Matematika u svakodnevnom životu

Pravdić, Ivana

Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku

Ivana Pravdić

Matematika u svakodnevnom životu

Diplomski rad

Mentor: doc. dr. sc. Ljerka Jukić Matić

Osijek, 2019.

Sadržaj

1. Uvod

1.1 Predmet i cilj rada

Matematika ne mora predstavljati samo dugotrajno računanje koje je iznimno teško za većinu ljudi, odnosno zadatke s kojima se učenici, nastavnici kao i roditelji neprestano muče. Bavljenje matematikom može biti istinski zabavno ukoliko se usredotoči na činjenicu kako je matematika svuda oko nas. Sve što se nalazi u svakodnevnom životu čovjeka može se na neki način povezati sa matematikom. Sve se može izračunati, sve se može predočiti na matematički način. Brojni osnovni matematički postupci i operacije nastale su upravo putem rješavanja praktičnih problema. Na osnovu lako razumljivih te često vrlo iznenađujućih primjera iz svakodnevnog života mogu se objašnjavati i uobičajeni postupci matematike. Cilj je ovog rada prikazati kako je matematika značajno zastupljena u svakodnevnici pojedinca i odgovoriti na ovo glavno pitanje koje mnoge učenike muči u školama: „Zašto mi je to potrebno u životu?“ Iako gotovo nema fakulteta koji nema predmeta matematike, nažalost, čak i oni izvrsni studenti ne znaju kako matematika utječe na njihove živote. Nadalje, studenti trebaju imati priliku vidjeti širok raspon primjene matematike kako bi mogli pronaći veze između njihovih interesa i težnji i njihove matematike. Cilj je u ovom radu pronaći neke odgovore na pitanje: "Kada ćemo „to“ ikada koristiti?"

1.2 Struktura rada

Motiv za temu svog diplomskog rada sam pronašla podučavajući učenike tijekom studija, i dok sam radila 3 mjeseca u Matematičkoj gimnaziji u Osijeku. Čim se spomene neki pojam iz matematike, djeci je prvo pitanje "Zašto to moram učiti kada mi nikad neće trebati u životu?" Glavna je literatura Glazer, Evan, M., McConnell, John, W. (2002). Real – Life Math: everyday use of mathematical concepts čiji se sadržaj temelji na preko četrdeset matematičkih pojmova koji se uče na različitim razinama srednjoškolske matematike. Svaki od pojmova naveden je abecednim redom i može se čitati nezavisno. Ta je knjiga namijenjena za sve zainteresirane za razumijevanje kako se neki matematički pojmovi primjenjuju u prirodi i društvo. Svrha je pomoći učenicima srednjih škola i nastavnicima da to koriste kao ideje za unapređenje svojeg učenja, podučavanja, uvažavanja matematike te da im ona bude smislenija za učenje i probudi želju za još većim znanjem matematike. Rad se sastoji od nekoliko temeljnih poglavlja. U uvodnom dijelu prikazani su predmet i cilj rada te struktura rada. Potom slijedi prikaz upotrebe matematike u svakodnevnom životu. Izdvojeni su pojmovi iz knjige koji su najprimjenjiviji i najzanimljiviji te su oni opisani. Točnije, prikazane su definicije i upotreba istih u svakodnevnom životu te njihova svojstva. Treće poglavlje opisuje matematičke funkcije i njihovu upotrebu u svakodnevnom životu. Ovdje je definiran pojam matematičke funkcije, opisana su svojstva kao i primjena funkcija u svakodnevnom životu. Na kraju je zaključak.

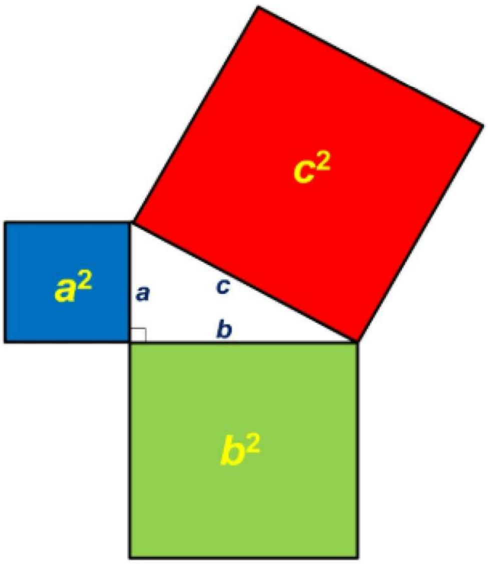
2. Upotreba matematike u svakodnevnom životu

2.1 Pitagorin teorem

2.1.1 Definicija i osnovna svojstva Pitagorina teorema

Ako postoji jedan teorem koji je poznat svim matematički pismenim ljudima, to je sigurno Pitagorin teorem, odnosno Pitagorin poučak.

Teorem 2.1. *(Pitagorin poučak). Zbroj površina kvadrata nad katetama pravokutnog trokuta jednak je površini kvadrata nad njegovom hipotenuzom.*



Slika 1: Pitagorin poučak

Vrijedi i obrat teorema: Ako za duljine stranica a, b, c nekog trokuta vrijedi $c^2 = a^2 + b^2$, pri čemu je c hipotenuza, tada je taj trokut pravokutan.
Pod imenom Pitagorina trojka mislimo na uređenu trojku (x, y, z), x, y, $z \in \mathbb{Z}$ oblika

$$x^2 = y^2 + z^2.$$

2.1.2 Pitagorin teorem u svakodnevnom životu

Pitagorin teorem koristi se za procjenjivanje udaljenosti dvaju obližnjih gradova na karti. Promjene u zakrivljenosti Zemlje su minimalne unutar kratkih raspona, tako da položaji geografske širine i dužine mogu poslužiti kao točke u koordinatnoj ravnini. Na primjer, grad Zagreb udaljen je 35 km sjeverno i 35.7 km istočno od Karlovca. Dva grada su na karti udaljena 50 km, što predstavlja zračnu udaljenost. Ta se udaljenost može odrediti rješavanjem jednadžbe $35^2 + 35.7^2 = d^2$ koja je određena Pitagorinim teoremom.

Slika 2: Računanje udaljenosti između 2 grada pomoću Pitagorina poučka

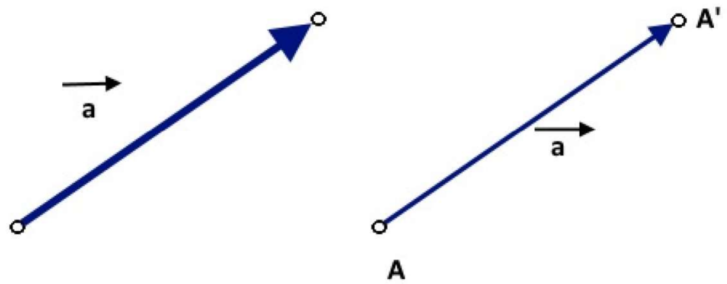
Stolari koriste pitagorejske trojke za utvrđivanje pravih kutova u svom radu. Na primjer, stolar koji izrađuje ormarić može savršeno poravnati komade drva u pravom kutu uz uporabu metra za mjerenje. Koristeći pitagorejsku trojku $3, 4, 5$, ili bilo koji njezin višekratnik, kao što su $12, 16, 20$, stolar će označiti 12 cm na površini na kojoj radi, na jednom metru 16 cm, a na drugome 20 cm. Na početak oznake od 12 cm će staviti početak jednog označenog metra, a na kraj oznake početak drugog označenog metra. Metre će pomicati sve dok se njihovi krajevi ne dodirnu. Trokut sa stranicama 12, 16 i 20 cm je pravokutan trokut , s obzirom da je $12^2 + 16^2 = 20^2$.

Građevinski radnici koji grade uz planinu koriste Pitagorin teorem kako bi odredili količinu zaliha potrebnih za stvaranje pruge za uspinjaču ili gondolu. Vodoravne i okomite udaljenosti od podnožja planine do njezinog vrha mogu se odrediti na karti, formirajući katete pravokutnog trokuta koje se mogu nacrtati u planinskom središtu. Treća stranica trokuta, hipotenuza, predstavlja šetnju planinom, koja se nikada ne mora fizički izmjeriti, budući da se ona može pronaći pomoću Pitagorina teorema.

2.2 Translacije

2.2.1 Definiranje translacije

Definicija 2.1. *Neka je u ravnini zadan vektor $\vec{a}$. Taj vektor određuje preslikavanje koje svakoj točki A te ravnine pridružuje točku A' takvu da je $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{a}$. Tako definirano preslikavanje svaku točku ravnine pomiče u istom smjeru i za istu udaljenost. Opisano preslikavanje nazivamo translacija (ili paralelni pomak) ravnine za vektor $\vec{a}$.*



Slika 3: Translacija za vektor

2.2.2 Translacija u svakodnevnom životu

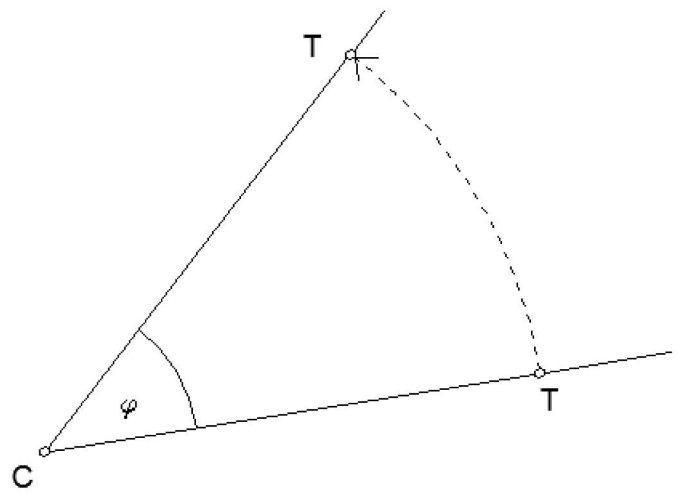
Translaciju u svakodnevnom životu možemo promatrati kao prijenos. Primjerice, ukoliko se brodovi pomaknu na istoj udaljenosti u istom smjeru oni su obavili translaciju ili prijenos. Dizajn tepiha koji se proizvodi u stotinama metara sastoji se od uzoraka koji se neprestano prenose. Prijenos nastaje i kada pjevač rasponom svoga glasa izvodi glazbeno djelo nekog skladatelja. Vidljivo je kako je translacija zapravo vrlo jednostavna matematička radnja koju je moguće susresti u svakom aspektu čovjekova života.

