

# Vedska matematika

---

**Babić, Vedrana**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2016**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Mathematics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:126:471584>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-04**



**mathos**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of School of Applied Mathematics and Informatics](#)



Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku  
Odjel za matematiku  
Preddiplomski sveučilišni studij matematike

Završni rad

Tema : Vedska matematika

Student : Vedrana Babić  
Broj indeksa: 919

Osijek, 2016.

Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku  
Odjel za matematiku  
Preddiplomski sveučilišni studij matematike

Završni rad

Tema : Vedska matematika

Mentor: doc. dr. sc. Tomislav Marošević  
Student : Vedrana Babić  
Broj indeksa: 919

Osijek, 2016.

## Sadržaj

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Uvod</b>   | <b>5</b>  |
| <b>2</b> | <b>Sutre</b>  | <b>6</b>  |
| 2.1      | Pomoćne sutre . . . . .   | 9         |
| 2.2      | Sve od devetke, a zadnji od desetke . . . . .   | 10        |
| 2.2.1    | Množenje s 11 . . . . .   | 12        |
| 2.2.2    | Množenje s 9 . . . . .  | 13        |
| 2.2.3    | Množenje kada zadnje znamenke oba broja zbrojene daju 10 (u istoj desetici) . . . . . | 13        |
| 2.3      | Sa jedan više od prethodnog . . . . .   | 14        |
| 2.4      | Okomito i dijagonalno . . . . .   | 15        |
| <b>3</b> | <b>Zaključak</b>  | <b>17</b> |

**Sažetak** U radu je objašnjeno množenje dvoznamenkastih i troznamenkastih brojeva primjenom Vedske matematike. Prikazani su različiti načini množenja primjenom sutri, slikovito i riječima. Također su prikazani njihovi algebarski dokazi.  
Ključne riječi : vedska matematika, sutre, brojevi, množenje.

**Abstract** This paper explains the two-digit and three-digit multiplication. It presents different ways of multiplication using sutras, which is explained in words and pictures. It also presents their algebraic proofs.

Keywords: Vedic mathematics, sutras, numbers, multiplication.

## 1 Uvod

Vedska matematika je pradavni matematički sustav koji datira iz staroindijskih spisa pod nazivom Vede. Riječ Veda na sanskrtu znači znanje. Sanskrit je danas "mrtvi" jezik, ali je još uvijek sveti jezik Hindusa u Indiji. Sva matematika se temelji na 16 sutri koje su zapravo formule izražene riječima. Sutre opisuju kako misao prirodno djeluje - što znači da se računanje može obavljati mentalno, a takav način računanja je zanimljiviji učenicima. Vedski spisi obuhvaćaju znanje i vještine iz nematerijalnog i materijalnog područja života. Ovo znanje nije nastalo na klasični koncipiran način induktivnim i deduktivnim metodama, već znanje koje su drevni sveci (Rišiji) na višim razinama svijesti kanalizirali i omogućili daljnje prenošenje kroz generacije sve do današnjih vremena. Upoznavajući učenike s vedskom matematikom dobit ćemo kreativnije i zainteresiranije učenike. Smatra se da je vedsku matematiku sakupio i približio između ostalog i Zapadu u prošlom stoljeću Bharati Krsna, koji se i sam bavio sanskritom, matematikom, poviješću i filozofijom. Pročuo je ove tekstove i nakon dugog istraživanja uspio je rekonstruirati vedsku matematiku. Svoja istraživanja je objavio u knjizi " Vedic Mathematics or sixteen simple mathematical formulae from Vedas" koja je objavljena pet godina nakon njegove smrti, 1965. godine. Te sutre rješavaju sve tada poznate matematičke probleme, te su osim za osnovne matematičke operacije: zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje, od velike koristi i za ostale funkcije kao što su kvadriranje, potenciranje, korjenovanje itd. Zanimljivo je da se vedskom matematikom čak i diferencijalni računi, kao što su derivacije i integralni računi, mogu učiniti lakšim za pronalaženje rješenja.

## 2 Sutre

Kao što je već navedeno, sutre (16) su formule izražene riječima te njihovom primjenom zadatke možemo rješavati u jednom retku, bilo da ih zamišljamo ili pišemo.

