

# Igrifikacija u nastavi matematike

---

Milec, Josipa

Master's thesis / Diplomski rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Mathematics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:126:160276>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-23**



**mathos**

Repository / Repozitorij:

[Repository of School of Applied Mathematics and Informatics](#)



Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku

Odjel za matematiku

Josipa Milec

Igrifikacija u nastavi matematike

Diplomski rad

Osijek, 2019.

Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku  
Odjel za matematiku

Josipa Milec

Igrifikacija u nastavi matematike

Diplomski rad

Mentor: doc.dr.sc. Ljerka Jukić Matić

Osijek, 2019.

# Sadržaj

Uvod	2
<b>1 Igra</b>	<b>3</b>
1.1 Didaktička igra . . . . .	3
1.2 Igre u povijesti obrazovanja . . . . .	4
1.3 Korištenje didaktičkih igara u nastavi matematike . . . . .	9
<b>2 Izbor prikladnih didaktičkih igara i metodologija korištenja</b>	<b>15</b>
<b>3 Primjeri didaktičkih igara</b>	<b>17</b>
<b>Suradničke igre</b>	<b>17</b>
3.1 Igre za višečlane timove . . . . .	17
3.1.1 Bingo . . . . .	17
3.1.2 Štafeta . . . . .	19
3.2 Igre za tim od 2 učenika . . . . .	20
3.2.1 Magični kvadrat . . . . .	20
3.2.2 Izgradnja piramide . . . . .	22
<b>Pojedinačne igre</b>	<b>24</b>
3.3 Igre za pojedince . . . . .	24
3.3.1 Uoči grešku! . . . . .	24
3.3.2 Simetrična slika . . . . .	25
3.4 Igre u dvoje . . . . .	26
3.4.1 Bard . . . . .	26
3.4.2 Enades . . . . .	28
<b>4 Matific platforma</b>	<b>30</b>
<b>5 Projekt Math–GAMES</b>	<b>32</b>
Sažetak	35
Title and summary	36
Životopis	37

# Uvod

Igra je aktivnost koja je atraktivna za većinu učenika i za većinu odraslog stanovništva. Trenutno igrifikacija postaje sve popularnija. Igrifikacija je uporaba pristupa i mehanizama igara kako bi povećali sudjelovanje ljudi u različitim kontekstima izvan igre. Nastavnici već duže vrijeme pokušavaju iskoristiti atraktivnost igara i njihov motivacijski potencijal u nastavi pomoću didaktičkih igara. Igranje i igre su neki od najvažnijih elementa za dječji razvoj, onakvi kakvi jesu, prirodni izraz dječje unutarnje potrebe.

Možemo vidjeti da različite nacije imaju različito razumijevanje riječi 'igra'. U staroj Grčkoj riječ 'igra' značila je aktivnost specifičnu za djecu, uglavnom ono što mi označavamo danas kao žamor, Židovima je riječ 'igra' značila podsmijehivanje i smijanje, dok je Rimljanima riječ 'ludo' značila igru, radost i vedrinu. Aktualni europski jezici pod 'igrom' razumijevaju široko područje ljudskih aktivnosti koji s jedne strane nisu povezani s napornim radom, a s druge strane pružaju radost i zadovoljstvo ljudima. Razlikovanje igre od posla ili učenja uglavnom leži u činjenici da sudjelovanje u igri nije obavezno, a protivno radu, materijalna naknada nije poticaj za igru. Sudjelovanje u igri uglavnom je motivirano pozitivnim osjećajima i radošću zbog njenog tijeka. Važno je da se neki aspekti, koji su također potrebni za rad ili učenje, mogu razviti kroz igre.

U sljedećim je poglavljima prikazana didaktičnost igre i njena upotreba u nastavi matematike u osnovnoj i srednjoj školi. Ovaj diplomski rad sadrži teoretski dio koji se odnosi na didaktičke igre, metodologiju njihove uporabe tijekom nastave te primjere nekih didaktičkih igara. Opisani su online alat za učenje matematike koji se zove *Matific* i Erasmus+ projekt koji se zove *Math-GAMES*.