2.3 Rotacija

2.3.1 Definiranje rotacije

Definicija 2.2. *Neka je $O \in \mathbb{M}$. Rotacija oko točke O za kut φ je preslikavanje $r_0^{\varphi} : M \to M$ sa sljedećim svojstvima:*

1. $r_0^{\varphi}(0) = 0$
2. *za* $T \in \mathbb{M}, T \neq 0$ *i* $T' = r_0^{\varphi}(T)$ *vrijedi:* $|OT| = |OT'|$ *i* $\sphericalangle\, TOT' = \varphi$



Slika 4: Rotacija

2.3.2 Rotacija u svakodnevnom životu

Rotacije su te koje omogućuju ponovni prikaz istog objekta uz njegov kružni put. Primjerice, u obrascu popločavanja, križići za vezivanje su ti koji se mogu okretati i tako uredno uklopiti u svaku pločicu. Rotacije su te koje se koriste u kružnom kretanju. Najjednostavniji primjer rotacije u svakodnevnom životu jasno je rotacija kotača. Kotač se okreće na osovini automobila. Rotacija kotača i trenje između kotača i ceste omogućuju automobilu da se pomakne naprijed. Nadalje, kružni zupčanici su ti koji pomažu u rotaciji motora i strojeva. Primjerice, bicikl je taj koji koristi zupčanike za promjenu količine sile koja je potrebna za kretanje. Kako se zupčanik rotira tako zupci zahvaćaju sam lanac te to pomicanje rezultira okretanjem kotača bicikla. Zupčanici koji imaju manji radijus zahtijevaju i manje uložene snage.

Slika 5: Župčanici bicikla

Na slici 5. prikazani su zupčanici bicikla koji se okreću i pričvršćuju na lanac kako bi pomaknuli bicikl naprijed kada se na pedale pritisne sila.

3. Simetrija

Što je simetrija? Ako bi svi promatrali pažljivije oko sebe gledajući očima matematičara mogli bi primijetiti bezbroj pravilnosti, ljepote i jednostavnih oblika koji su prisutni svakodnevno i s kojima se susrećemo svaki dan. Dakle, ne samo u arhitekturi i umjetnosti, nego i u prirodi susrećemo najrazličitije oblike, od pravilnih geometrijskih tijela do najčudnijih nepravilnih oblika, uvjetovanih načinom života biljnog i životinjskog svijeta. Možemo uočiti niz oblika s većom ili manjom simetrijom, važnom karakteristikom svih živih bića. U matematici je simetrija preslikavanje točaka ravnine, odnosno prostora.
Simetrije možemo svrstati u tri osnovna područja:

- zrcalna (planarna) simetrija je simetrija u odnosu na ravninu
- osna (aksijalna) simetrija je simetrija u odnosu na pravac
- centralna (središnja) simetrija je simetrija u odnosu na točku.

To su primjeri izometrije, preslikavanja koje čuva udaljenosti.

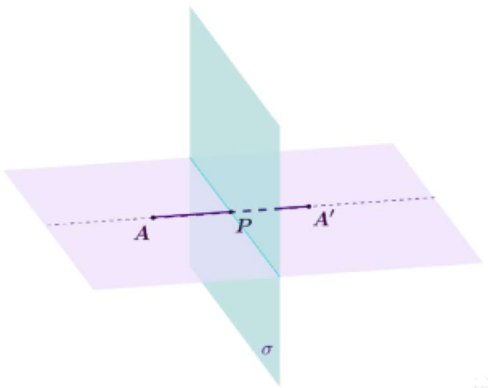
3.1 Definicije simetrija

3.1.1 Definiranje zrcalne simetrije

Definicija 3.1. *Neka je zadana ravnina σ. Točki A pridružimo točku A' tako da vrijedi:*

- *točke su jednako udaljene od ravnine, tj. ako točka P, polovište dužine $\overline{AA'}$, pripada ravnini, tada vrijedi $|AP| = |A'P|$.*
- *pravac AA' okomit je na danu ravninu.*

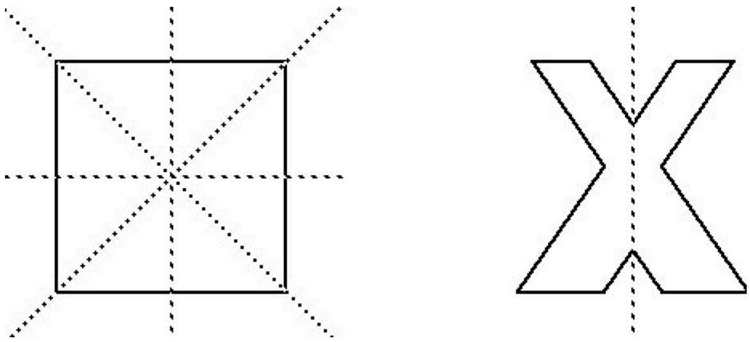
Tada preslikavanje AA' nazivamo zrcalna simetrija.



Slika 6: Zrcalna simetrija

3.1.2 Definiranje osne simetrije u ravnini

Definicija 3.2. *Neka je dan pravac p u ravnini. Za par točaka A i A' kaže se da su simetrične s obzirom na os p ako je njihova spojnica $\overline{AA'}$ okomita na pravac p i ako os p siječe dužinu $\overline{AA'}$ u njezinu polovištu p.*



Slika 7: Osnosimetrične figure

3.1.3 Definiranje osne simetrije u prostoru

Definicija 3.3. *Osna simetrija preslikavanje je prostora koju točku A preslika u $A^{'}$ tako da vrijedi:*

- *pravac $AA^{'}$ okomit je na pravac p*
- *ako je P sjecište pravca AA_1 i p, tada vrijedi $|AP| = |A^{'}P|$.*

Pravac p nazivamo os simetrije.

Često se u svakodnevnom govoru i osnovnoj školi poistovjećuju osna i zrcalna simetrija.

3.2 Simetrije u svakodnevnom životu

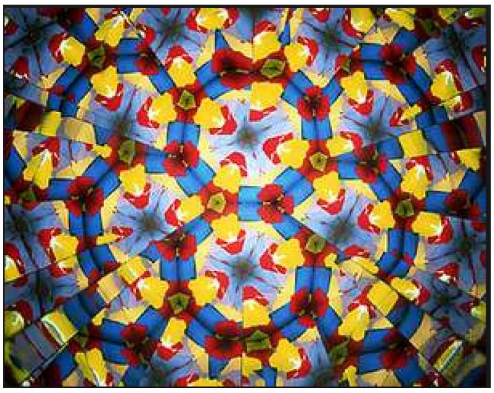
Zrcalna simetrija transformacija je koja stvara sliku jednake veličine okretanjem objekta preko neke plohe, koja predstavlja ravninu. Na primjer, vidjet ćete odraz osobe, tj. sami sebe, ukoliko se pogledate u zrcalo. Veličina čovjeka u zrcalu bit će ista kao i stvarna veličinu, ali sve će značajke biti obrnute. Dakle, ako se primjerice kosa namjesti lijevo, čini se da je ista odijeljena udesno u odrazu. Koristeći dva zrcala mogu se stvoriti dvostruke zrcalne simetrije. Primjer je u frizerskom salonu kada frizerski stilist prikazuje pomoću drugog zrcala stražnji dio glave dok osoba gleda ravno u zrcalo.

Zrcalna simetrija predmeta prirodno je vidljiva u vodi. Ako osoba hoda prema jezeru na miran i sunčan dan, vidjet će sliku sebe na površini vode.

Slika 8: Zrcalna simetrija zgrada i brodova

Na slici 8 prikazana je zrcalna simetrija zgrada i brodova na površini nizozemskog zaljeva. Zrcaljenjem nastaje simetrija toliko jasna i vjerna da kada se okrene slika za 180 stupnjeva, izgleda gotovo jednako.

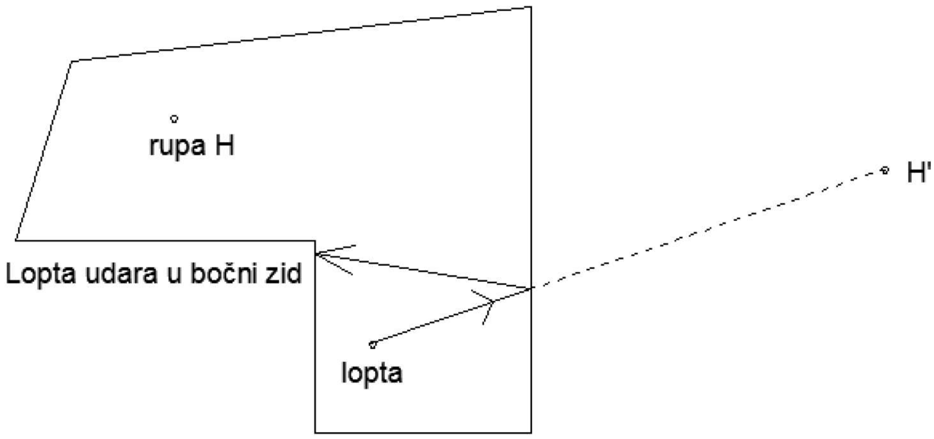
Ponekad se zrcalna simetrija koristi za stvaranje iluzija ili za povećanje veličine nekog objekta. Mnogi restorani imaju velika ogledala na zidovima kako bi se prostorija doimala dvostruko većom. U zabavnom parku, kuće ogledala tvore višestruke slike prolaznika kako bi otežale pronalazak izlaza. Drugi primjer korištenja zrcalne simetrije za repliciranje objekta stvaranje je dizajna sa kaleidoskopom. Kaleidoskop je cilindrična igračka koja stvara šarene uzorke koristeći sitne objekte koji se nalaze na njegovoj bazi te između dva ogledala koja se sijeku. Zrcalna simetrija se na bazi ponavlja kao funkcija kuta n između ogledala. S obzirom da krug ima 360 stupnjeva, tada će biti $\frac{360}{n}$ ponavljanja objekta koje izaziva zrcalna simetrija. Svaki put kad se kaleidoskop rotira, sitni objekti unutar njega miču se i samim time mijenjaju simetrični uzorak koji osoba vidi kada gleda kroz cilindar.



