da bi učenicima bilo jasnije, možemo i dijeljenje prikazati na modelu, na primjer: $1.4 : 0.4$. Možemo se pitati koliko se puta 0.4 nalazi u 1.4. Odgovor je 3 cijela i još pola. Dakle $1.4 : 0.4 = 3.5$.



Slika 12: Prikaz djeljenja na modelu.

Iako procjena može proizvesti razumni rezultat, možda će vam i dalje trebati standardni algoritam za davanje točnog odgovora. Kao i kod množenja i kod dijeljenja je važno ići postepeno:

- Dijeljenje dekadskim jedinicama (potencijama broja 10):

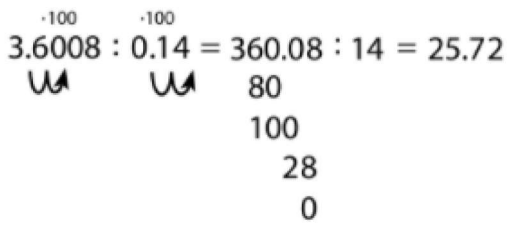
- $940 : 10$, $94 : 10$, $9.4 : 10$.
- Decimalni broj dijelimo dekadskom jedinicom tako da pomaknemo decimalnu točku ulijevo za onoliko mjesta kolika dekadska jedinica kojom dijelimo ima nula.
- Na primjer: $9.40 : 100 = 0.094$.

- Dijeljenje decimalnog broja prirodnim brojem:
  - Decimalni broj dijelimo prirodnim brojem kao da je i sam prirodni broj, ali nakon što završimo s dijeljenjem znamenaka iz cijelog dijela broja, iza dobivenih znamenaka količnika stavljamo decimalnu točku i nastavljamo dijeljenjem kao da decimalne točke u djeljeniku nema. Ako u djeljenjeniku nema više decimala, a dobijemo ostatak, onda ostatku pripišemo nulu i nastavljamo dijeljenje.
  - Na primjer: $7.8 : 6 = 1.3$.

- Dijeljenje decimalnog broja decimalnim brojem (princip permanentnosti):
  - $8 : 2 = 4 : 1 = 16 : 4 = 80 : 20$
  - Količnik se ne mijenja ako su i djeljenik i djelitelj pomnoženi/podijeljeni istom vrijednosti:
    - $800 : 40 = 20.$
    - $80 : 4 = 20.$
    - $8 : 0.4 =?$
    - $0.8 : 0.04 =?$

- Tablica mjesnih vrijednosti (pisano dijeljenje) – poslije svih gore navedenih koraka.

  - Pomnožimo djeljenik i djelitelj dekadskom jedinicom koja ima onoliko nula koliko djelitelj ima decimalnih mjesta.

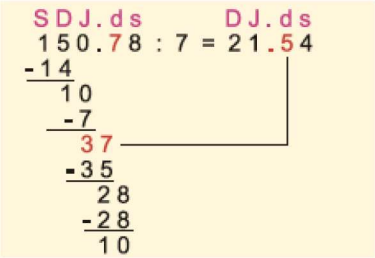


Slika 13: Primjer djeljenja decimalnog broja decimalnim brojem.

Najčešća pogreška u zadatcima s riječima jest identificiranje operacije koju treba izvršiti – množenje ili dijeljenje.

Primjer 1.5.6. *Matijin tata odlučio je obojiti kuhinju. Kupio je* 7 *litara bijele boje za* 150.78 *kn. Kolika je cijena* 1 *litre bijele boje? Procijeni rezultat, a zatim izračunaj.*

Treba podijeliti ukupnu cijenu s brojem litara, tj. 150.78 : 7. Procjenjujemo da je cijena jedne litre bijele boje oko 21 kn, jer je 151 : 7 = 21 i ostatak.



1.6 Zaokruživanje decimalnih brojeva

Jedna od temeljnih kompetencija koju učenici trebaju razvijati jest procjena rezultata. Zaokruživanje pomaže pri procjenjivanju. Učenici znaju zaokruživati prirodne brojeve, te treba iskoristiti tu analogiju na decimalne brojeve. Zbog praktičnih razloga često se pojavljuje potreba da se brojevi umjesto točnim izraze približnim vrijednostima, pa je tako ponekad decimalne brojeve koji imaju više decimala potrebno zaokružiti na manji broj decimala radi lakšeg i bržeg računanja.

Pri zaokruživanju pridržavamo se jednostavnih pravila. Ako je znamenka (decimala) koju *zanemarujemo* manja od 5, početni dio broja ne mijenjamo, a preostale znamenke koje slijede pretvaramo u nule. Ako je znamenka (decimala) koju *zanemarujemo* veća ili jednaka 5, znamenku koja joj prethodi povećavamo za 1, a preostale znamenke koje slijede pretvaramo u nule.

Primjer 1.6.1. *Broj* 5.3468 *zaokruži na:*

a) jednu decimalu (na desetinke). $\rightarrow$ *odgovor:* 5.3

b) tri decimale (na tisućinke). $\rightarrow$ *odgovor:* 5.347

Prije nego krenemo na analizu udžbenika htjela bih napomenuti da na stranici `http://www.antonija-horvatek.from.hr/5-razred-matematika.htm#6-DecimalniBrojevi` ima puno zanimljih igrica za učenike iz cijeline Decimalni brojevi, koje osim što će nastavu učiniti zabavnijom i zanimljivijom, učenicima će pomoći u lakšem shvaćanju i razumijevanju gradiva.

2 Analiza udžbenika

Udžbenici matematike imaju važnu ulogu u nastavi matematike, oni su temeljno sredstvo za učenje i stjecanje znanja kod učenika, a mogu se opisati kao „ službeno autorizirana i pedagoški osmišljena matematička knjiga napisana s ciljem da učenicima ponudi matematičke sadržaje.“ (Glasnović Gracin, 2014.). Tijekom godina dogodile su se promjene u svim razinama odgojno-obrazovnog sustava radi poboljšanja obrazovanja, a kako je to utjecalo na sam sadržaj i zadatke matematičkih udžbenika, tj. točnije na temu Decimalni brojevi vidjet ćemo analizom matematičkih udžbenika različitih godina izdanja.
U analizi udžbenika za potrebe ovog diplomskog rada bila su uključena četiri udžbenika za peti razred osnovne škole:

- Matematika 5, udžbenik za 5. razred osnovne škole, I. Mrkonjić, I. Gusić, J. Gusić, Školska knjiga, Zagreb 2004.
- Matematika 5, udžbenik za 5. razred osnovne škole, B. Jagodić, N. Sarapa, Školska knjiga, Zagreb 2006.
- Matematički izazovi 5, drugi dio, udžbenik iz matematike za peti razred, G. Paić, Ž. Bošnjak, B. Čulina, Alfa, Zagreb 2014.
- Matematika 5, udžbenik matematike u petom razredu osnovno škole sa zadacima za rješavanje 2. dio, B. Antunović Piton, M. Kuliš, I. Matić, N. Zvelf, Školska knjiga, Zagreb 2020.

Cilj ove analize bio je uvidjeti kako se decimalni brojevi obrađuju kod nas , tj. na koji način se uvode decimalni brojevi, jel udžbenici sadrže slike, kakvi su zadaci, ciljali se na razumijevanje, poticanje učenika na logičko mišljenje, te razvoj ostalih matematičkih kompetencija ili samo primjenu algoritma.