# 1 Igra

”Dječje igre određuju njihov cijeli budući život; njihova osobnost, sklonosti i najdublje težnje su izražene i razvijene kroz igru.”

F. W. A. Fröbel, (1826)

Igra čini značajan dio odrastanja i vrlo je važna za dječji razvoj. Dijete se od rane dobi igra i razvija svoje senzorno motoričke sposobnosti, hvata rukama, baca neke igračke ili samo udara nekom stvari, a kasnije krene i samo smišljati svoje igre. Igra ima svoj smisao u samoj sebi jer kako se dijete, kao socijalno biće, razvija unutar neke kulture, tako se i igra razvija kako se razvija i mijenja dijete. Iako je igra aktivnost uglavnom vezana uz djetinjstvo, to ne znači da se odrasli ne mogu igrati. Igra tada vjerojatno gubi neke funkcije, ali neke od njih budu naglašene. Dječja igra je većinom otvorena i nevinna, dok igra kod odraslih može biti više maskirana i proračunata. Za igru nema dobne granice i kao takva ima brojne prednosti i pozitivne učinke na razvoj čovjeka.

## 1.1 Didaktička igra

Pod pojmom didaktička igra podrazumijevamo igru s pravilima, koja ispunjuje određeni didaktički cilj. Glavne razlike od spontane igre za djecu su:

- obavezno sudjelovanje učenika;
- uporaba za postizanje određenih obrazovnih ciljeva;
- vanjsko upravljanje igrama (često putem pravila).

Didaktičku igru možemo opisati kao analogiju spontanoj dječjoj aktivnosti slijeđenja didaktičkih ciljeva (ne uvijek na očigledan način za učenike). Može se odvijati u učionici, dvorani, igralištu ili na otvorenom. Ima svoja pravila i zahtijeva stalan nadzor i konačnu procjenu. Namijenjena je i pojedincu i grupi učenika, pri čemu je uloga učitelja širokog opsega: od glavnog organizatora do promatrača. Njen prioritet je poticajne prirode ako se smanjuje interes, povećava angažman učenika u izvedenim aktivnostima, potiče njihovu kreativnost, spontanost, suradnju i konkurentnost, tjera ih da koriste različita znanja i sposobnosti i angažiraju svoje životno iskustvo. Neke didaktičke igre simuliraju stvarne situacije.

Vidimo da se didaktička igra može smatrati kao nastavna metoda te ima određenu standardnu strukturu. Najvažniji dijelovi didaktičke igre su:

- okolina igre;
- cilj igre;

- sam postupak igre, određen pravilima;
- konačna procjena igre.

Okolinu igre čine uključeni učenici i učitelji te oprema i pomoćna sredstva koja su potrebna. Još jedna komponenta ovog okruženja je sama igra, njena pravila, zadaci, postupak i oblik aktivnosti. Učenici donose u igru svoja očekivanja, iskustvo i stavove prema matematici, kao i svoje znanje i vještine, dok je funkcija učitelja obično kontrola i organizacija. Njegova zadaća je osigurati nesmetanost i uspješan tijek igre. Raspored okoline treba motivirati učenike i ohrabriti ih da aktivno sudjeluju u igri i pokušaju postići cilj igre.

Ciljevi didaktičke igre određuju se edukativnim ciljem koji želimo postići kroz igru. Na temelju zadanog cilja biramo odgovarajuću vrstu i oblik didaktičke igre. Korištenje igre kao nastavne metode jest smisljeno samo kad omogućava postizanje utvrđene obrazovne ciljeve.