Slika 9: Kaleidoskop

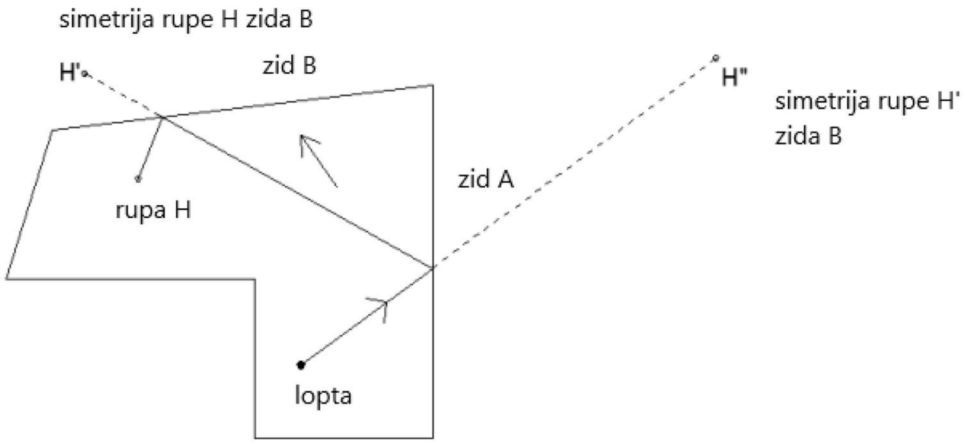
Na slici 9 prikazan je kaleidoskop koji koristi ogledala kako bi proizveo višestruke zrcalne simetrije i stvorio šarene uzorke.

Zrcalna simetrija se također može koristiti i u igrama, u situaciji u kojoj se lopta mora odbiti od dva zida. I u ovom slučaju vrijede pravila zrcalne simetrije.



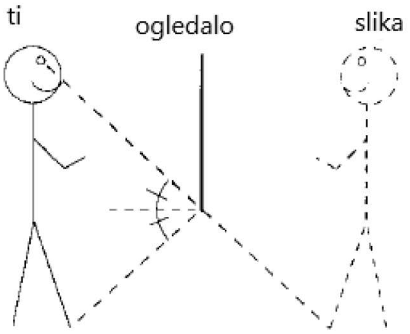
Slika 10: Neuspjeli pokušaj pogađanja rupe u mini-golfu koristeći zrcalnu simetriju, jer je lopta blokirana lijevim zidom.

Zamislimo: igrač shvati kako ne može pogoditi loptu tako da udari o samo jedan zid, kao što je prikazano na slici 10. Umjesto toga, igrač mora pogoditi dva zida: prvo onaj sa strane, a onda stražnji zid. Kako bi pogodak bio uspješan, mora namjestiti simetriju rupe na stražnji zid, $H^{'}$, te nakon toga lokaciju simetrije $H^{''}$. Igrač tada cilja prema zidu koji se nalazi sa strane pri dvostrukoj simetriji rupe H'' pri čemu bi lopta trebala slijediti put prema prvoj simetriji tako da udari stražnji zid nakon čega treba ući u rupu, kao što je i prikazano na slici 11.



Slika 11: Strategija pogađanja rupe iz jednog pokušaja na mini-golfu.

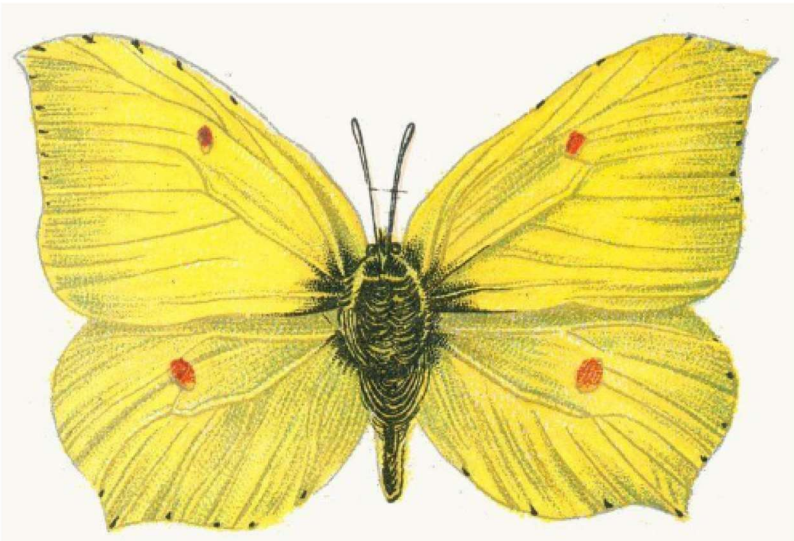
Veza između kuta upada i kuta zrcalne simetrije može se koristiti i u dizajniranju ogledala. Naime, ogledala koja osobe koriste za gledanje cijeloga tijela moraju biti dugačka samo pola visine osobe koja se gleda u njih. U ovakvom tipu ogledala, zrcalna simetrija svjetla iz očiju osobe do njezinog struka će se okrenuti dolje prema njezinim nožnim prstima. Ovo je moguće zato što je točka kontakta s vašom linijom vida i ogledalom na sredini vašeg tijela, gdje je kut upadanja (incidencije) istovjetan s kutom zrcalne simetrije. Na taj način, ukoliko osoba gleda u donji dio ogledala, koji je pola njezine visine, može izravno vidjeti svoja stopala.



Slika 12: Ogledalo u zrcalnoj simetriji

Na slici 12 vidi se kako ogledalo mora biti dugačko samo polovinu visine osobe koja se gleda u njega, kako bi mogla vidjeti cijelo svoje tijelo. Još jedan trivijalan primjer kako se matematika nalazi posvuda oko čovjeka.

Mnogi su predmeti i objekti u našem svakodnevnom životu simetrični. Za stvari koje su podijeljene u dva jednaka dijela, tako da se jedan dio može direktno preslikati u drugi, kažemo da su osnosimetrične. Pravac preslikavanja zove se pravac simetrije, a ona je također i linija refleksije. Mnogi su kukci upravo osnosimetrični, npr. leptiri i mravi.



Slika 13: Krila leptira su osnosimetrična s obzirom na njihovo tijelo

Ljudsko je lice gotovo pa osnosimetrično, no ipak – nitko nije savršen! Ljudska su stopala vrlo rijetko savršeno simetrična, s obzirom da je jedno stopalo gotovo uvijek malo veće negoli drugo. Unatoč tome, cipele se proizvode tako da su simetrične. Razlog tome je što određeno stopalo nije uvijek veće kod svih ljudi, a isto tako veće stopalo nije uvijek veće za istu dužinu kod svih ljudi. Upravo zbog svega navedenoga, jedna cipela može biti uža od druge.

Slika 14: Cipele su osnosimetrične. Veličina i oblik potplata cipela odgovara jedna drugoj kada im se potplati prislone jedan na drugi.

Neki se predmeti dizajniraju da budu simetrični kako bi mogli imati bolju usklađenost i potporu. Na primjer, motor aviona i kotači se stavljaju na jednakoj udaljenosti od trupa aviona kako bi ravnomjerno podijelili masu i snagu. Neka se roba može namjerno napraviti tako da nije osnosimetrična, jer na taj način njezina primjena pomaže u zadovoljavanju ljudskih potreba. Na primjer, škare se prave posebno za dešnjake i ljevake. Ljevaku je puno teže rezati sa škarama za dešnjake negoli je to dešnjaku, za koga su i napravljene. Mnogi zmajevi su osnosimetrični, jer imaju dvije grede okomite jedna na drugu u obliku križa. Duža greda tada postaje pravac simetrije koja dijeli zmaja u dva jednaka dijela.

Slika 15: Grede zmaja dijele zmaj u jednake dijelove i pružaju potporu kada je u zraku.

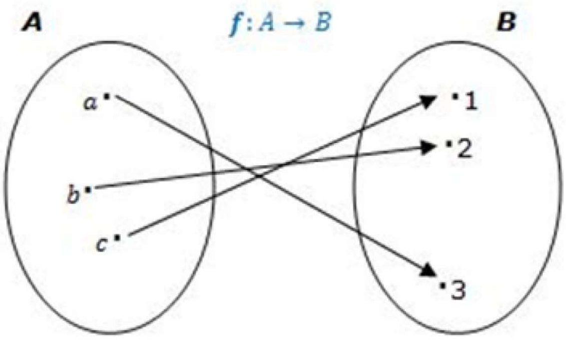
Objekt je rotacijsko simetričan ako se jedan od njegovih dijelova može rotirati oko točke tako da je podudaran s ostalim dijelovima objekta. Na primjer, neko cvijeće je rotacijsko simetrično zato što su mu latice jednako raspoređene. Neki se predmeti prave na način da su rotacijsko simetrični kako bi bili korisni prilikom korištenja iz više različitih kutova ili kako bi pružili jednaku distribuciju. Na primjer, francuski ključevi mogu okretati vijke iz više različitih pozicija, a odvijači mogu okretati vijke neprestano. Pjenjača je jednako efikasna korištena iz svih svojih kutova kako se pravi smjesa za kolače. Oštrica na dnu kosilice reže travu jednakom visinom. Sušilo za kosu pomaže pri kontinuiranoj i jednakoj cirkulaciji zraka. Predmet koji se proizvodi s namjerom da ne bude rotacijsko simetričan ponekad može služiti jedinstvenoj svrsi, na način da se može koristiti samo u jednoj poziciji ili ako se ne želi da se njegova masa raspoređuje ravnomjerno. Na primjer, nož je namijenjen za držanje za ručku, pištolj može ispaliti metak samo na jednu stranu, a vrč vode ima ručku i rub kako bi se pružila dodatna potpora i lakše točenje vode.