2.1 Analiza udžbenika *Matematika 5*

U udžbeniku *Matematika* 5 (Mrkonjić, I. Gusić i J. Gusić, 2004.), u cjelini Decimalni brojevi, učenici se prvo susreću s dekadskim razlomcima i to kroz dva primjera, prvi je slikovni u kojem se od učenika traži da zapišu obojani dio lika pomoću razlomka, a drugi primjer vezan je uz mjerne jedinice. Sljedeća lekcija je Decimalni zapis dekadskih razlomaka, a ona, kao i ostale lekcije, započinje primjerom koji se nadovezuje na prethodnu lekciju kako bi se učenici prisjetili ranije usvojenog znanja. Nakon početnog primjera slijede definicije kod kojih su ključne riječi istaknute podebljanim slovima kako bi im učenici posvetili veću pozornost. Također posebnim znakom istaknuta su važna pravila i zakonitosti, te se time na uočljiv način ističe bitno gradivo koje učenici trebaju znati za daljnju primjenu u zadacima. Nakon toga obično slijedi jedan riješeni primjer, a zatim zadaci za vježbu, obično tri do

pet zadataka. Većina zadataka najčešće ne traže previše zaključivanja, nema nepoznatih sastavnica i više su okrenuti na poznavanje algoritama za računanje decimalnim brojevima, no u svakoj lekciji nalazi se barem jedan problemski zadatak iz svakodnevnog života što je važno za razvoj učeničke kreativnosti, vizualizacije, logičkog zaključivanja i ostalih nužnih matematičkih kompetencija. Inače u udžbeniku se ne koriste nikakvi modeli koji bi učenicima približili decimalne brojeve, osim u prvoj lekciji i to prvi primjer. U ovom udžbeniku cjelina završava projektom. „Projekti su zamišljeni kao nestandardni zadaci koje učenici rješavaju kod kuće i u kojima koriste naučeno.“

Slika 11: Primjer projektnog zadatka za cjelinu Decimalni brojevi.

Ovakva vrsta zadataka je korisna zbog aktivnog učenja, samostalnog istraživanja i planiranja učenika, te stjecanja znanja, vještina komunikacije i razvoja sposobnosti snalaženja u stvarnom životu.

2.2 Analiza udžbenika *Matematika* 5

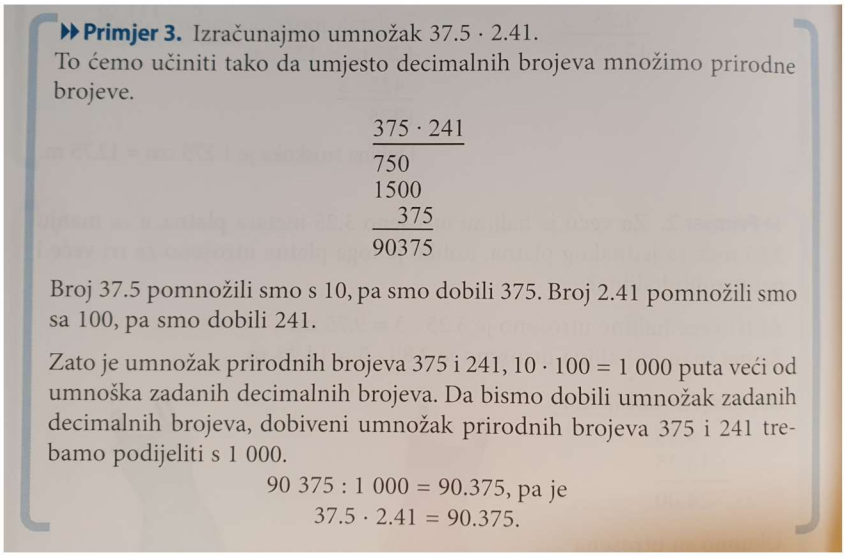
Na samom početku udžbenika *Matematika* 5 (Jagodić i Sarapa, 2006.) naznačeno je da je napisan prema eksperimentalnom nastavnom planu i programu HNOS (Hrvatski nacionalni obrazovni standard). Cjelina Decimalni brojevi počinje istom lekcijom kao i u prethodnom udžbeniku, točnije lekcijom Dekadski razlomci. Svaka lekcija u ovom udžbeniku nadovezuje se na prethodno usvojeno gradivo, te se na taj način učenike potiče da povezuju već usvojena znanja s novim matematičkim pojmovima i sadržajima. Nakon uvodnog djela slijedi tri do

četiri riješena primjera kroz koje učenici usvajaju nove sadržaje nakon kojih mogu samostalno pristupiti rješavanju zadataka za vježbu i ponavljanje. Za razliku od prethodnog udžbenika u ovom udžbeniku se uočava veća količina problemskih zadataka koji su povezani sa primjerima iz svakodnevnog života, vizualni modeli i dalje nisu korišteni, već se znanje oslanja na samu proceduru, ali se nalaze zadaci u kojima se od učenika traži da sami osmisle zadatak s danim elementima i izračunaju ga. Sljedeći primjer takvog zadatka nalazi se u lekciji Zbrajanje decimalnih brojeva.

Primjer 2.2.1. *Osmisli razne zadatke i računaj, na primjer: kolika je ukupna površina naših dvaju najvećih otoka?*

OTOK	*POVRŠINA (u km²)*	*OTOK*	*POVRŠINA (u km²)*
Krk	405.78	*Lošinj*	74.68
Cres	405.78	*Pašman*	63.34
Brač	394.57	*Šolta*	58.98
Hvar	299.66	*Ugljan*	50, 21
Pag	284.56	*Lastovo*	46, 87
Korčula	276.03	*Kornat*	32.30
Dugi otok	114.44	*Čiovo*	28.80
Mljet	100.41	*Olib*	26.09
Rab	90.84	*Vir*	22.38
Vis	90.26	*Murter*	18.60

Sljedeći primjer pokazuje kako je objašnjeno množenje decimalnog broja decimalnim brojem koristeći računanje u najmanjoj mjesnoj vrijednosti.



Primjer 3. Izračunajmo umnožak $37.5 \cdot 2.41$.
To ćemo učiniti tako da umjesto decimalnih brojeva množimo prirodne brojeve.

$$\begin{array}{r} 375 \cdot 241 \\ \hline 750 \\ 1500 \\ \quad 375 \\ \hline 90375 \end{array}$$

Broj 37.5 pomnožili smo s 10, pa smo dobili 375. Broj 2.41 pomnožili smo sa 100, pa smo dobili 241.

Zato je umnožak prirodnih brojeva 375 i 241, $10 \cdot 100 = 1\,000$ puta veći od umnoška zadanih decimalnih brojeva. Da bismo dobili umnožak zadanih decimalnih brojeva, dobiveni umnožak prirodnih brojeva 375 i 241 trebamo podijeliti s 1 000.

$90\,375 : 1\,000 = 90.375$, pa je
$37.5 \cdot 2.41 = 90.375$.

Slika 12: Prikaz množenja decimalnog broja decimalnim brojem.

Cjelina Decimalni brojevi završava pitalicama i osnovnim zadacima iz cijele cjeline što je

vrlo korisno kako bi učenik mogao procijeniti je li usvojio novo gradivo i na čemu još treba poraditi.

2.3 Analiza udžbenika *Matematički izazovi* 5

U udžbeniku *Matematički izazovi* 5 (Paić, Bošnjak i Čulina, 2014.) poglavlje Decimalni brojevi započinje navođenjem onoga što bi se trebalo znati prije usvajanja novog gradiva, a zatim je navedeno ono što će se novo saznati u tom poglavlju. Već na prvi pogled nove lekcije uočavaju se boje, slike, te veći font slova što djeluje na razbijanje monotonosti koja je u prethodna dva udžbenika prevladavala. Na početku svake lekcije naveden je primjer iz svakidašnjeg života koji učenike uvodi u novo gradivo, te je navedeno što će se sve naučiti u toj lekciji. Nakon uvoda slijede tri do četiri riješena primjera nakon kojih se nalaze zadaci za vježbu i ponavljanje. Zadaci su raznoliki. Na početku su zadani standardni zadaci kod kojih nema nepoznatih sastavnica, a način rješavanja je poznat, a nakon njih slijede malo izazovniji problemski zadaci u kojima je potrebna dublja analiza, veća koncentracija i logičko razmišljanje. U ovom udžbeniku, kao i u prethodna dva, vizualni modeli nisu korišteni, iako bi učenici na taj način lakše shvatili koncept decimalnog broja. Na kraju svake lekcije nalazi se zabavan zadatak, posebno istaknut u crvenoj kućici, s kojim se učenicima želi pokazati da se i u matematici može uživati:

Slika 13: Primjer zadatka.