Sutre su:

1. Sve od devetke, a zadnju od desetke

Primjenjuje se za množenje brojeva koji su blizu baze 10; 100; 1000 itd. Primjena sutre detaljno je objašnjena u radu.

2. Sa jedan više od prethodnog

Primjenjuje se kod kvadriranja brojeva koji završavaju znamenkom 5. Primjena sutre objašnjena je u radu.

3. Okomito i dijagonalno

Sutra se može primijeniti na sve slučajeve množenja. U radu je pokazano množenje dvoznamenkastih i troznamenkastih brojeva.

4. Premjesti i primijeni

Podrazumjeva dijeljenje sa djeljiteljem koji ima više od jedne znamenke i kada je nešto veći od potencija broja 10.

5. Ako je Samuccaya jednaka, rezultat je nula

Primjenjuje se na nepoznanice koje se pojavljuju u svim jednadžbama koje razmatramo. Na primjer

$5(x+1)=3(x+1)$  . Sada je Samuccaya  $(x+1)$ , pa primjenom sutre imamo:

$$(x+1)=0$$

$$x=-1$$

6. Ako je jedan u omjeru, drugi je nula

Koristimo ovu sutru za rješavanje jednostavnih sustava jednadžbi u kojima je omjer koeficijenata jedne varijable jednak omjeru slobodnih članova. U tom slučaju varijabla koja nije u omjeru jednaka je nuli.

7. Sa zbrajanjem i oduzimanjem

Primjenjujemo ju na jednostavne sustave jednadžbi kod kojih se koeficijenti uz  $x$  i  $y$  izmjenjuju. Najprije jednadžbe zbrojimo, a potom oduzmemo. Postupak ponavljamo sve dok nam ne preostane samo vrijednost jedne varijable. Primjer jednadžbe na koju možemo primijeniti sutru:

$$45x - 23y = 113$$

$$23x - 45y = 91$$

8. Sa dopunom i bez dopune

Sutra se koristi i u našem obrazovanju. Radi lakšeg objašnjenja pogledajmo primjer:

$$x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0.$$

Kako je  $(x + 2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

dodajmo  $(x + 2)$  na obje strane

dobijamo  $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 + x + 2 = x + 2$

$x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = x + 2$ .

Vidimo da  $(x + 2)^3 = (x + 2)$  ima oblik jednadžbe  $y^3 = y$  za  $y = x + 2$

rješenja su  $y = 0, y = 1, y = -1$ , tada je  $x + 2 = 0, 1, -1$ .

Što nam za nepoznanicu  $x$  daje rješenja  $x = -2, -1, -3$ .

#### 9. Diferencijalni račun

Koristi se za pronalaženje rješenja kvadratne jednadžbe, te faktorizaciju izraza trećeg, četvrtog i petog stupnja.

#### 10. Sa manjkom

Sutra kaže da potražimo potenciju broja 10 koja će biti najbliža zadanom broj čiji kvadrat tražimo. Ta potencija biti će naša baza. Od baze potom oduzmemo zadani broj, broj koji dobijemo naziva se „manjak“. Zadanom broju oduzmemo „manjak“ i na taj način dobijamo lijevi dio našeg rješenja. Desni dio dobijemo tako da kvadriramo dobiveni „manjak“ npr. „manjak“ je 2,  $2^2 = 04$ , te dobivene rezultate spojimo.

#### 11. Specifičan i općenit

#### 12. Ostaci sa zadnjom znamenkom

#### 13. Zadnji i dvostruki predzadnji

#### 14. Sa jedan manje od prethodnog

Sutra se koristi za množenje s 9,99,999.

Primjer množenja brojeva 7 i 9.

Od prve znamenke oduzmemo 1, dakle imamo  $7-1=6$ , potom od druge znamenke oduzmemo prethodnu razliku tj.  $9-6=3$ . Dakle, za dobiveni rezultat imamo spoj ovako nastalih razlika odnosno  $7 \cdot 9 = 63$ .

#### 15. Produkt sume

Sutra se koristi za provjeru faktorizacije kvadratnih izraza, te provjeru ispravnosti provedenog množenja i dijeljenja.