4. Primjena matematičke funkcije u svakodnevnom životu

4.1 Definiranje matematičke funkcije i njezina svojstva

Definicija 4.1. *Neka su D i K bilo koja dva neprazna skupa. Postupak f koji svakom elementu $x \in D$ pridružuje točno jedan element $y \in K$ zovemo* ***funkcija*** *ili* ***preslikavanje*** *s D u K i pišemo*

$$f : D \to K \quad \textit{ili} \quad x \to f(x), \quad x \in D.$$



Slika 16: Shematski prikaz funkcije

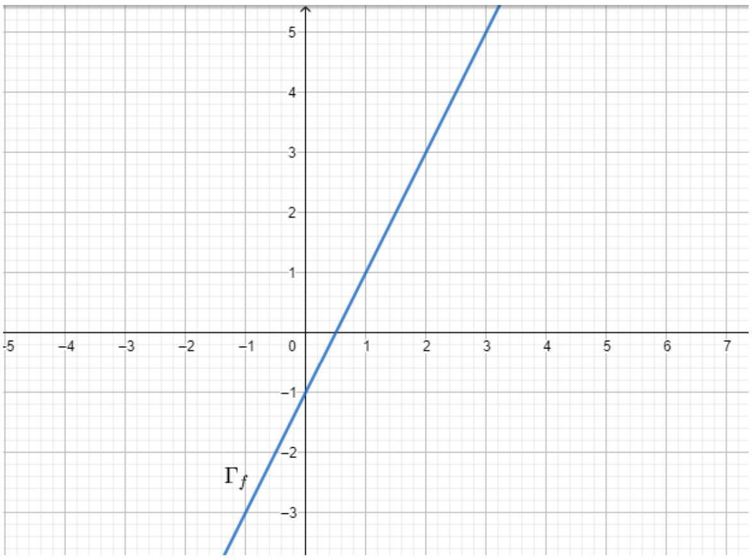
Izraz „točno jedan” iz definicije 4.1. znači da svakom elementu $x \in D$ mora biti pridružen jedan, ali ne smiju biti pridružena dva ili više elemenata iz skupa K.

Skup D iz definicije 4.1 zovemo domena ili područje definicije, a skup K kodomena ili područje vrijednosti funkcije f. Domenu D funkcije f često označavamo i s $D(f)$. Svakom $x \in D$ odgovarajući (jedinstveni) pridruženi element $y \in K$ označavamo s $f(x)$ i zovemo slika elementa x ili vrijednost funkcije f u točki x. Skup svih vrijednosti funkcije f, tj. skup $R(f) = \{f(x) : x \in D\}$ zovemo slika funkcije f. Prema definiciji 4.1. je $R(f) \subseteq K$. Simbol x, koji označava proizvoljni element iz D zovemo nezavisna varijabla ili argument, a $f(x)$ zavisna varijabla.

Realna funkcija f zadana je:

1. domenom (područjem definicije) D,
2. kodomenom (područjem vrijednosti) K i
3. zakonom pridruživanja $x \to f(x)$.

Definicija 4.2. *Graf* Γ_f *funkcije* f *skup je svih uređenih parova* $(x, f(x))$, *takvih da je* x *iz domene* D *funkcije* f. *To zapisujemo:* $\Gamma_f = (x, y) : x \in D, y = f(x)$



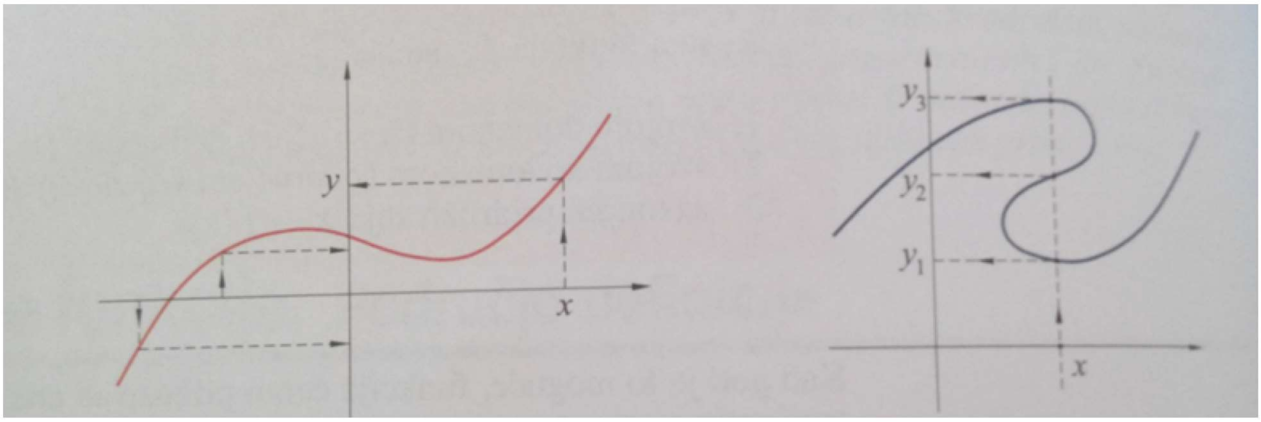
Slika 17: Graf funkcije $f(x) = 2x - 1$

Graf funkcije $f(x) = 2x-1$ je pravac $y = 2x-1$. Svakoj vrijednosti x iz područja definicije (koje se nalazi na osi apcisa) odgovara točno jedna vrijednost $y = f(x)$ iz područja vrijednosti (koje je podskup osi ordinata). Točke s koordinatama (x, y) određuju graf funkcije.

Graf funkcije koji trebamo proučiti opisan je krivuljom (ili dijelovima različitih krivulja) u ravnini. Postavljaju se dva pitanja:

1. Kada neka krivulja predstavlja graf funkcije?
2. Kako se određuju njezina domena i kodomena, a kako zakon pridruživanja?

Osnovni putokaz pri odgovoru na ova pitanja predstavlja sama definicija funkcije, koja kaže da svakom elementu x domene D mora biti pridružen točno jedan element y iz kodomene K. To znači sljedeće: vertikalni pravac (paralelan s osi ordinata) smije sjeći krivulju najviše u jednoj točki. Apscisa presjeka tog pravca s osi apscisa predstavlja vrijednost varijable x, a odgovarajuću vrijednost od y dobivamo iz presjeka pravca sa zadanom krivuljom.



Slika 18: Prikaz funkcija

Na slici 18 prikazane su dvije krivulje, krivulja lijevo određuje y kao funkciju varijable x. Krivulja desno ne predstavlja graf funkcije. Jednoj vrijednosti varijable x odgovara više vrijednosti varijable y.

4.1.1 Monotonost i ograničenost

Pretpostavimo da interval I leži u području definicije D funkcije f. Funkcija f strogo raste na intervalu I ako za sve x_1, $x_2 \in I$ vrijedi

$$x_1 < x_2 \to f(x_1) < f(x_2).$$

Funkcija je rastuća (neopadajuća) na tom intervalu ako za sve $x_1, x_2 \in I$ vrijedi

$$x_1 < x_2 \to f(x_1) \leq f(x_2).$$

Funkcija f strogo pada na intervalu I ako za sve x_1, $x_2 \in I$ vrijedi

$$x_1 < x_2 \to f(x_1) > f(x_2).$$

Funkcija je padajuća (nerastuća) na tom intervalu ako za sve x_1, $x_2 \in$ vrijedi

$$x_1 < x_2 \to f(x_1) \geq f(x_2).$$

Funkcija je konstantna na intervalu I ako za sve x_1, $x_2 \in I$ vrijedi

$$f(x_1) = f(x_2).$$

Ponekad, u situacijama gdje se ne mora biti potpuno precizan, rastućim funkcijama se nazivaju i neopadajuće i strogo rastuće funkcije. Slično tome govorimo padajuća funkcija za onu koja je po gornjoj definiciji strogo padajuća ili nerastuća. Padajuće ili rastuće funkcije zovemo jednim imenom monotonim funkcijama. ograničenosti i neograničenosti može se definirati za bilo koju funkciju. Funkcija je ograničena ako je ograničena njezina slika $R(f)$. To se može iskazati i na sljedeći način:
Funkcija f je ograničena ako postoje brojevi $m, M \in \mathbb{R}$ za koje vrijedi

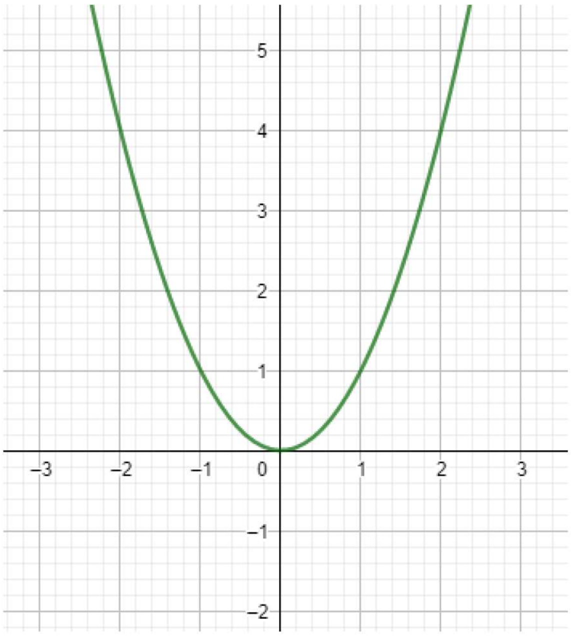
$$m \leqslant f(x) \leqslant M, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Ako vrijedi samo jedna od nejednakosti, onda kažemo da je funkcija ograničena odozdo ili da je ograničena odozgo. Područje definicije funkcije f možemo razbiti na intervale na kojima je funkcija bilo rastuća, bilo padajuća, bilo konstantna. Ti intervali nazivaju se intervali monotonosti.