Cjelina završava navođenjem onoga što bi nakon ovog poglavlja trebalo znati, te pitanjima kojima učenici mogu provjeriti svoje znanje. No, iako sam udžbenik obiluje većom količinom zadataka, okrenete li ga na drugu stranu, naći ćete zbirku s mnoštvom zadataka za dodatnu vježbu, te pripremom za ispit znanja.

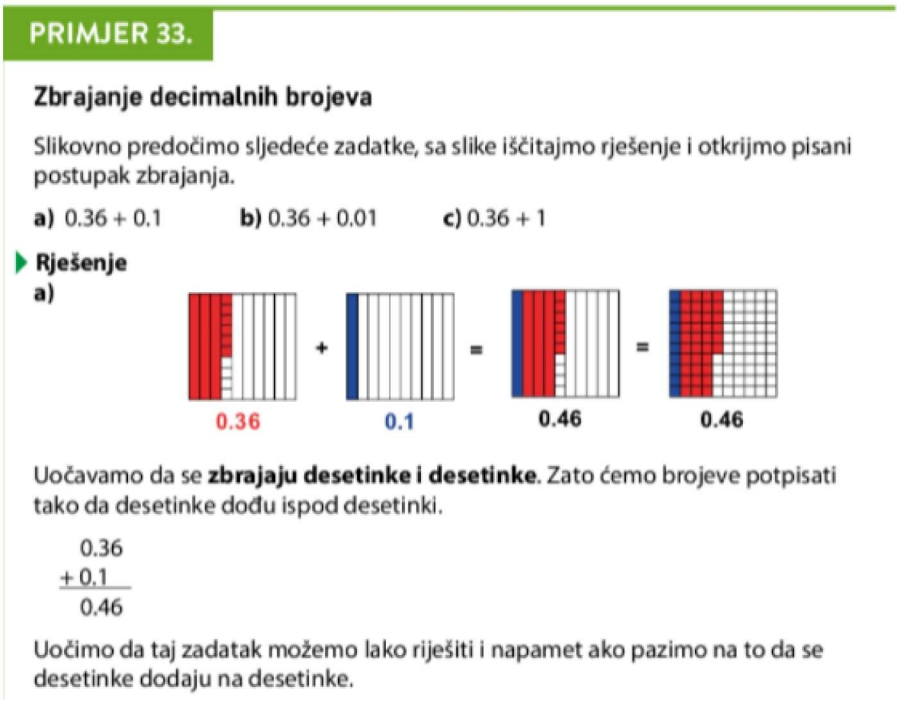
2.4 Analiza udžbenika *Matematika* 5

U udžbeniku *Matematika* 5 (Antunović Piton, Kuliš, Matić i Zvelf, 2020.), za razliku od prijašnjih udžbenika, cjelina Decimalni brojevi započinje decimalnim zapisanom, a tek nakon toga u jednom od primjera objašnjena je promjena zapisa – decimalni broj, razlomak i

mješoviti broj. Na početku svake lekcije, kao uvod u lekciju nalazi se kratki zadatak kao motivacija učenicima:

Primjer 2.4.1. *Andrija je otvorio račun u banci i u svibnju je na njega uplatio* 234.50 *kn,* 157.30 *kn,* 287.90 *kn i* 1243.80 *kn. Koliko je u svibnju Andrija ukupno uplatio novca na račun?*

Nakon toga učenici se upoznaju s novim pojmovima i sadržajima nove lekcije kroz riješene primjere, ali na način da nakon svakog primjera slijedi par zadataka koji su vrlo slični zadatku koji je riješen u primjeru. Ako je moguće, zadatak u primjeru predočen je i slikovno i računski kako bi učenici lakše razumjeli i shvatili gradivo.


PRIMJER 33.

Zbrajanje decimalnih brojeva

Slikovno predočimo sljedeće zadatke, sa slike iščitajmo rješenje i otkrijmo pisani postupak zbrajanja.

a) 0.36 + 0.1 **b)** 0.36 + 0.01 **c)** 0.36 + 1

Rješenje

a)

Uočavamo da se **zbrajaju desetinke i desetinke**. Zato ćemo brojeve potpisati tako da desetinke dođu ispod desetinki.

$$\begin{array}{r} 0.36 \\ +\,0.1 \\ \hline 0.46 \end{array}$$

Uočimo da taj zadatak možemo lako riješiti i napamet ako pazimo na to da se desetinke dodaju na desetinke.

Slika 14: Slikovno predočeno zbrajanje decimalnih brojeva.

Na samom kraju lekcije još jednom je ponovljeno što sve treba zapamtiti iz te lekcije, ali i rubrika „ Jeste li razumjeli? “ gdje su učenicima postavljena pitanja iz osnovnih pojmova vezanih uz tu lekciju kako bi i oni sami uvidjeli jesu razumjeli novo gradivo. Nakon toga slijede zadaci za vježbu, posebno odvojeno nalaze se dopunski zadaci za one slabije učenike, te dodatni zadaci koji su složeniji i namijenjeni učenicima koju pokazuju veću sklonost i zanimanje za matematiku, a nakon njih slijede zadaci u kojima učenici trebaju povezati matematiku sa svakidašnjim životom, a nakon toga primijeniti naučeno. Ovaj udžbenik obiluje raznolikim zadacima, od onih jednostavnijih gdje je način rješavanja poznat i koji služe kao sredstvo boljeg razumijevanja i bržeg usvajanja novih sadržaja, do onih složenijih koji su korisni za razvijanje logičkog mišljenja, argumentiranja i zaključivanja, a koji učenicima obično stvaraju najviše problema. No, specifičnost ovoga udžbenika je u tome što je obogaćen digitalnim sadržajem na kojem učenici još dodatno mogu naći hrpu zadataka za vježbu i kviz

za ponavljanje, ali isto tako kod nekih zadataka posebno je naznačeno kako pri rješavanju smiju primijeniti tehnologiju.

2.5 Zaključak analize

U analizama ova četiri udžbenika, vidljivo je kako se tijekom godina zadaci i stil pisanja mijenjaju, pa tako u udžbeniku iz 2004. većina zadataka ne traži previše zaključivanja, razumijevanja i kreativnosti, već su više okrenuti poznavanju algoritma za računanje decimalnim brojevima, a problemskih zadataka gotovo da i nema. Za razliku od toga, u „novijim“ udžbenicima, na primjer udžbenik izdanje 2020., vidljiva je promjena, te se u njemu nalazi više zadataka koji potiču na logičko mišljenje, povezivanje, razumijevanje i zaključivanje, ali i obiluje primjerima iz svakidašnjeg života. Također, u prva dva udžbenika vlada veća monotonost zbog načina pisanja udžbenika i zadataka, dok su u trećem i četvrtom udžbeniku korištene slike, boje i zanimljiviji zadaci. No, smatram da u našim udžbenicima treba biti više zadataka koji učenike potiču na razumijevanje i povezivanje s cjelinom Razlomci kako bi i sami učenici shvatili tu vezu između razlomaka i decimalnih brojeva. Također treba učenike upoznati s više vizualnih modela jer ćemo im na na taj način više približiti gradivo, a opet razviti veće razumijevanje kad oni sami trebaju na nekom od poznatih modela prikazati decimalni broj. Ta težnja k većem razumijevanju i logičkom zaključivanju, a manje oslanjanje na poznate algoritme vidljiva je u "novijim" udžbenicima, točnije udžbenik 2020., gdje je čak i zbrajanje decimalnih brojeva predočeno slikovno radi boljeg razumijevanja decimalnih brojeva.