#### 16. Svi množitelji

Za sutre 11, 12, 13 i 16 nisu dostupna posebna objašnjenja. Koriste se u rješavanju raznih problema u različitim kontekstima u kombinaciji sa preostalim sutrama stoga je otežano samostalno ih definirati. <sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> <http://www.vedamu.org>



- |   |  |
|---|--|
| 1. एकाधिकेन पुरैष<br><i>Ekādāhikena Pūreṣa</i> (also<br>a corollary)                  | 9. चलनकलनाभ्याम्<br><i>Calana-Kalanābhyaṁ</i>            |
| 2. निमित्तं नवतरचरसं दशतः<br><i>Nikāṣaṅ Navatacaramaṅ<br/>Daśataḥ</i>                 | 10. यावदूनम्<br><i>Yāvadūnam</i>                         |
| 3. ऊर्ध्वेतिर्वग्याम्<br><i>Ūrḍhvetirvaghyāṁ</i>                                      | 11. व्यष्टिसप्तष्टिः<br><i>Vyastisaptaṣṭiḥ</i>           |
| 4. परावर्त्यं योजयेत्<br><i>Parāvartya Yojayet</i>                                    | 12. शेषान्पद् केन चरमेण<br><i>Śeṣānpad̐ ken carameṇa</i> |
| 5. एतत् साम्प्रतमूष्वये<br><i>Ītat̐ sām̐pratamūṣvaye</i>                              | 13. शेषान्पद्द्वयवन्तवम्<br><i>Śeṣānpaddvayavantavam</i> |
| 6. (प्रागुक्त्यै) सुगमवक्तु<br><i>(P̐ragukt̐yē) Sugamavaktu</i>                       | 14. एकमूनेन पुरैष<br><i>Ekamūneṇa Pūreṣa</i>             |
| 7. संकलनस्यचकलनाभ्याम्<br><i>Saṅkalana-syachakalana-<br/>bhyaṁ (also a corollary)</i> | 15. गुणितवमूष्वयः<br><i>Guṇitavamūṣvayaḥ</i>             |
| 8. पूर्यापूर्याभ्याम्<br><i>Pūryāpūryābhyaṁ</i>                                       | 16. गुणकसामूष्वयः<br><i>Guṇakasāmūṣvayaḥ</i>             |

Slika 1. Sutre

## 2.1 Pomoćne sutre

Osim osnovnih 16 sutri, postoji još 13 sub-sutri ili pod-pravila koji nam služe kao pomoć pri računanju. To su kriptirane instrukcije za rješavanje različitih matematičkih problema. Lagane su za razumjeti, primijeniti i zapamtiti.

Pomoćne sub-sutre su:

1. Proporcionalno (Proportionately)
2. Ostatak ostaje konstantan (The Remainder Remains Constant)
3. Prvi sa prvim i zadnji sa zadnjim (The First by the First and the Last by the Last)
4. Za 7 množenik je 143 (For 7 the plicand is 143)
5. Pomoću doticanja u više točaka (By Osculation)
6. Smanjivanje pomoću nedostatka (Lessen by the Deficiency)
7. Kako god se nedostatak smanjuje tom veličinom i postavlja kvadrat nedostatka (Whatever the Deficiency lessen by that amount and set up the Square of the Deficiency)
8. Posljednji sumira 10 (Last Totalling 10)
9. Samo posljednji pojmovi (Only the Last Terms)
10. Suma produkata (The Sum of the Products)
11. Pomoću izmjene eliminacije i zadržavanja (By Alternative Elimination and Retention)
12. Pomoću pukog promatranja (By Mere Observation)
13. Produkt sume je suma produkata (The Product of the Sum is the Sum of the Products)