4.1.2 Parne i neparne funkcije

Definicija 4.3. *Kažemo da je funkcija $f : D \to K$, parna ako je $f(-x) = f(x)$ za svaki $x \in D$.*

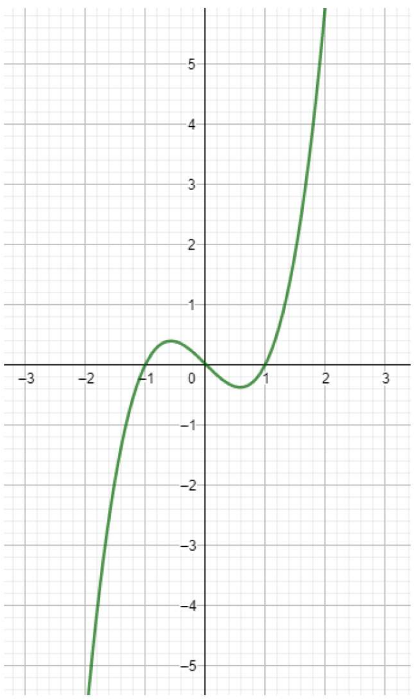
Graf parne funkcije simetričan je s obzirom na y-os. Područje definicije parne funkcije simetrično je s obzirom na ishodište.



Slika 19: Graf parne funkcije

Definicija 4.4. *Funkcija* $f : D \to R$ *je neparna ako je* $f(-x) = -f(x)$ *za svaki* $x \in D$*.*

Graf neparne funkcije simetričan je s obzirom na ishodište. Područje definicije neparne funkcije simetrično je s obzirom na ishodište.



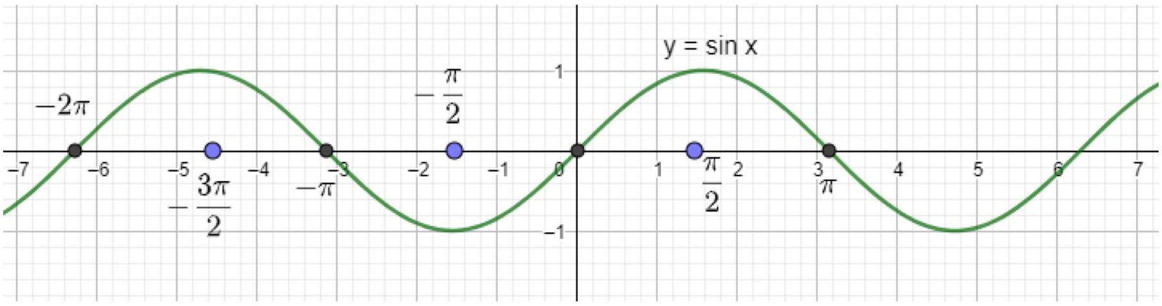
Slika 20: Graf neparne funkcije

4.1.3 Periodičnost

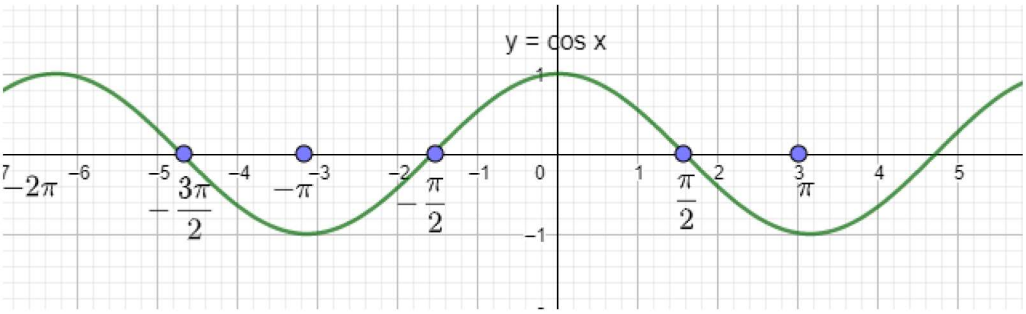
Definicija 4.5. *Za funkciju f kažemo da je periodična ako postoji realan broj $T > 0$ takav da za sve $x \in D$ vrijedi*

$$f(x) = f(x + T).$$

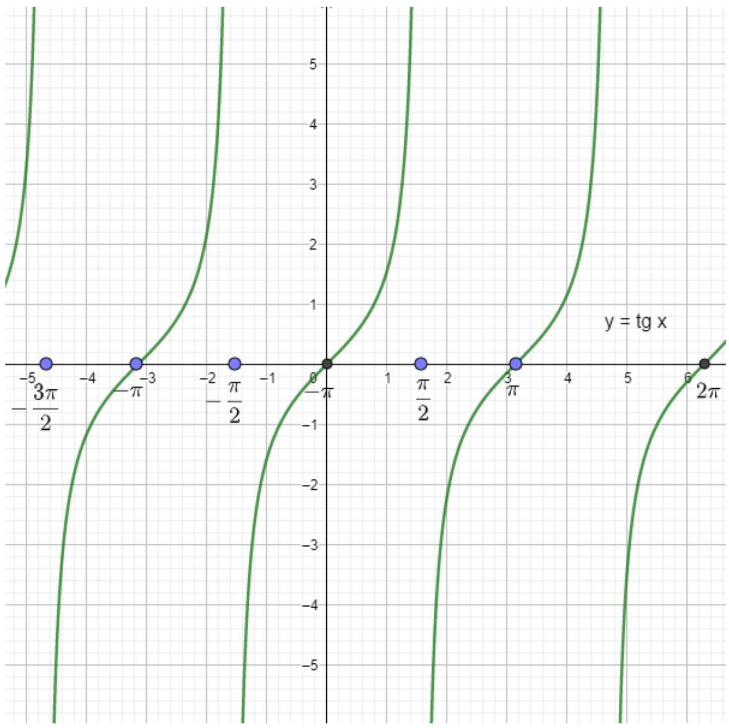
Broj T naziva se period funkcije f. Najmanji pozitivni broj T za koji vrijedi naziva se temeljni period.



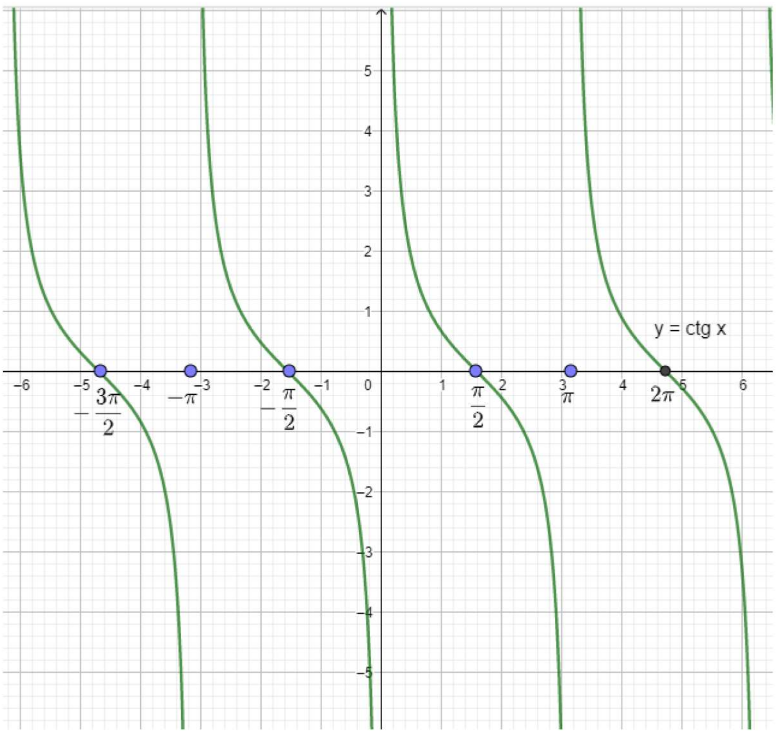
Slika 21: Graf funkcije sinus



Slika 22: Graf funkcije kosinus



Slika 23: Graf funkcije tangens



Slika 24: Graf funkcije tangens

4.2 Matematička funkcija u svakodnevnom životu

Postoje brojne realne situacije koje koriste linearnu funkciju za predviđanje ili usporedbu koja uključuje stalne promjene. Na primjer, trošak benzina je linearan, a odnosi se na broj kupljenih litara. Primjerice, za svaki litar kupljenog benzina, cijena će se povećati za oko 1.41 kn dolara. Činjenica je da se cijena plina po litru ne mijenja. Lineralnom funkcijom može se predvidjeti iznos novca koji je potreban da bi se napunio spremnik. U ovoj situaciji, funkcija $c = 1.40\ g$ odnosila bi se na trošak u kunama za kupljene litre. Ako automobil ima spremnik od dvanaest litara, troškovi za punjenje spremnika su $c = 1.40 \times 12 = 16.80$ kuna. Osim toga, linearna jednadžba je korisna kada pojedinac koji kupuje primjerice benzin želi znati koliko benzina on ili ona bi mogao dobiti s 10 kuna dostupnih u džepu. U tom će slučaju 10 će biti zamijenjeno za varijablu c, i rješavanje jednadžbe pokazalo bi to približno da se radi o 7.14 litara. Linearne funkcije mogu biti korisne za procjenu količine vremena za koju će trajati cestovno putovanje. Pod pretpostavkom da su prometni uvjeti dobri i da vozač putuje konstantnom brzinom na autocesti, linearna jednadžba $d = rt$ (udaljenost jednaka brzini puta vremena) može se koristiti za predviđanje ukupne udaljenosti ili vremena potrebnog za dovršetak putovanja. Na primjer, pretpostavimo: obitelj putuje na odmor automobilom. Članovi obitelji proučavaju kartu kako bi odredili udaljenost između gradova, procjenjuju brzinu autoceste ili stopu od 65 kilometara na sat, i zatim rješavaju linearnu jednadžbu $d = 65t$ kako bi procijenili duljinu njihovog putovanja. Sama vijest o vremenu potrebnom za putovanje bi vjerojatno pomogla da obitelj planira vrijeme odlaska i vremena za odmor. Upravo iz dva navedena primjera jasno je kako je linearna funkcija vrlo upotrebljiva u svakodnevnom životu, tj. u svakodnevnim životnim situacijama.