3 Testiranje na učenicima

Cilj ovog testiranje je ispitati koje su najčešće pogreške kod računanja s decimalnim brojeva, te koji tip zadatka učenicima stvara najveći problem. Korišteni test sastoji se od nekih osnovnih zadataka vezanih uz gradivo decimalni brojevi, a zadaci su svojom težinom primjereni dobi učenika. U prvom i trećem zadatku gledalo se znaju li učenici napisati riječima i znamenkama zadane decimalne brojeve, u drugom zadatku gledalo se razumijevanje mjesnih vrijednosti, pa im je zadan potpuno riješen zadatak u kojem su oni morali napisati koji je zapis točan, a koji ne, te svoj odgovor obrazložiti. U četvrtom zadatku učenici su morali usporediti decimalne brojeve korištem znaka $=$, $<$ i $>$. U petom, šestom, sedmom i osmom zadatku gledalo se znaju li i razumiju li učenici algoritme za osnovne računske operacije s decimalnim brojevima, a u zadnjem zadatku učenici su trebali zaokružiti zadani broj na stotinke i tisućinke. Za rješavanje ovih zadataka učenici su imali 15 minuta, a testiranje je provedeno u OŠ Josipovac u dva peta razreda.

1. Napiši riječima decimalne brojeve:

a) 2.78

b) 0.003

2. Lea je pročitala brojeve iz tablice i zapisala ih u decimalnom obliku:

S	D	J	d	s	t
	1	0	0	3	
				1	3
		5	0	5	0
	1	7	2		

Lein zapis
13
0.013
5.5
17.2

S čim se ne slažeš? Objasni Lei gdje je pogriješila.

3. Napiši znamenkama (decimalnim zapisom):
a)šezdeset osam cijelih i sedamnaest tisućinki _____

4. Usporedi brojeve (u praznu kućicu stavi znak < ili >)
a) 0.375 ☐ 0.24

b) 3.76 ☐ 3.9

c) 2.3 ☐ 2.0004

5.) Izračunaj:
a) 2.9 + 9.46
b) 0.3+6
c) 5.8 – 3.47

6.)Izračunaj:

a) 0.24 · 6.3 b) 0.8 · 0.11

7.) Zaokruži zadatak koji je točno riješen.

a) 70 · 0.03 = 0.21 b) 70 · 0.03 = 2.10 c) 70 · 0.03 = 2.1

8.)Izračunaj:

a) 0.8:0.04

9.) Broj 5.864575

a) Zaokruži na dvije decimale (na stotinke) :

b)Zaokruži na tri decimale (na tisućinke):

Slika 15: Primjer testa koji su učenici rješavali.

3.1 Rezultati

Nakon ispravljenih testova može se uočiti kako učenici već s zapisom decimalnih brojeva imaju problema, odnosno ne izgovaraju ih pravilno, pa to jednostavno vuče i pogreške u ostalim zadacima. Tako je većina učenika za *2.78* pisala dva cijela sedamdeset osam, umjesto pravilno dva cijela i sedamdeset i osam stotinki. Također i u zadatku gdje su imali decimalni broj napisan riječima, *šezdeset osam cijelih i sedamnaest tisućinki*, dogodile su se greške da su učenici najčešće pisali 68.17 umjesto pravilnih 68.017, te je točno ovaj zadatak riješilo tek 16 učenika od ukupnih 40. Ovo je pokazatelj kako učenici ne razumiju poziciju znamenaka u decimalnom broju što je osnova svega.

U drugom zadatku, u kojem su imali zapisane decimalne brojeve u tablici mjesnih vrijednosti, a zatim i izvan tablice, te su morali odrediti koji je broj dobro zapisan, a koji ne, učenici su u početku čudno gledali, i sama nastavnica je rekla da im takve zadatke nije davala, pa se može reći da su se prvi put susreli s njim, no nakon objašnjenja što trebaju napraviti većina ga je znala pravilno riješiti.

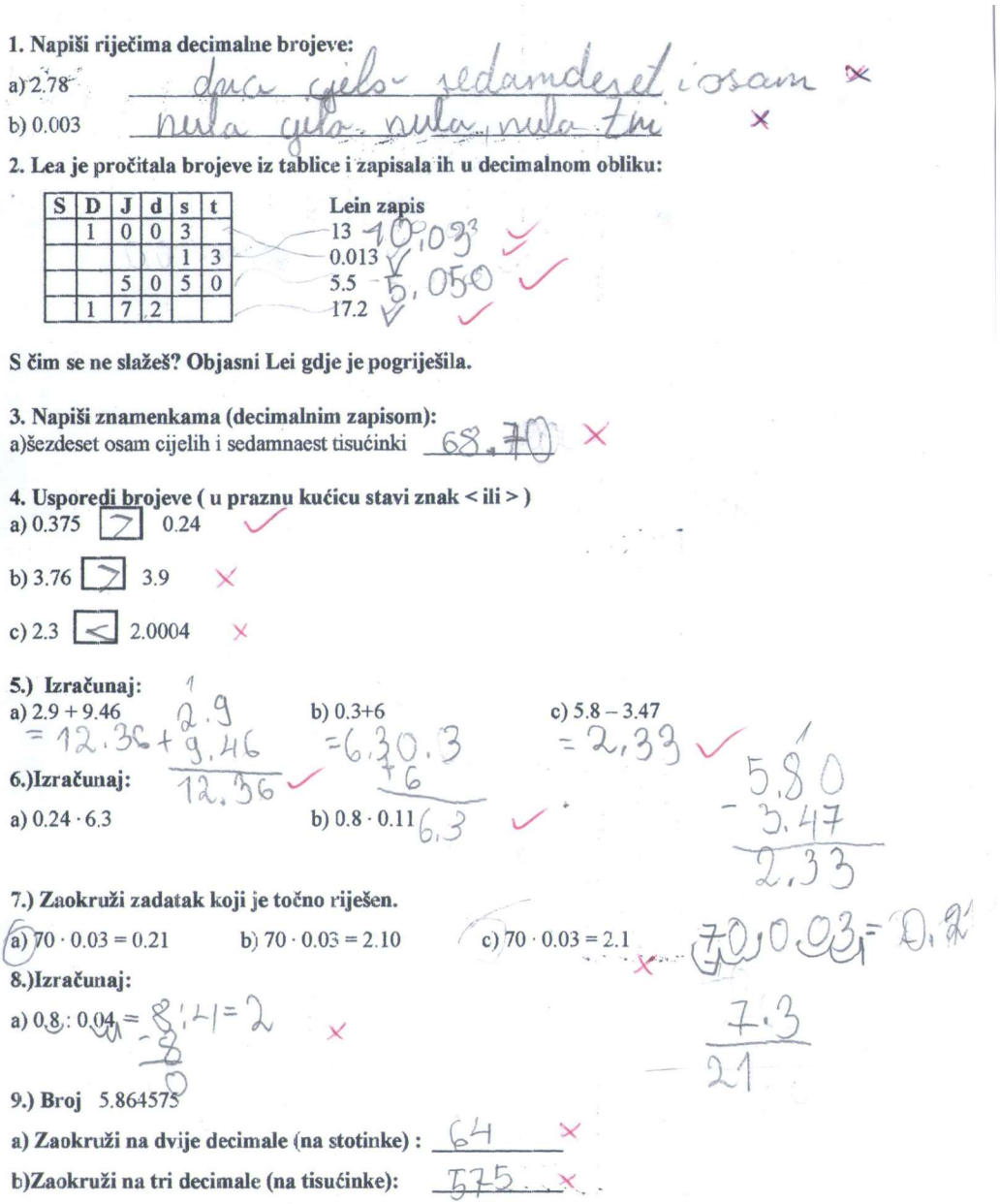
Zadaci u kojima su se provjeravale osnovne računske operacije s decimalnim brojevima vidljivo je kako učenici imaju veće poteškoće s množenjem i djeljenjem nego zbrajanjem i oduzimanjem, a najčešće pogreške su bile $0.3 + 6 = 0.9$, te kod pisanog množenja učenici nisu dobro potpisivali brojeve prilikom množenja, a to znači kako nisu dobro usvojili ni pisano množenje prirodnih brojeva.

U zadatku gdje se trebalo usporediti dva decimalna broja više od 50% učenika pravilno je riješilo zadatak, a oni koji nisu najčešće su se vodili krivim zaključkom da više decimalnih mjesta znači veći broj.

I u zadnjem zadatku 13 od 40 učenika znalo je pravilno zaokružiti broj 5.864575 na stotinke i tisućinke, a oni koji nisu znali najčešće su pomicali decimalnu točku za onoliko mjesta koliko dekadska jedinica ima nula, pa su tako zadani broj zaokruživali na stotinke kao 586.4575, a na tisućinke kao 5864.575.