|   |  |
|---|--|
| 1. आनुपूर्व्येण<br><i>Anupūrvyēṇa</i>   | 8. अन्त्यबोद्धेयकैः<br><i>Antyabodhēyaka'ṇi</i>                                    |
| 2. शिष्येते शेषसंज्ञः<br><i>Śiṣyate Śeṣasamjñāḥ</i>   | 9. अन्त्यबोरेव<br><i>Antyaboreva</i>   |
| 3. आद्यमाद्ये नान्यमन्त्येन<br><i>Ādyamādyēnantya-mantye-<br/>na</i>                              | 10. समुच्चयवृत्तितः<br><i>Samuccayavṛttitāḥ</i>                                    |
| 4. केवलैः सप्तकं गुण्यात्<br><i>Kevalaiḥ Sapṭakam Gu-<br/>ṇyāt</i>                                | 11. लोपस्वापानाम्बाम्<br><i>Lopasvāpanāmbām</i>                                    |
| 5. वेष्टनम्<br><i>Veṣṭanam</i>  | 12. विलोकनम्<br><i>Vilokanam</i>   |
| 6. यावदूनं तावदूनम्<br><i>Yāvadūnam Tāvadūnam</i>   | 13. गुणितसमुच्चयः समुच्चयवृत्तितः<br><i>Guṇitasamuccayaḥ<br/>Samuccayavṛttitāḥ</i> |
| 7. यावदूनं तावदूनोक्तस्य वर्षं च<br>योजयेत्<br><i>Yāvadūnam Tāvadūnokṭasya<br/>Varṣam Yojayet</i> |  |

Slika 2. Sub-sutre

## 2.2 Sve od devetke, a zadnji od desetke

Sutra Sve od devetke, a zadnji od desetke se može učinkovito primijenit na množenje brojeva koji su blizu baze 10; 100; 1000 itd. Razlika između brojeva i baza se naziva odstupanje. Odstupanje može biti ili negativno ili pozitivno. Pozitivno odstupanje se piše bez znaka plus, a negativno odstupanje se piše koristeći crticu iznad broja ili znaka "-". Odstupanje treba imati onoliko znamenki koliko baza ima nula, ukoliko nema dovoljno znamenki, nadopišemo nule ispred znamenki odstupanja.

Primjeri odstupanja su dani u sljedećoj tablici:

| Broj | Baza | Broj-Baza | Odstupanje |
|------|------|-----------|------------|
| 14   | 10   | 14-10     | 4          |
| 8    | 10   | 8-10      | -2         |
| 97   | 100  | 97-100    | -3         |
| 112  | 100  | 112-100   | 12         |
| 993  | 1000 | 993-1000  | -7         |
| 1011 | 1000 | 1011-1000 | 11         |

Tablica 1. Primjeri odstupanja

Za početak ćemo ovu sutru primijeniti na množenje brojeva 7 i 8. Dakle, baza je 10, a odstupanja su -3 i -2. Rezultat će se sastojati od dva dijela te ćemo ta dva dijela rezultata odvajati znakom "/". Desni dio ćemo dobiti množenjem brojeva odstupanja te mora imati jednak broj znamenki koliko baza ima nula. U našem primjeru desni dio iznosi 6 nakon što smo pomnožili odstupanja. Ako taj dio rezultata ima više znamenki nego baza nula, onda se vrši prijenos znamenki u lijevi dio rezultata. U slučaju da desni dio rezultata ima manji broj znamenki nego što je nula u bazi, onda se dodaju nule ispred znamenki tog dijela rezultata da taj drugi dio ima jednak broj znamenki kao baza. Lijevi dio rezultata dobijemo tako da zbrojimo jedan broj s odstupanjem drugog broja. U našem primjeru bi to bilo  $7-2 = 5$  ili  $8-3 = 5$ . Dakle lijevi dio rezultata je znamenka 5. To možemo zapisati i ovako:  $7 \cdot 8 = 5/6 = 56$  ili grafički prikaz:

$$\begin{array}{r|l} 7 & -3 \\ 8 & -2 \\ \hline 7-2=5 \text{ ili } 8-3=5 & (-3) \cdot (-2) = 6 \end{array}$$

**Slučaj 1:** Brojevi su manji od baze

Naš prethodni primjer je bio kada smo imali množenje brojeva koji su manji od baze, ali sada ćemo uzeti brojeve koji su manji od baze 100 primjenjujući gornje pravilo.

Primjer 1. Pomnoži brojeve 97 i 93.

Uočimo da su dani brojevi blizu baze 100. Njihova odstupanja su -3 i -7.

Desni dio rezultata dobit ćemo množenjem odstupanja,  $7 \cdot 3 = 21$ , a lijevi dio zbrajanjem jednog broja i odstupanja drugog broja,  $97 + (-7) = 90$ . Dakle,  $97 \cdot 93 = 90/21$ .

$$\begin{array}{r|l} 97 & -3 \\ 93 & -7 \\ \hline 97-7=90 \text{ ili } 93-3=90 & / (-3 \cdot -7) = 21 \end{array}$$

**Slučaj 2:** Oba broja su veća od baze

U slučaju kada množimo brojeve koji su veći od baze odstupanja su pozitivna.