5. Trigonometrija trokuta u svakodnevnom životu

Trigonometrija predstavlja dio matematike koji proučava odnose među dijelovima pravca, tj. dužinama, te kutovima u ravnini ili pak na površini kugle. Ukoliko se radi o trigonometrijskim funkcijama šiljastog kuta one su sljedeće: (Slika 25)

Sinus kuta uz vrh A jednak je stoga kvocijentu duljina nasuprotne katete i hipotenuze pravokutnog trokuta.

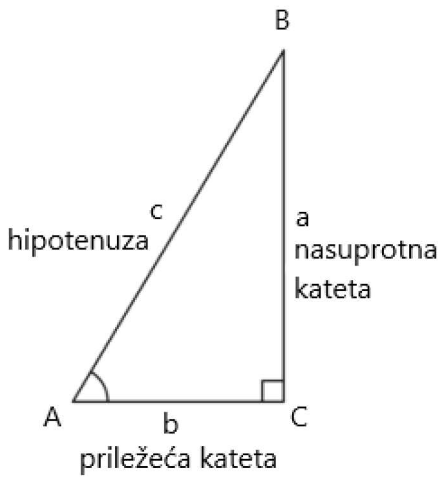
$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

Kosinus kuta uz vrh A je jednak kvocijentu duljina priležeće katete i hipotenuze pravokutnog trokuta.

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

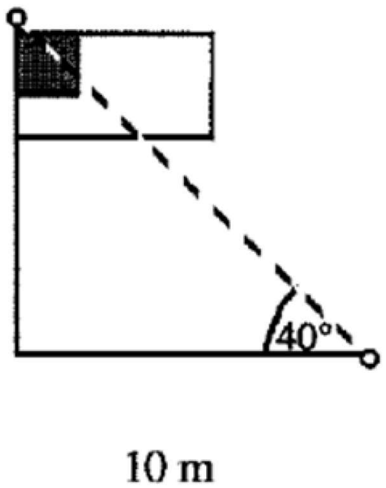
Tangens kuta uz vrh A je jednak kvocijentu duljina nasuprotne te priležeće katete pravokutnog trokuta dok je kotangens kuta uz vrh A jednak kvocijentu duljina priležeće te nasuprotne katete pravokutnog trokuta.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b} \qquad \operatorname{ctg}\alpha = \frac{b}{a}$$



Slika 25: Trigonometrija trokuta

Trigonometrija se može koristiti za pronalaženje nepoznatih duljina ili mjerenja veličine kuta. Te su informacije korisne inženjerima jer mogu pronaći velike ili teško mjerljive udaljenosti bez mjerenja. Na primjer, visina zastavice ili visoka zgrada može se odrediti pomoću izmjerene udaljenosti od stupa i podnožja kuta uz zemlju. Jasno je stoga kako trigonometrija trokuta igra iznimno veliku ulogu u već spomenutoj arhitekturi.



Slika 26: visina objekta

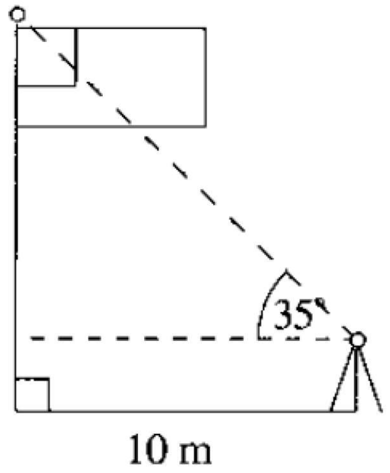
Zamislimo kako trebamo izmjeriti visinu zgrade koja se nalazi na udaljenosti od $10m$. Pri tome je dan kut elevacije od $40°$ kao što je prikazano na slici. U trigonometriji pravokutnog trokuta, kako bismo pronašli visinu zgrade koristimo jednu od tri navedene formule:

$$\sin\alpha = \frac{nasuprotna\ \ kateta}{hipotenuza},$$

$$\cos\alpha = \frac{priležeća\ \ kateta}{hipotenuza},$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{nasuprotna\ \ kateta}{priležeća\ \ kateta},$$

U ovome slučaju, treba koristiti funkciju tangens kuta jer je suprotna strana kuta elevacije nepoznata (visina zgrade), a priležeća strana je dana udaljenost od neke točke koja iznosi 10 metara. Zbog toga, visina zgrade koja je približno 8.4 metara, može se pronaći rješavajući jednadžbu tg $40^\circ = \frac{zgrada}{10}$. Inženjeri koriste teodolit kako bi mjerili kutove visokih objekata ili onih koje je teško dohvatiti. Ponekad se kut elevacije mjeri sa objekta koji je iznad zemlje, kao što je teodolit koji je na tronošcu. Ako se mjerenje kuta ne uzima sa zemlje, tada se visina tronošca mora dodati u završnom izračunu. U tome slučaju, ukoliko je teodolit 1.5 metara iznad zemlje, tada je kut elevacije približno 35° stupnjeva. Dužina koja nedostaje je otprilike 6.9 metara, nakon što se postavi jednadžba koristeći funkciju tangensa, tg $35^\circ = \frac{visina \ \ iznad \ \ tranzita}{10}$. Kako bi se pronašla cjelokupna visina zgrade, visina tranzita se mora dodati ovom računu i na taj se način može dobiti isto rješenje kao što je ranije izračunato.



Slika 27: Teodolit korišten za mjerenje kuta elevacije kako bi se pomogla odrediti visina visokog objekta, kao što je zgrada. Zbroj visina teodolita i katete pravokutnog trokuta uzduž zgrade predstavlja ukupnu visinu zgrade

Trigonometrija pravokutnog trokuta koristi se i u zračnoj kontroli. Zaposlenici zračne kontrole na malim aerodromima navečer moraju ustanoviti kolika je visina oblaka kako bi mogli donijeti odluku o tome je li vidljivost dovoljno velika kako bi pilot mogao sigurno upravljati avionom. Pilot također može koristiti trigonometriju pravokutnog trokuta za određivanje trenutka kada se avion mora početi spuštati prema aerodromu. Ako slijetanje započne pri prevelikom kutu, putnici se mogu osjećati nesigurno zbog prebrzog pada visine te također mogu imati problema s prilagođavanjem na promjenu tlaka. Posljedično, pilot mora dobro procijeniti kada je prilika za spuštanje prema aerodromu pri malom kutu koji bi trebao biti manji od 5 stupnjeva. S obzirom na visinu aviona, zračna kontrola leta na aerodromu može odrediti trenutak u kojem bi avion trebao započeti sa slijetanjem.

Radnici na gradilištu mogu odrediti visinu rampe za kolica za invalide temeljeno na ograničenjima kuta elevacije. Na primjer, zamislimo da ured mora instalirati rampu koja je nagnuta najviše 5 stupnjeva od tla. Ako je nagib prevelik, ljudi s invaliditetom mogu imati poteškoća sa pomicanjem rampe. Koristeći ovu informaciju, arhitekti i radnici na gradilištu mogu odrediti broj okretaja koji su potrebni u rampi kako bi stala na predviđeno mjesto i ostala pri potrebnom kutu elevacije koji je propisan pravilnikom. Slično ovom primjeru, približno jednaka jednadžba može se koristiti za određivanje kuta pri kojem se treba popločiti cesta tako da automobil ne udari branikom o rub kolnika prilikom ulaženja i odlaženja.

Trigonometrija trokuta ima mnoge druge primjene za pronalaženje nepoznatih duljina i mjerenje kutova. Na primjer kod slika, filmova i televizije postoji idealna udaljenost s koje bi se trebalo gledati kako bi se stvorila najbolja moguća slika iz oka. Trokut se formira između oka i donjeg i gornjeg ruba objekta koji se promatra. Astronomi koriste trigonometriju trokuta za određivanje udaljenosti i veličine objekta. Na primjer, udaljenost između Zemlje i Mjeseca, i Zemlje i Sunca, može se pronaći tako da se pronađu njihovi kutevi sa horizonta tokom eklipse. Visina sunčeve baklje također se može odrediti mjerenjem kuta od sunca do vrha baklje, i koristeći informacije o udaljenosti između Zemlje i Sunca.

6. Krug i pojava u svakodnevnom životu

Krug predstavlja skup svih točaka koje se nalaze u ravnini te čija je udaljenost od određene točke, koja se naziva središtem kruga, manja ili pak jednaka određenom broju, a naziva se polumjerom kruga. Krug je omeđen kružnicom. Krug se pojavljuje u brojnim slučajevima u svakodnevnom životu.

Krugovi se koriste u mnogim aplikacijama u stvarnom svijetu. Primjerice, brojni šahtovi su okrugli tako da njihovi poklopci nikada ne klize kroz cijevi s tla na kanalizaciju. Na bilo koji način da se okrene poklopac, isti je nemoguće prisiliti da padne kroz rupu, a to bi značilo da je udaljenost od središta kruga uvijek ista.