3.2 *Primjeri riješenih učeničkih testova*

Na sljedećim slikama nalazi se nekoliko riješenih primjera učeničkih testova, a ovo testiranje provedeno je anonimno.



1. Napiši riječima decimalne brojeve:
a) 2.78 dva cijela sedamdeset i osam
b) 0.003 nula cijela nula nula tri

2. Lea je pročitala brojeve iz tablice i zapisala ih u decimalnom obliku:

S	D	J	d	s	t
	1	0	0	3	
				1	3
		5	0	5	0
	1	7	2		

Lein zapis
13 10,03
0.013
5.5 5,050
17.2

S čim se ne slažeš? Objasni Lei gdje je pogriješila.

3. Napiši znamenkama (decimalnim zapisom):
a)šezdeset osam cijelih i sedamnaest tisućinki 68,70

4. Usporedi brojeve (u praznu kućicu stavi znak < ili >)
a) 0.375 > 0.24
b) 3.76 > 3.9
c) 2.3 < 2.0004

5.) Izračunaj:
a) 2.9 + 9.46 = 12.36 (2.9 + 9.46 = 12.36)
b) 0.3+6 = 6.30.3 (+6)
c) 5.8 – 3.47 = 2,33 (5,80 − 3,47 = 2,33)

6.)Izračunaj:
a) 0.24 · 6.3
b) 0.8 · 0.11 6,3

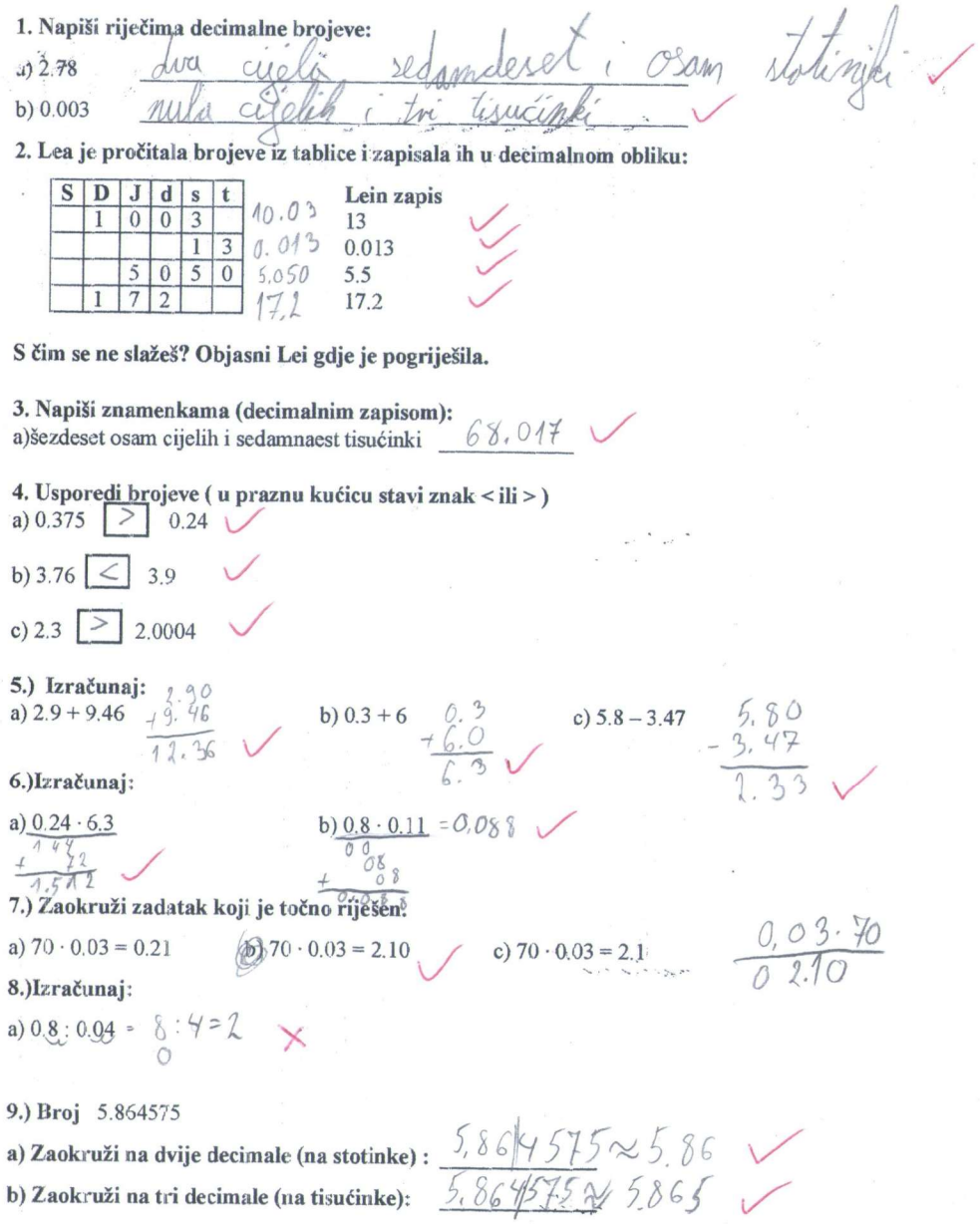
7.) Zaokruži zadatak koji je točno riješen.
a) 70 · 0.03 = 0.21
b) 70 · 0.03 = 2.10
c) 70 · 0.03 = 2.1 (70 · 0,03 = 0,21)

8.)Izračunaj:
a) 0.8 : 0.04 = 8 : 4 = 2 (8 − 8 = 0)

9.) Broj 5.864575
a) Zaokruži na dvije decimale (na stotinke) : 64
b)Zaokruži na tri decimale (na tisućinke): 575

Slika 16: Primjer riješenog ispita.

Možemo uočiti kako anonimni učenik ima problema s decimalnim zapisom i izgovorom. Kod uspoređivanja u trećem zadatku koristi dulje-je-veće strategiju. Također vidljivi su problemi kod množenja i dijeljenja decimalnih brojeva.



1. Napiši riječima decimalne brojeve:

a) 2.78 dva cijela sedamdeset i osam stotinki

b) 0.003 nula cijelih i tri tisućinke

2. Lea je pročitala brojeve iz tablice i zapisala ih u decimalnom obliku:

S	D	J	d	s	t		Lein zapis
	1	0	0	3		10.03	13
				1	3	0.013	0.013
		5	0	5	0	5.050	5.5
	1	7	2			17.2	17.2

S čim se ne slažeš? Objasni Lei gdje je pogriješila.

3. Napiši znamenkama (decimalnim zapisom):

a)šezdeset osam cijelih i sedamnaest tisućinki 68.017

4. Usporedi brojeve (u praznu kućicu stavi znak < ili >)

a) 0.375 [>] 0.24

b) 3.76 [<] 3.9

c) 2.3 [>] 2.0004

5.) Izračunaj:

a) 2.9 + 9.46 2.90 + 9.46 = 12.36

b) 0.3 + 6 0.3 + 6.0 = 6.3

c) 5.8 – 3.47 5.80 − 3.47 = 2.33

6.)Izračunaj:

a) 0.24 · 6.3 = 1.512

b) 0.8 · 0.11 = 0.088

7.) Zaokruži zadatak koji je točno riješen:

a) 70 · 0.03 = 0.21 b) 70 · 0.03 = 2.10 c) 70 · 0.03 = 2.1

0,03 · 70 = 2.10

8.)Izračunaj:

a) 0.8 : 0.04 = 8 : 4 = 2

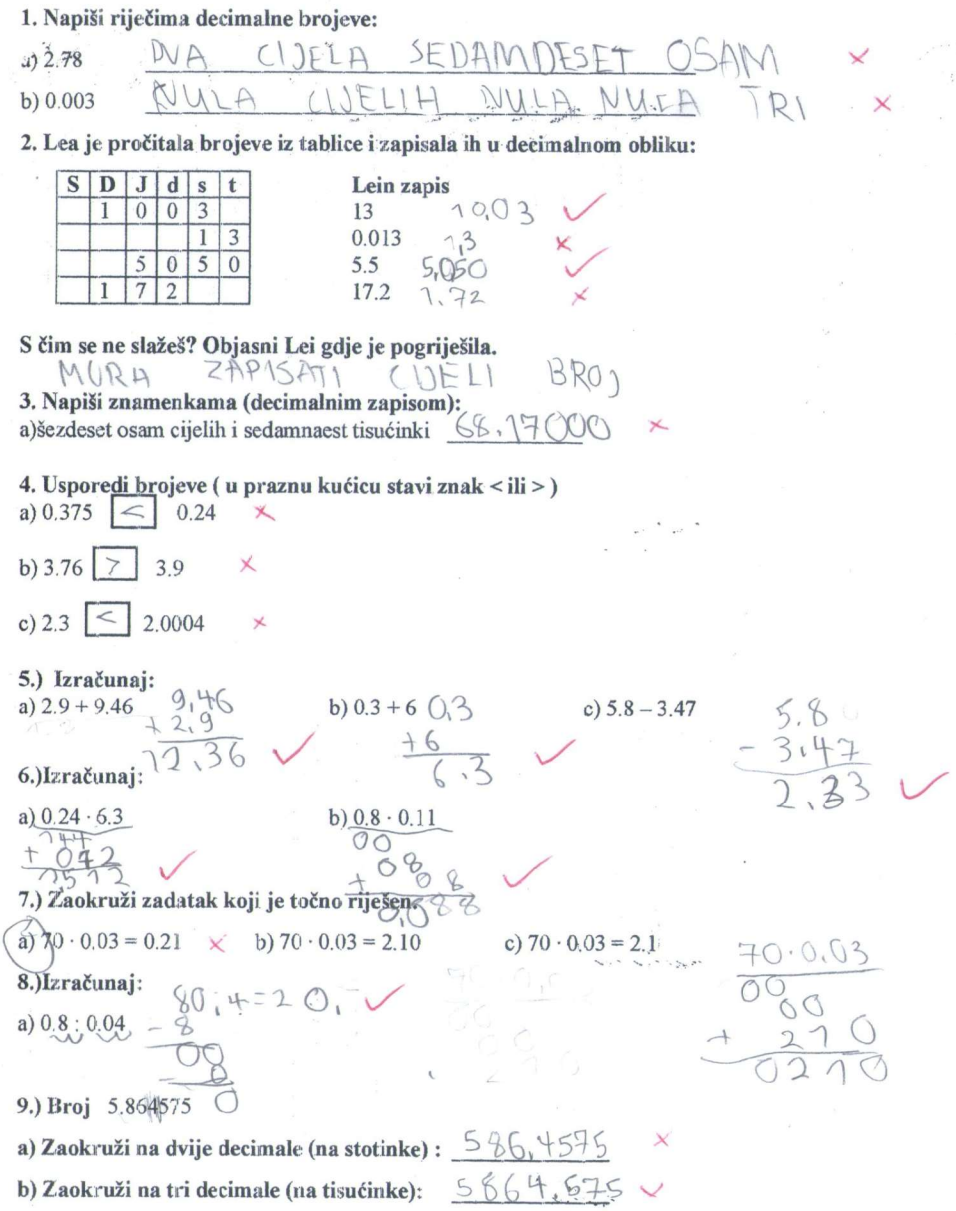
9.) Broj 5.864575

a) Zaokruži na dvije decimale (na stotinke) : 5,864575 ≈ 5.86

b) Zaokruži na tri decimale (na tisućinke): 5.864575 ≈ 5.865

Slika 17: Primjer riješenog ispita.

Ovo je primjer testa u kojem je vidljivo kako učenik razumije ovo gradivo, a jedinu pogrešku napravio je kod dijeljenja jer djeljenik i djelitelj nije pomnožio istom dekadskom jedinicom, nego je svaki od njih pomnožio s različitom, te zbog toga dobio krivo rješenje.



1. Napiši riječima decimalne brojeve:

a) 2.78 DVA CIJELA SEDAMDESET OSAM

b) 0.003 NULA CIJELIH NULA NULA TRI

2. Lea je pročitala brojeve iz tablice i zapisala ih u decimalnom obliku:

S	D	J	d	s	t
	1	0	0	3	
				1	3
		5	0	5	0
	1	7	2		

Lein zapis

13 10,03

0.013 1,3

5.5 5,050

17.2 1,72

S čim se ne slažeš? Objasni Lei gdje je pogriješila.

MURA ZAPISATI CIJELI BROJ

3. Napiši znamenkama (decimalnim zapisom):

a)šezdeset osam cijelih i sedamnaest tisućinki 68,17000

4. Usporedi brojeve (u praznu kućicu stavi znak < ili >)

a) 0.375 < 0.24

b) 3.76 > 3.9

c) 2.3 < 2.0004

5.) Izračunaj:

a) 2.9 + 9.46 9,46 + 2,9 = 12,36

b) 0.3 + 6 0,3 + 6 = 6,3

c) 5.8 – 3.47 5,8 − 3,47 = 2,33

6.)Izračunaj:

a) 0.24 · 6.3 + 072 = 1512

b) 0.8 · 0.11 00 + 088 = 0,088

7.) Zaokruži zadatak koji je točno riješen:

a) 70 · 0.03 = 0.21 b) 70 · 0.03 = 2.10 c) 70 · 0.03 = 2.1

70 · 0.03 00 00 + 210 = 0210

8.)Izračunaj:

a) 0.8 : 0.04 80 : 4 = 20, −8 = 00 − 0 = 0

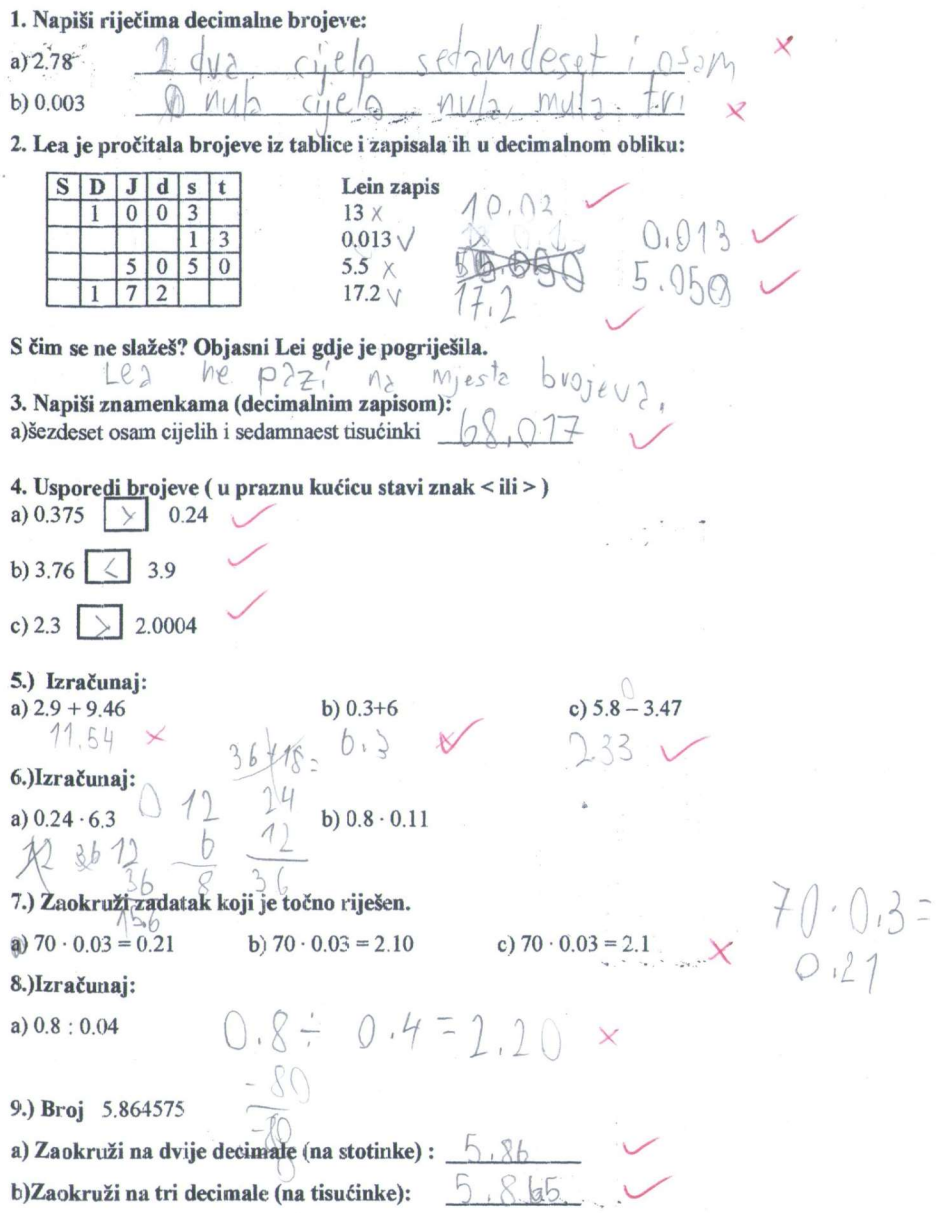
9.) Broj 5.864575

a) Zaokruži na dvije decimale (na stotinke) : 586,4575

b) Zaokruži na tri decimale (na tisućinke): 5864,575

Slika 18: Primjer riješenog ispita.

U ovom testu istaknula bih pogreške kod decimalnog zapisa, gdje vidimo da učenik ne razumije mjesne vrijednosti. Također kod uspoređivanja decimalnih brojeva vidljivo je kako učenik ne zna uspoređivati decimalne brojeve, tj. koristi krive strategije, a u zadnjem zadatku radi pogreške koje je napravila većina učenika, a razlog tomu je opet ne razumijevanje mjesnih vrijednosti.



1. Napiši riječima decimalne brojeve:

a) 2.78 2 dva cijelo sedamdeset i osam

b) 0.003 0 nula cijelo nula, nula tri

2. Lea je pročitala brojeve iz tablice i zapisala ih u decimalnom obliku:

S	D	J	d	s	t
	1	0	0	3	
				1	3
		5	0	5	0
	1	7	2		

Lein zapis

13 x 10.03

0.013 ✓ 0.013

5.5 x 5.050

17.2 ✓ 17.2

S čim se ne slažeš? Objasni Lei gdje je pogriješila.

Lea ne pazi na mjesta brojeva.

3. Napiši znamenkama (decimalnim zapisom):

a)šezdeset osam cijelih i sedamnaest tisućinki 68.017

4. Usporedi brojeve (u praznu kućicu stavi znak < ili >)

a) 0.375 [>] 0.24

b) 3.76 [<] 3.9

c) 2.3 [>] 2.0004

5.) Izračunaj:

a) 2.9 + 9.46 11.54

b) 0.3+6 6.3

c) 5.8 – 3.47 2.33

6.)Izračunaj:

a) 0.24 · 6.3

b) 0.8 · 0.11

7.) Zaokruži zadatak koji je točno riješen.

a) 70 · 0.03 = 0.21 b) 70 · 0.03 = 2.10 c) 70 · 0.03 = 2.1

70 · 0.3 = 0.21

8.)Izračunaj:

a) 0.8 : 0.04 0.8 ÷ 0.4 = 2.20

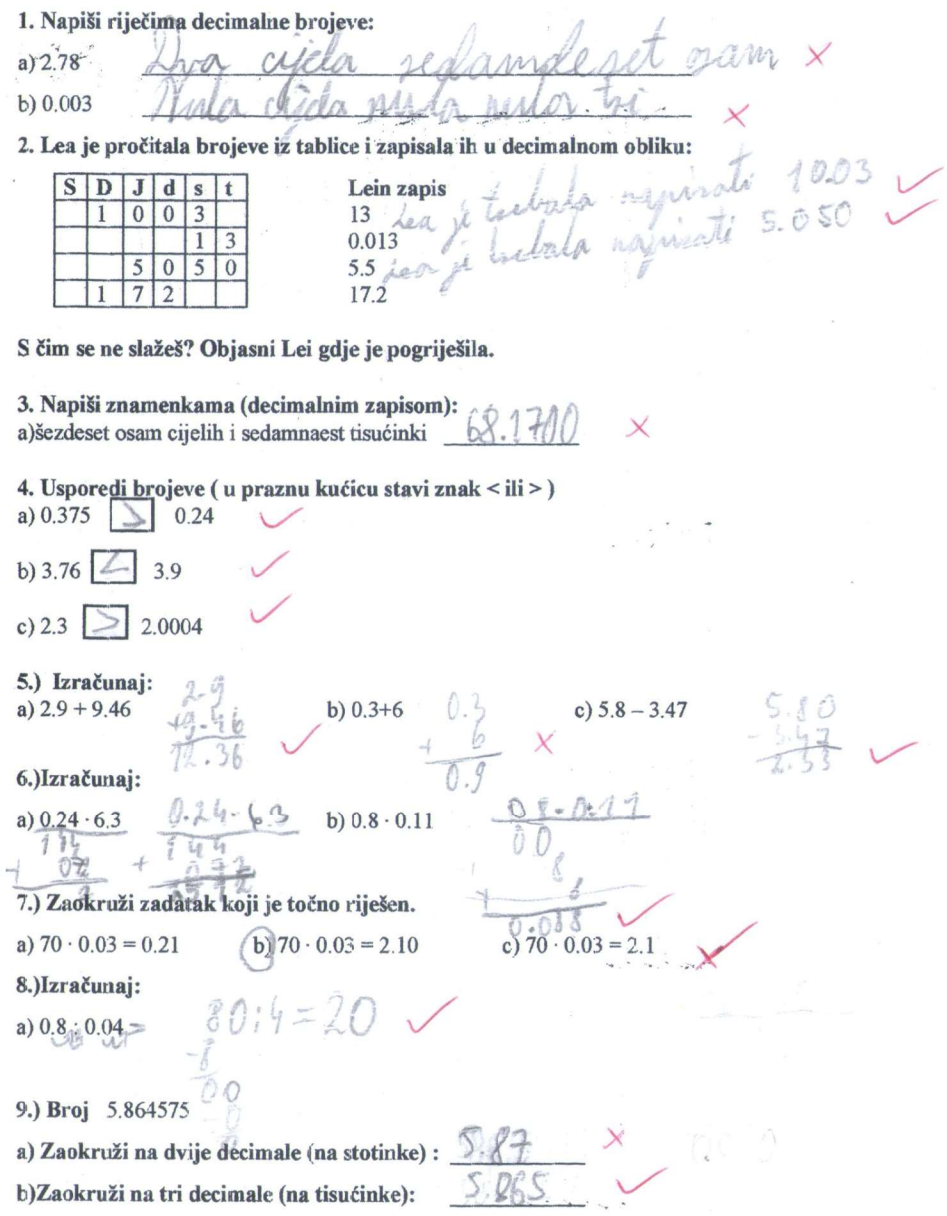
9.) Broj 5.864575

a) Zaokruži na dvije decimale (na stotinke) : 5.86

b)Zaokruži na tri decimale (na tisućinke): 5.865

Slika 19: Primjer riješenog ispita.

Možemo vidjeti kako anoniman učenik ima problema pri decimalnom zapisu i izgovoru, kao i većina učenika, ali isto tako i poteškoće pri množenju i dijeljenju.



1. Napiši riječima decimalne brojeve:

a) 2.78 Dva cijela sedamdeset osam

b) 0.003 Nula cijela nula nula tri

2. Lea je pročitala brojeve iz tablice i zapisala ih u decimalnom obliku:

S	D	J	d	s	t
	1	0	0	3	
				1	3
		5	0	5	0
	1	7	2		

Lein zapis
13 Lea je trebala napisati 10.03
0.013
5.5 Lea je trebala napisati 5.050
17.2

S čim se ne slažeš? Objasni Lei gdje je pogriješila.