Primjer 2. Pomnožimo brojeve 104 i 102. Baza ovih brojeva je 100. Devijacija broja 104 je 04, a broja 102 je 02. Dakle,  $104 \cdot 102 = 106/08$ .

$$\begin{array}{r|l} 104 & 04 \\ 102 & 02 \\ \hline 106 & /08 \\ 10608 & \end{array}$$

**Slučaj 3:** Jedan broj je manji, a drugi veći od baze

U ovom slučaju je jedno odstupanje pozitivno, a drugo negativno. Dakle, umnožak odstupanja je negativan.

Primjer 3. Pomnoži 12 sa 8.

U ovom slučaju je sve vrlo slično samo što moramo računati komplement umnoška odstupanja od baze pomoću sutre Sve od devet, a zadnji od deset.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 8 & -2 \\ \hline 10 & /-4 \\ 9 & / 6 \\ 96 & \end{array}$$

Baza je u našem primjeru 10. Dakle, umnožak ova dva broja dobijemo tako da komplement umnoška odstupanja izračunamo da od baze oduzmemo apsolutnu vrijednost umnoška odstupanja:  $10-4=6$ , a lijevu stranu rezultata dobijemo da od umnoška desetica oduzmemo 1,  $10-1=9$ .

Dokažimo prethodno navedene tvrdnje o umnošku brojeva koji su blizu baze, potencije broja 10.

**Dokaz:**

**Slučaj 1:** Neka su  $N1$  i  $N2$  brojevi blizu baze  $B$ , ali manji od  $B$ .

U tom slučaju brojeve  $N1$  i  $N2$  možemo zapisati kao  $N1 = (B - a)$  i  $N2 = (B - b)$  pri čemu su  $-a$  i  $-b$  njihova odstupanja.

$$\begin{aligned} N1 \cdot N2 &= (B-a)(B-b) \\ &= B^2 - Bb - Ba + ab \\ &= B(B - b - a) + ab \\ &= B(N2 - a) + ab \\ &= B(N1 - b) + ab \end{aligned}$$

**Slučaj 2:** Neka su  $N1$  i  $N2$  brojevi blizu baze  $B$ , ali su veći od  $B$ .

Tada  $N1$  i  $N2$  možemo zapisati kao  $N1 = (B + a)$  i  $N2 = (B + b)$  pri čemu su  $a$  i  $b$  odstupanja.

Množenjem  $N1$  i  $N2$  dobivamo:

$$\begin{aligned} N \cdot N2 &= (B + a)(B + b) \\ &= B^2 + Bb + Ba + ab \\ &= B(B + b + a) + ab \\ &= B(N2 + a) + ab \\ &= B(N1 + b) + ab \end{aligned}$$

**Slučaj 3:** Neka su  $N1$  i  $N2$  brojevi blizu baze  $B$ , npr. neka je  $N1$  veći od  $B$ , a  $N2$  manji od  $B$ .

Sličnim računanjem kao u prethodna dva slučaja dobije se

$$(B + a)(B - b) = B(B + a - b) - ab.$$

### 2.2.1 Množenje s 11

Pomnožiti broj s 11 nije problem niti uobičajenim načinom, međutim možemo to napraviti još brže i napamet, ako uočimo neke pravilnosti.

**Primjer 4.** Pomnožite brojeve 26 i 11.

$$26 \cdot 11 = 286$$

Brža metoda računanja primjenom vedske matematike, daje slijedeći algoritam :

1. Prva znamenka - prepisemo 2
  2. Treća znamenka - samo prepisemo 6
  3. Drugu znamenku dobijemo tako što zbrojimo prvu i drugu znamenku ( $2+6=8$ )
- Rješenje je 286.

### 2.2.2 Množenje s 9

Pogledajmo na primjeru kako provodimo množenje nekog broja s 9.