Kružni kotači su ti koji omogućuju konstantno i glatko kretanje, tj. vožnju biciklom ili automobilom. Ako bi krug imao rubove ili vrhove vožnja bi postala vrlo neravna jer udaljenost od središta kotača do njegova perimetra više ne bi bila konstantna. Osim toga, automobil će proputovati udaljenost isključivo onda kada se kotači okreću, jer trenje između kotača i kolnika uzrokuje pokretanje automobila. Osim udaljenosti koju automobil prelazi, opseg krugova se koristi u nekoliko primjena. Mjerni je kotač geodetski mjerni instrument za mjerenje udaljenosti na cestama i terenima. Kotači su precizni modeli s mehaničkim brojačem koji se vrti i unazad. Opseg je kotača brušenjem podešen za točnu mjeru, pa je time osigurana visoka točnost. Na kotaču se nalazi oznaka tako da ista klikne za jedan potpun okretaj. Dok gurate kotač, svaki se klik bilježi, pa ako se kotač okrenuo jednom i čuo se klik, čovjek je prešao 1 metar.

Slika 28: Mjerni kotač

Još jedna korisna primjena opsega je određivanje starosti određenog drveta. Obujam ili debljina stabala se povećava s njihovom starosti. Drvo koje je palo često pokazuje veću skupinu koncentričnih krugova, gdje svaki krug predstavlja godinu njegovog života. Budući da je drvo deblje tijekom svog života, broj krugova je proporcionalan njegovu opsegu. Dakle, mjera opsega drveta je vrlo korisna jer može dati pretpostavku o njegovoj dobi bez da se drvo presijeca ili da mu se prebroje krugovi.

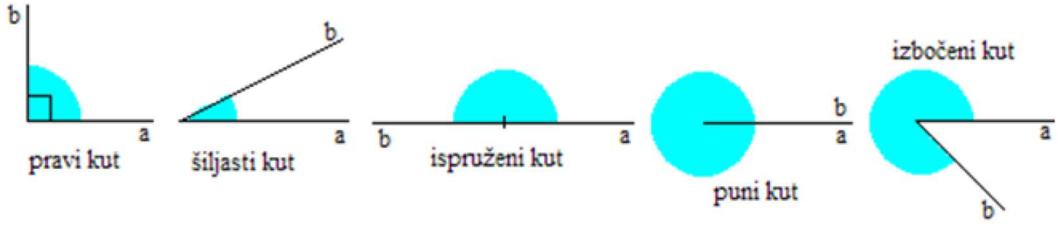
Slika 29: Starost drveta

7. Kut i pojava u svakodnevnom životu

Kut predstavlja dio ravnine koji je omeđen dvama polupravcima koji se sijeku. Kut se uobičajeno obilježava kružnim lukom među polupravcima dok su krakovi kuta polupravci koji omeđuju kut. Ukoliko je duljina luka manja od četvrtine opsega kružnice, tada je kut šiljast ili oštar, ukoliko je jednaka četvrtini tada je kut pravi, a ukoliko je veća od četvrtine te manja od polovine tada je kut tup. Ukoliko se radi o polovini tada je kut ispružen, a ukoliko se radi o većem, tada je riječ o izbočenom ili konkavnom kutu. Dva su kuta komplementarna ukoliko im je zbroj pravi kut, a suplementarna onda kada im je broj ispružen kut.

Postoji nekoliko vrsta kutova:

- šiljasti kut - $\langle 0°, 90° \rangle$
- pravi kut - $90°$
- tupi kut - $\langle 90°, 180° \rangle$
- ispruženi kut - $180°$
- izbočeni kut - $\langle 180°, 360° \rangle$
- puni kut - $360°$



Slika 30: Vrste kutova

Neki od razloga zašto ljudi koriste kutove u svakodnevnom životu su položaj, smjer, preciznost. Križanja na ulici se najčešće izvode što bliže kutu od 90°, moguće je čak i većem kako bi vidljivost pri skretanju bila što veća. Tako će skretanje biti sigurnije i teže će doći do automobilske nesreće. Na primjer, ako automobil treba skrenuti pod kutom od 60° u prometu, velika je vjerojatnost kako će izazvati prometnu nesreću. Ako pronađete neokomito raskrižje sa signalnim svjetlom za zaustavljanje, velika je vjerojatnost da će imati natpis „bez skretanja na crvenom“ za vozače koji bi bili pod tupim kutom. Vozaču bi bilo lakše ako bi ceste bile izgrađene tako da je dodatno križanje dodano tako da se auto može okrenuti jednom na 150° i još jednom na 90°. (Slika 31)

Slika 31: Skretanje automobila pod određenim kutovima

Kutovi se često koriste i u sportu. Sportaši koji pokušavaju bacati ili udariti loptice na određene udaljenosti, kao što su bejzbol loptice, košarkaška lopta, nogometne lopte i loptice za golf, strateški koriste kutove. Ukoliko žele pogoditi kratku i visoku loptu, oni će koristiti kut blizu 90°.

8. Fibonnaccijev niz

Beskonačni niz $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...$ zove se Fibonaccijev niz prema talijanskom matematičaru Leonardu iz Pise ($1175. - 1240.$), koji je pisao pod imenom Fibonacci. Niz počinje sa parom jedinica, dok je svaki sljedeći broj zbroj dva prethodna broja. Formula za niz je najjasnija ukoliko se napiše rekurzivno:

$$a_1 = 1$$

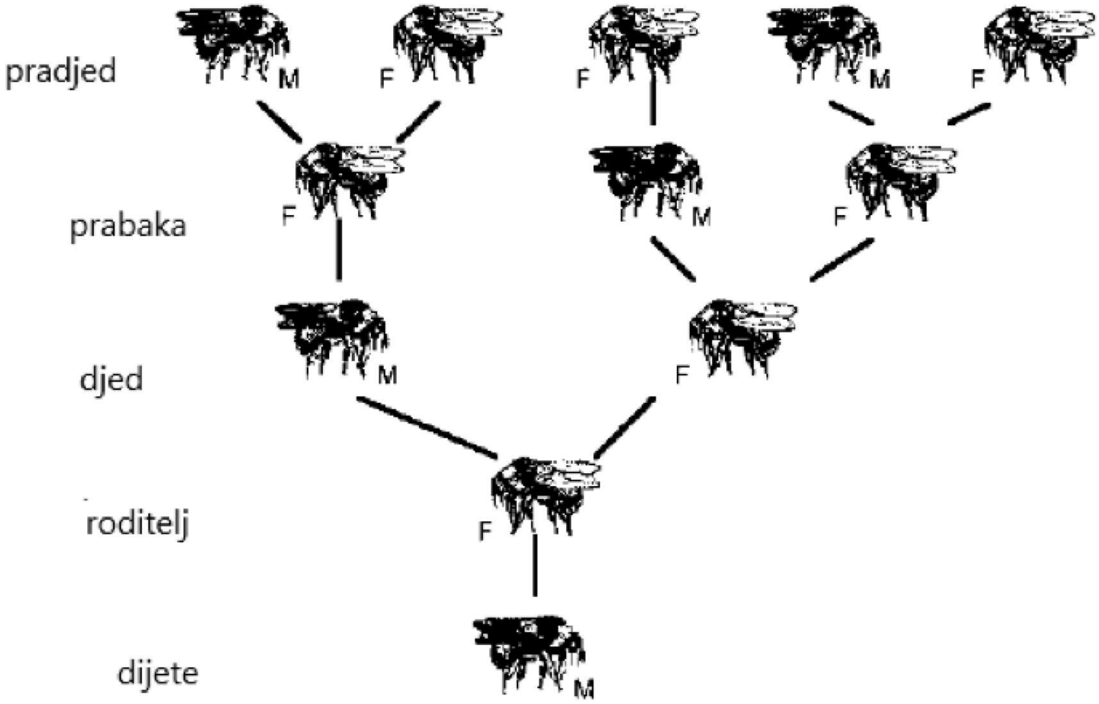
$$a_2 = 1$$

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

umjesto zadavanja eksplicitno:

$$a_n = \frac{(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^2 - (\frac{1-\sqrt{5}}{2})^2}{\sqrt{5}}.$$

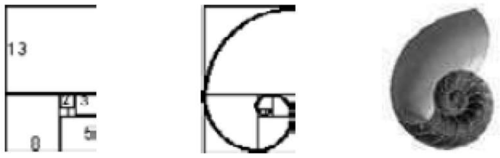
Fibonacci je postavio teški eksperiment za brojanje jedinki životinja kroz generacije, koje može biti opisano kao obiteljska linija pčela. Mužjak pčele se razvija iz neoplođenog jajeta – stoga ima samo majku. Ženke pčele se razvijaju iz oplođenog jajeta; stoga ženske jedinke imaju i oca i majku. Koliko predaka ima mužjak pčele? Mužjak pčele ima jednu majku. Majka ima majku i oca. Stoga mužjak ima jednog predaka iz generacije roditelja. Ima dva predaka iz generacije djedova i baki. Ukoliko se analizira i generacija pradjedova i prabaki, pronaći će se tri predaka. Cjelovita slika obiteljskog stabla za pčele koja ide do pra-pra-pra pradjedova/prabaki pokazuje sljedeće brojeve jedinki po generaciji: $1, 2, 3, 5, 8, 13$.



Slika 32: Obiteljsko stablo za mužjaka pčele

Postavljajući mužjaka pčele na početak niza (početna generacija) daje brojeve: $1, 1, 2, 3, 5, 8$ i tako dalje. Ukoliko se isti postupak ponovi sa ženkom pčele na početku, opet se dobije Fibonaccijev niz koji počinje sa: $1, 2, 3, 5, 8, ...$ Pokazalo se da niz ima značajna matematička svojstva i neke iznenađujuće poveznice sa događajima izvan matematike. Osam stoljeća nakon Fibonaccijeve objave niza, organizacija i časopis Fibonnacci Quarterly (Fibonnacijev Tromjesečnik), posvećeni su nalaženju novih otkrića u vezi niza.