3. Napiši znamenkama (decimalnim zapisom):
a)šezdeset osam cijelih i sedamnaest tisućinki 68.1700

4. Usporedi brojeve (u praznu kućicu stavi znak < ili >)
a) 0.375 > 0.24

b) 3.76 < 3.9

c) 2.3 > 2.0004

5.) Izračunaj:
a) 2.9 + 9.46 = 12.36 b) 0.3+6 = 0.9 c) 5.8 – 3.47 = 2.33

6.)Izračunaj:
a) 0.24 · 6.3 b) 0.8 · 0.11 = 0.088

7.) Zaokruži zadatak koji je točno riješen.
a) 70 · 0.03 = 0.21 b) 70 · 0.03 = 2.10 c) 70 · 0.03 = 2.1

8.)Izračunaj:
a) 0.8 : 0.04 = 80:4=20

9.) Broj 5.864575
a) Zaokruži na dvije decimale (na stotinke) : 5.87
b)Zaokruži na tri decimale (na tisućinke): 5.865

Slika 20: Primjer riješenog ispita.

U ovom testu istaknula bih pogrešku u trećem zadatku gdje je vidljivo da učenik ne razumije mjesne vrijednosti, te pogrešku u petom zadatku prilikom zbrajanja decimalnog broja s prirodnim brojem gdje prirodni broj interpretira kao broj iza točke.

4 Zaključak

Važnost razumijevanja decimalnih brojeva bitna je i unutar i izvan škole, jer decimalni brojevi postali su dio svakodnevnice. Iako su dio svakodnevnice učenici s ovim sadržajem većinom imaju značajnih problema, a u ovom radu objašnjeno je kako bi ih se trebalo obrađivati i koje su najčešće pogreške na koje učenici i nastavnici trebaju obratiti veću pažnju prilikom obrade. Navedeni zadaci i aktivnosti pomažu da na kvalitetan, smislen i razumljiv, a opet zanimljiv i zabavan način približimo decimalne brojeve učenicima. Isto tako važno je da učenici nauče procijeniti rješenje i objasniti kako su došli do njega jer to je pravi put k shvaćanju koncepta decimalnih brojeva. Korištenje samog algoritma nije korisno jer taj način koči razvoj logičkog zaključivanja koje je u matematici vrlo bitno. Sam nastavnik mora biti svjestan da razumijevanje ovog gradiva kod učenika ovisi prvenstveno o njegovoj prezentaciji i pristupu, zbog čega je vrlo važno da na početku učenicima objasni važnost decimalnih brojeva na primjerima iz svakodnevnog života, približi im ih koristeći različite vizualne modele, te koristi pravilan izgovor kako bi učenici uvidjeli važnost razumijevanja mjesnih vrijednosti. Tek kada učenici budu shvatili koncept decimalnih brojeva s lakoćom će naučeno primjenjivati i izvan škole.

Literatura

[1] B. Antunović Piton, M. Kuliš, I. Matić, N. Zvelf, *Matematika 5, udžbenik matematike u petom razredu osnovno škole sa zadacima za rješavanje 2. dio* , Školska knjiga, Zagreb 2020.

[2] J.M. Bay-Williams, K.S. Karp, J.A. Van de Walle, *Elementary and Middle School Mathematics, Teaching Developmentally, ninth edition*, Pearson, 2015.

[3] Ž. Bošnjak, B. Čulina , G. Paić, *Matematički izazovi 5, udžbenik iz matematike za peti razred, drugi dio*, Alfa, Zagreb, 2014.

[4] V. Draženović Žitko, B. Goleš, I. Golac Jakopović, Z. Lobor, M. Marić, T. Nemeth, G. Stajčić, Z. Šikić, M. Vuković, *Matematika 5, udžbenik za peti razred osnovne škole, 2. svezak*, PROFIL, Zagreb 2020.

[5] I. Gusić, J. Gusić , I. Mrkonjić, *Matematika 5, udžbenik za 5.razred osnovne škole*, Školska knjiga, Zagreb, 2004.

[6] B. Jagodić, N. Sarapa , *Matematika 5, udžbenik za 5.razred osnovne škole*, Školska knjiga, Zagreb, 2006.

[7] I. Vuković, *O pisanju decimalnih brojeva*, Poučak: Časopis za metodiku i nastavu matematike, 13/49 (2012.), 38. - 42.

[8] A. Horvatek, *Decimalni brojevi* (URL:`http://www.antonija-horvatek.from.hr/5-razred-matematika.htm}`)

Sažetak

Decimalni brojevi obrađuju se u petom razredu osnovne škole, a njihova primjena nije samo u školi već i izvan nje, pa tako naučeno o njima možemo lako primijeniti i u potrebama svakodnevnog života. U ovom diplomskom radu pojasnili smo kako bi se decimalni brojevi trebali obrađivati u školi, tj. na koji način, upoznali smo različite modele pomoću kojih decimalne brojeve na slikovit način možemo približiti učenicima, istaknuli smo na što svaki nastavnik treba paziti, te da se decimalni brojevi radi boljeg shvaćanja trebaju obrađivati korak po korak. Također smo naglasili da je radi boljeg razumijevanja decimalnih brojeva važno shvatiti i razumjeti gradivo cjelina koje im prethodi, tj. prirodne brojeve, djeljivost prirodnih brojeva i razlomke. Istaknuli smo najčešće pogreške i na taj način upozorili učenike i nastavnike na što treba obratiti veću pažnju prilikom obrade ovoga gradiva. Uz sve to navedeni su i poneki zadaci/aktivnosti koji su s jedne strane zanimljivi, a s druge strane pomažu učenicima da na kvalitetan, smislen i razumljiv način shvate koncept decimalnog broja. Naglasili smo da je kod osnovnih operacija s decimalnim brojevima važna procjena i zaključivanje, a tek onda čisti algoritam kako bi učenicima potaknuli razvijanje logičkog razmišljanja koje je u matematici ključno.

Ključne riječi: *Decimalni broj, decimalni zapis broja, dekadski razlomci, decimalna točka, računanje s decimalnim brojevima, zaokruživanje*

Summary

Decimal numbers are introduced in the fifth grade of primary school, and their application is not only in school but also outside it, so we can easily apply what we have learned about them in the needs of everyday life. In this paper, we explained how decimal numbers should be processed in school. We learned about different models by which we can approximate decimal numbers to students, we pointed out what every teacher should pay attention to, and that decimal numbers should be processed step by step for better understanding. We also pointed out that for a better understanding of decimal numbers, it's important to understand and comprehend lectures that precede them, ie. natural numbers, divisibility of natural numbers, and fractions. We showed the most common mistakes to students and teachers and what to pay more attention to while processing the curriculum. In addition to all that, there are some tasks/activities that are interesting on the one hand, on the other hand, they help students to understand the concept of a decimal number in a quality, meaningful and understandable way. We have emphasized that assessment and reasoning are important in basic operations with decimal numbers, and only then algorithm to encourage students to develop logical thinking that is crucial in mathematics.

Kexwords: *Decimal number, decimal number record, decimal fraction, decimal point, computation with decimals, rounding*

Životopis

Zovem se Dunja Ban, rođena sam 9. veljače 1997. u Osijeku. Odrasla sam u Čepinu gdje sam i pohađala osnovnu školu Miroslava Krleže Čepin. Nakon osnovne škole upisala sam III. gimnaziju Osijek, a pošto sam od malena htjela biti nastavnica matematike 2015. godine upisala sam Nastavnički studij matematike i informatike na Odjelu za matematiku u Osijeku. Vrlo sam komunikativna, organizirana, vedra i ambiciozna osoba. Slobodno vrijeme volim provoditi u prirodi, voziti bicikl ili nešto kuhati. Također sam učlanjena u Volonterski klub Osijek, a posebno bih istaknula volontiranje u projektu „72 sata bez kompromisa“. Iako nemam radnog iskustva, smatram da moja mladost i ambicioznost mogu uvelike učiniti nastavu matematike i informatike vrlo zanimljivom.