**Primjer 5.** Pomnožite brojeve 26 i 9.

$$26 \cdot 9 = 234$$

Ovaj umnožak možemo brzo riješiti primjenom sljedećeg algoritma:

1. Prvo računamo  $2+1=3$  (prva znamenka plus 1)
2. Zatim  $26-3=23$  (cijeli dvoznamenkasti broj minus prva znamenka plus 1)
3. Zadnji dio rješenja dobijemo tako što napišemo komplement od 6, a to je 4. Rješenje je 234.

**Primjer 6.** Pomnožite brojeve 148 i 9.

$$148 \cdot 9 = 1332$$

Algoritam daje rješenje:

1. Prvo računamo  $14+1=15$  (prva znamenka plus 1)
2. Zatim  $148-15=133$  (cijeli broj minus prva znamenka plus 1)
3. Zadnji dio rješenja dobijemo tako što napišemo komplement od 8, a to je 2. Rješenje je 1332.

### 2.2.3 Množenje kada zadnje znamenke oba broja zbrojene daju 10 (u istoj desetici)

Pogledajmo primjenu ovog pravila na sljedećem primjeru.

**Primjer 7.** Pomnožite brojeve 26 i 24.

Vidimo da nam zadnje znamenke zbrojene daju 10 ( $4+6=10$ ).

Algoritam glasi ovako:

1. Množimo prvu znamenku s većom za jedan ( u našem primjeru  $2 \cdot (2 + 1) = 2 \cdot 3 = 6$  )
2. Množimo zadnje znamenke zadanih brojeva ( u primjeru  $4 \cdot 6 = 24$ ).

Rješenje je 624.

U slučaju troznamenkastog broja uzimamo prve dvije znamenke i množimo s većom za 1.

### 2.3 Sa jedan više od prethodnog

Primjenom sutre Sa jedan više od prethodnog možemo kvadrirati brojeve koji završavaju znamenkom 5.

**Primjer 8.** Kvadriraj broj 25.

Broj 25, zadnju znamenku ima 5, a broj koji prethodi znamenki 5 je 2. Prema formuli Sa jedan više od prethodnog znamenku 2 pomnožimo sa njezinim sljedbenikom, a to je broj 3. Dakle,  $(25)^2 = (2 \cdot 3)/25 = 625$ .

Na isti način :

$$(35)^2 = (3 \cdot 4)/25 = 1225$$

$$(65)^2 = (6 \cdot 7)/25 = 4225$$

$$(105)^2 = (10 \cdot 11)/25 = 11025.$$

**Tvrđnja 1.** Dvoznamenkasti broj oblika  $\overline{a5}$  pomnožen sam sa sobom je broj  $a(a+1)/25$ .

**Dokaz:** Neka je dan dvoznamenkasti broj oblika  $\overline{a5}$ , pri čemu je  $a$  iz skupa  $1,2,3,\dots,8,9$ . U tom slučaju se broj  $\overline{a5}$  može zapisati kao  $10a + 5$ .

Kvadriramo li taj izraz, dobit ćemo:

$$(10a + 5)^2 = a^2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 5 \cdot 10a + 5^2$$

$$= a^2 \cdot 10^2 + 10^2a + 25$$

$$= (a^2 + a) \cdot 10^2 + 25$$

$$= a(a + 1) \cdot 10^2 + 25$$

Slično možemo računati kvadrat troznamenkastog broja  $\overline{ab5}$ . Zapišemo taj broj u obliku  $10^2 + 10b + 5$  te kvadriramo taj izraz. Kao rezultat ćemo dobiti  $(\overline{ab}(\overline{ab} + 1))/25$ .

**Tvrđnja 2.** Neka su  $\overline{ab}$  i  $\overline{ac}$  dva dvoznamenkasta broja tako da je  $b + c = 10$ .

Tada je umnožak tih brojeva broj  $a(a + 1)/bc$ .

**Dokaz :** Neka su dani dvoznamenkasti brojevi  $\overline{ab}$  i  $\overline{ac}$  tako da je  $b + c = 10$ .

Broj  $\overline{ab}$  možemo zapisati kao  $10a + b$ , a broj  $\overline{ac}$  kao  $10a + c$ .