Omjeri uzastopnih članova Fibonaccijevog niza $\frac{a_n}{a_{n-1}}$ daju niz $1, 2, 1.5, 1.6, 1.6, 1.625, ...$ koji konvergira u zlatni rez ($\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.61803$). Ako je niz kvadrata izgrađen iz dva osnovna jedinična kvadrata (slika 33-lijevo), vrhovi predstavljaju točke za crtanje logaritamske spirale (slika 33-sredina). Spirala/Krivulja (koja se širi jedan zlatni omjer tijekom svakog koraka) se pojavljuje kao nautilus indijska lađica. (slika 33-desno).



Slika 33: Fibonaccijevi brojevi i njihove poveznice sa zlatnim omjerom u nautilusu

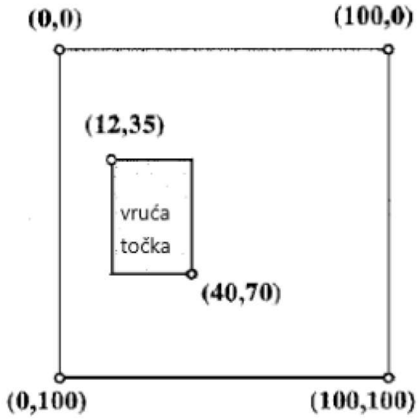
Fibonaccijevi brojevi pojavljuju se u grananju biljaka te broju spirala u sjemenkama suncokreta, šišarkama te ananasu. U jednoj podvrsti suncokreta, floreti (cjeline koje čine cvijet suncokreta) sadrže dva sustava spirala od kojih oba počinju u centru. Postoji 55 spirala u smjeru kazaljke na satu te 34 u suprotnom smjeru. Florete u tratinčici imaju 21 spiralu u jednom smjeru te 34 u drugom. Šišarka ima dvije spirale od pet te osam ruku dok ananas ima spirale od pet, osam i trinaest ruku. Spirale se također pojavljuju u rogovima životinja, kandžama i zubima.

Na mnogim biljkama, broj latica na cvijetu je Fibonaccijev broj. Žabnjaci i vodenice imaju pet latica, perunika ima tri, kukuruzni neven ima 13, dok neki zvjezdani imaju 21. Neke vrste imaju broj latica koji varira od cvijeta do cvijeta, ali prosječan broj latica je Fibonaccijev broj. Biljke sa drugim brojem latica, kao što je šest, dokazano imaju dva sloja od tri latice, tako da su njihovi brojevi čisto višekratnici Fibonaccijevog broja. U posljednjih nekoliko godina, dva francuska matematičara, Stephane Douady i Yves Couder, predložili su matematičko objašnjenje za spirale u obliku Fibonaccijevih uzoraka. Biljke razvijaju sjemenke, cvjetove ili grane iz biljnog tkiva (sićušni vrh na rastućoj biljci). Nove stanice se proizvode pri konstantnoj stopi okreta biljnog tkiva. Kako biljno tkivo raste „u zrak“, stanice izlaze van i povećaju se. Najučinkovitiji okret za proizvodnju sjemena, cvijeta ili grane će rezultirati Fibonaccijevom spiralom.

U 1948., R. N. Elliott je predložio investicijske strategije temeljene na Fibonaccijevom nizu. One postaju standardni alat za mnoge brokere, ali je diskutabilno jesu li one „nepogrešivi“ način za odabir dionica. Neki investitori smatraju da u vremenima kada se Elliottova teorija pokazuje kao točna, razlog može biti u velikom broju investitora koji koriste njegova pravila, te njihov utjecaj na burzu dionica formira Fibonaccijev uzorak. Ipak, značajan broj brokera koriste Elliottova Fibonacci pravila u određivanju kako investirati. U računarstvu, postoji struktura podataka zvana „Fibonaccijeva hrpa“ koja je srce mnogih brzih algoritama za obradu/manipulaciju grafova. Fizičari su koristili Fibonaccijeve nizove u proučavanju kvantnih skokova kroz Fibonaccijeve rešetke i radijacijske puteve kroz solarni sustav.

9. Kartezijeve koordinate

Koordinate su korisne za određivanje relativnih pozicija i udaljenosti. Na primjer, pikseli (točke svijetla) na računalu su identificirani svojim horizontalnim i vertikalnim komponentama, pri čemu je $(0,0)$ na kutu ekrana. Koordinate piksela su korisne kod animacija koje zahtijevaju početnu i krajnju točku za svaki vrh u dijagramu. Na osnovu ove informacije, računalo će predvidjeti isprekidane koordinate vrhova za pomoć u renderiranju animacije, bez potrebe za umetanjem koordinata na ekran svake sekunde. Koordinate su također korisne u računalnom programiranju za ispis točaka na ekranu ili za definiranje regija na grafičkim planovima. Na primjer, slikovna mapa hiperveza je grafički prikaz koji povezuje određena područja web-stranice sa različitim web-stranicama na web-sjedištu. Slikovna mapa hiperveza će vjerojatno izgledati kao red gumbova koji su definirani geometrijskim regijama, kao što su pravokutnici ili krugovi. Kada je kursor pomaknut na koordinatu unutar određenog područja na slikovnoj mapi hiperveza, preći će se na novu stranicu ukoliko je gumb miša pritisnut. Pretpostavimo da je pravokutno područje definirano tako što je njegova gornja lijeva koordinata $(12,35)$ te donja desna koordinata $(40,70)$, kao što je prikazano ilustracijom ispod. Ovo će načiniti regiju „vruće točke“ sa dimenzijama 28×35 piksela, koja će povezivati sa novom stranicom ukoliko je kursor pritisnut na slikovnoj mapi hiperveza između 12 i 40 piksela te između 35 i 70 piksela.



Slika 34: Slikovna mapa hiperveza preko koordinata

10. Zaključak

Pojavnost matematike u svakodnevnom životu je velika. Naime, matematika ne samo da je prisutna u nastavi, odnosno u obrazovnom procesu, ona je dio svih svakodnevnih akcija. Ujedno s time matematika uvelike olakšava čovjekov svakodnevni život omogućujući mu brojne izračune koji mogu doprinijeti kvaliteti i jednostavnosti života. Sasvim je stoga jasno kako matematika ne mora biti dosadna i monotona, ona je zanimljiva i jednostavna za primjenu. Upravo zahvaljujući izradi ovog rada uviđa se činjenica neprestanog ponavljanja matematike u svim dijelovima života, od poslova unutar kuće do putovanja pa čak i sportskih aktivnosti. Matematika prožima ljudski život da ljudi toga uopće nisu niti svjesni.

Literatura

[1] S. Antoliš, A. Copić, *Matematika 4, udžbenik sa zbirkom zadataka za 4. razred za prirodoslovno-matematičke gimnazije*, Školska knjiga, 2000.

[2] K. Brleković, A. Brmbota, M. Njerš, S. Loparić, *Matematika za 2. razred srednje škole*, Digitalni obrazovni sadržaji, dostupno na: https://edutorij.e-skole.hr/share/page/dos-eskole

[3] B. Dakić, N. Elezović, *Matematika 1, udžbenik i zbirka zadataka za 1. razreda gimnazija i tehničkih škola 1.dio*, Element, Zagreb, 2013.

[4] B. Dakić, N. Elezović, *Matematika 1, udžbenik i zbirka zadataka za 1. razred gimnazija i tehničkih škola, 2. dio*, Element, Zagreb 2013.

[5] B. Dakić, N. Elezović, *Matematika 2, udžbenik i zbirka zadataka za 2. razred gimnazija i tehničkih škola, 1. dio*, Element, Zagreb, 2013.

[6] B. Dakić, N. Elezović, *Matematika 2, udžbenik i zbirka zadataka za 2. razred gimnazija i tehničkih škola, 2. dio*, Element, Zagreb, 2013.

[7] E. Glazer, M. McConnell, W. John, *Real – Life Math: mathematical concepts. Greenwood Press* 2002.

[8] D. Jukić, R. Scitovski, *Matematika 1*, Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku, Osijek, 2017.

[9] *Geogebra* ,URL:https://www.geogebra.org/?lang=hr

Sažetak

Matematika predstavlja znanost koja služi u svakodnevnom životu, odnosno u znanosti, trgovini, industriji. Drugim riječima matematika je iznimno moćno, sažeto te nedvosmisleno sredstvo komunikacije, objašnjavanja te procjene. Njezina se moć uviđa u univerzalnom jeziku i znakovima koje imaju vlastitu gramatiku i sintaksu. Ona uvelike razvija logičko mišljenje te je estetički ugodna. Matematika je umjetnost i primjenjiva je na svim aspektima života. Ona pruža estetičko te intelektualno zadovoljstvo.

Ključne riječi: matematika, svakodnevni život, univerzalan jezik

Summary

Mathematics is a science that serves in everyday life, ie in science, commerce, industry. In other words, mathematics is an extremely powerful, concise and unambiguous means of communication, explaining that assessment. Her power is perceived in universal language and characters that have their own grammar and syntax. She develops a lot of logical thinking and is aesthetically pleasing. Mathematics is art and is applicable to all aspects of life. It provides aesthetic and intellectual pleasure.

Keywords: math, everyday life, universal language

Životopis

Moje ime je Ivana Pravdić, rođena sam 20. listopada 1991. godine u Žepču gdje sam završila osnovnu školu. Nakon završetka osnovne škole, 2006. godine preselila sam se u Osijek. Tamo upisujem Isusovačku klasičnu gimnaziju s pravom javnosti koju sam završila 2010. U istoj godini upisujem Sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike na Odjelu za matematiku, Sveučilišta J.J. Strossmayera u Osijeku. Trenutno radim u školi mentalne aritmetike Malac Genijalac.

Zahvala

Zahvaljujem svojoj mentorici na pomoći jer mi je omogućila svu potrebnu literaturu te svojim korisnim i stručnim savjetima doprinijela izradi ovog diplomskog rada.

Najveću zahvalnost iskazujem svojoj obitelji, prijateljima i tetku Borisu i tetki Ruži na materijalnoj i moralnoj podršci tijekom cjelokupnog obrazovanja. Bilo je ponekad teško i naporno, ali uz pregršt truda i odricanja sav napor se isplatio.