Sada izračunajmo njihov umnožak:

$$\overline{ab} \cdot \overline{ac} = (10a + b)(10a + c)$$

$$= 10^2a^2 + 10ac + 10ab + bc$$

$$= 10^2 \cdot a^2 + 10a(b + c) + bc$$

$$= 10^2 \cdot a^2 + 10 \cdot 10 \cdot a + bc$$

$$= 10^2 \cdot a^2 + 10^2a + bc$$

$$= 10^2a(a + 1) + bc$$

Primijetimo da lijevi dio rezultata,  $10^2a(a + 1)$ , odgovara broju stotica koliko moramo imati, a desni dio  $bc$  odgovara broju desetica i jedinica.

Stoga, desni dio rezultata mora imati dvije znamenke, a ukoliko nema, nadopišemo nulu.

## 2.4 Okomito i dijagonalno

Sutru Okomito i dijagonalno možemo primijeniti na sve slučajeve množenja. U ovom radu pokazana je primjena na množenje dva dvoznamenkasta broja i dva troznamenkasta broja.

a) Množenje dva dvoznamenkasta broja

**Primjer 9.** Pomnožite brojeve 14 i 12.

Želimo li pomnožiti 14 s 12, zamislimo ili zapišemo brojeve na ovaj način:

$$\begin{array}{r} 14 \\ 12 \end{array}$$

Rezultat ćemo dobiti na slijedeći način:

1. Lijevu stranu rezultata, tj. prvu znamenku ćemo dobiti tako da okomito pomnožimo lijeve znamenke odnosno desetice:  $1 \cdot 1 = 1$ .
2. Srednju znamenku rezultat ćemo dobiti tako da dijagonalno pomnožimo znamenke i zbrojimo ih:  $1 \cdot 2 + 1 \cdot 4 = 6$ .
3. Desnu stranu rezultata, tj. posljednu znamenku ćemo dobiti tako da okomito pomnožimo desne znamenke odnosno jedinice:  $4 \cdot 2 = 8$ .

Dakle,  $14 \cdot 12 = 168$ .

Prikažimo ovaj postupak množenja grafički.

$$\begin{array}{r} 1 \quad \quad \quad 4 \\ | \quad \quad \quad x \quad \quad | \\ 1 \quad \quad \quad 2 \\ \hline 1 \cdot 1 / \quad 1 \cdot 2 + 1 \cdot 4 \quad / 4 \cdot 2 \\ \hline 1 / \quad \quad 6 \quad \quad / 8 = 168 \end{array}$$

**Primjer 10.** Pomnožite brojeve 63 i 87.

$$\begin{array}{r} 6 \quad \quad \quad 3 \\ | \quad \quad \quad x \quad \quad | \\ 8 \quad \quad \quad 7 \\ \hline 6 \cdot 8 / \quad 6 \cdot 7 + 8 \cdot 3 \quad / 3 \cdot 7 \\ \hline 48 / \quad \quad 66 \quad \quad / 21 \\ \hline 54 / \quad \quad 8 \quad \quad / 1 \\ \hline 5481 \end{array}$$

$$63 \cdot 87 = (6 \cdot 8) / (6 \cdot 7 + 8 \cdot 3) / (3 \cdot 7) = 48 / 66 / 21 = 5481$$

Primjetimo da smo u ovom primjeru dobili dvoznamenkasti broj u 2. i 3. koraku. Broj 2 iz 3. koraka smo prenijeli u drugi korak, tj. 66 se povećao na 68, a zatim se 6 iz drugog koraka prenijeli u prvi korak. Broju 48 smo dodali 6 i on sada iznosi 54.



**Dokaz:** Neka su zadana dva broja  $\overline{ab}$  i  $\overline{cd}$ . Zapišimo ih na sljedeći način:  $(10a + b)$  i  $(10c + d)$ . Pomnožimo ta dva broja:

$$(10a + b)(10c + d) = 10^2ac + 10ad + 10bc + bd = 10^2ac + 10(ad + bc) + bd$$

Rezultat će se sastojati od tri dijela.

Lijevi dio rezultata predstavlja broj stotica i dobije se vertikalnim množenjem  $a$  i  $c$ , broj desetica se dobije dijagonalnim množenjem  $a$  i  $d$  te  $b$  i  $c$  i zbrojem ta dva umnoška.

Desni dio rezultata koji predstavlja broj jedinica dobijemo okomitim množenjem  $b$  i  $d$ .

Pomoću sutre Okomito i dijagonalno se na jednostavan način mogu množiti i troznamenasti brojevi.

b) Množenje dva troznamenasta broja

**Primjer 11.** Pomnožite brojeve 124 i 132.

Krećući s desna na lijevo:

1. Znamenku ćemo dobiti tako da okomito pomnožimo znamenke jedinica  $4 \cdot 2 = 8$ .
2. Sljedeću znamenku ćemo dobiti dijagonalnim množenjem znamenki desetica i jedinica te ih zbrojimo:  $(2 \cdot 2) + (3 \cdot 4) = 16$ . Dobili smo dvoznamenkasti broj, broj 6 ćemo zadržati, a broj 1 ćemo prenijeti lijevo. Dakle, druga znamenka je 6.
3. Dijagonalnim množenjem stotica i jedinica i okomitim množenjem desetica te zbrojem ta tri umnoška dobit ćemo sljedeću znamenku  $(1 \cdot 2) + (2 \cdot 3) + (1 \cdot 4) = 2 + 6 + 4 = 12$ . Broju 12 dodamo 1 iz prethodnog koraka  $12 + 1 = 13$ . Sada zadržavamo broj 3, a broj 1 prenosimo lijevo. Znači treća znamenka je broj 3.
4. Iduću znamenku dobijemo dijagonalnim množenjem znamenki stotica i desetica te zbrojem tih umnožaka:  $(1 \cdot 3) + (1 \cdot 2) = 5$ . Dobili smo broj 5 i iz prethodnog koraka smo prenijeli broj 1, dakle četvrta znamenka je broj 6.
5. Petu znamenku ćemo dobiti okomitim množenjem stotica:  $(1 \cdot 1) = 1$ .

### 3 Zaključak

U ovom radu objašnjen je samo dio primjene koju nam omogućuje vedaska matematika. Vidjeli smo da „komplicirane probleme“ ili račun s velikim brojevima možemo riješiti vrlo brzo primjenom vedskih metoda koje se međusobno nadopunjuju, vrlo su jednostavne i direktne.

Jednostavnost vedske matematike omogućava računanje mentalnim putem. Mnogo je prednosti u korištenju fleksibilnog, mentalnog sustava. Učenici na primjer mogu sami osmišljavati svoje metode, nisu ograničeni jednom “ispravnom” metodom - stoga su učenici mnogo kreativniji, zainteresiraniji te samim time i pronicljiviji.

Smatram da bi zanimanje za vedski sistem u našem obrazovnom sustavu trebao biti veći. Profesori bi trebali koristiti ove metode kako bi ubrzali procese učenja, ali i razvijali različite sposobnosti učenika. Sve što nedostaje našoj konvencionalnoj matematici mogli bismo upotpuniti primjenom vedskih metoda u nastavi. Tehnike koje koristimo u nastavi su često zamorne učenicima. Stoga bi primjena vedskih metoda bila pravo osvježanje, zbog njihove jednostavnosti i lakoće.

„Indija je kolijevka naše rase, a sanskrt izvorište svih europskih jezika. Indija je majka naše filozofije, naše matematike, ideala utkanih u kršćanstvo...kolijevka samoupravljanja i demokracije. U mnogočemu, Indija je majka svih nas.“

Will Durant, američki povjesničar (1885-1981)

## Literatura

- [1] P. Kumar, *Vedska matematika- drevna tehnika računanja bez kalkulatora*, Harša, Bregana, 2013.
- [2] M.Miloloža, *Vedska matematika*, Osječki matematički list 8, 2008.
- [3] <http://researchfield.files.wordpress.com/2011/02/vedic20mathematics.pdf>
- [4] <http://vedicmaths.org/Introduction/Tutorial/Tutorial.asp>
- [5] <http://web.studenti.math.pmf.unizg.hr/skentric/odir1.php>
- [6] [http://en.wikipedia.org/wiki/Vedic\\_mathematics](http://en.wikipedia.org/wiki/Vedic_mathematics)
- [7] <http://www.vedamu.org>
- [8] [http://ss-tehnicka-st.skole.hr/upload/ss-tehnicka-st/images/newsimg/2015/File/VEDSKA\\_MATEMATIKA.pdf](http://ss-tehnicka-st.skole.hr/upload/ss-tehnicka-st/images/newsimg/2015/File/VEDSKA_MATEMATIKA.pdf)