Sam postupak igre je izvedba didaktičke igre kroz aktivnosti učenika i učitelja. Potrebno je da ova aktivnost bude zanimljiva učenicima i motivira ih da budu aktivni. Mora biti primjerena njihovoj dobi i vještinama te uvažavati njihove potrebe. U isto vrijeme, mora biti usmjerena na postizanje obrazovnog cilja. Pravila igre osiguravaju da rad vodi ka postizanju svrhe igre. Elementi igre poput međusobnog natjecanja ili truda za postizanjem boljih rezultata obično su skriveni u pravilima.

Konačna procjena igre potvrđuje uspjeh edukativnog cilja, a njena je zadaća nagraditi učenike i motivirati ih za druge aktivnosti.

Didaktička igra shvaća se kao aktivnost učenika i učitelja koji slijede određene didaktičke ciljeve no učenici obično ne ostvaruju te ciljeve. Glavna motivacija ovih aktivnosti za učenike je spoznati radost izvođenja zadataka, međusobno natjecanje, učenici imaju priliku za rad u korist svog tima te samoispunjenje. Didaktičku igru karakterizira visoka uključenost i motivacija učenika i zadovoljstvo izvođenja zanimljivih aktivnosti.

## 1.2 Igre u povijesti obrazovanja

Povijest igara i njihova uporaba u obrazovanju i odgoj je počela davno. Čak su i stari Grci preporučili igre kao sredstvo obrazovanja. Platon je u svojim djelima opravdao uporabu igara u obrazovanju te je smatrao kako je glavna obrazovna metoda za djecu u dobi od 3 do 7 godina upravo igra. Obrazovne igre su bile namijenjene pripremi djece za buduće radne aktivnosti pa je prema Platonu, primjerice, rukovanje s ubodnom pilom bio prikladan dio obrazovanja budućih graditelja. Također je smatrao kako će se prirodni dječji talenti manifestirati u takvim razigranim aktivnostima. Platonov učenjak Aristotel, također je shvatio važnost igara za obrazovanje. U svojim je djelima *Politika* i *Nikomahova etika*, branio potrebu za igrama u dječjoj dobi. Smatrao je da je odgovarajuća igra najprikladnija aktivnost

za djecu. Školovanje u starom Rimu nastavljeno je na grčku obrazovnu tradiciju, a većina igara koje se koriste u tim školama bile su povezane s fizičkim razvojem učenika.

U srednjem vijeku, obrazovanje je bilo usmjereno na razvoj poniznosti i poslušnosti učenika. Stoga je primijenjena teška disciplina u školama te su korištene i tjelesne kazne, a glavna nastava metoda je forsiranje. Bilo je malo prostora za korištenje didaktičke igre u ovom obliku podučavanja. To, međutim, ne znači da igre nisu imale važno mjesto u životu djece u srednjem vijeku. U arheološkim zbirkama koje datiraju iz 14. i 15. stoljeća, možemo pronaći lutke, figurice pasa i vitezova na konjima te razne keramičke igračke.

Renesansa je donijela bolja vremena za korištenje igara u obrazovanju. Umjesto poniznosti i poslušnosti, obrazovanje fizički razvijenog i intelektualno obrazovanog čovjeka postalo je ponovno središte zanimanja. Zbog svoje usmjerenosti na čovjeka, ovaj pokret se zove humanizam. Humanisti su oštro kritizirali srednjovjekovno školovanje, odbili su potresan verbalizam i formalizam u poučavanju, i odbacili teške discipline srednjovjekovnih škola. Željeli su podučavati prirodne znanosti, geografiju, fiziku, ali i povijest. Ovi humanistički zahtjevi i stavovi rezultirali su potrebom za promjenom obrazovne metode. Smatrali su da bi nastava trebala biti pokazna te su željeli potaknuti aktivnost učenika. Životne potrebe i interesi učenika su se također trebali razmotriti pa su koristili igre kao način ispunjenja ovih kriterija.

Prema mišljenju J. A. Comeniusa (1592.-1670.), velikog europskog odgajatelja, igra je vrlo važan element odgoja, kao što bi i samo obrazovanje trebalo biti razigrano i radosno. Smatrao je da je nužno stalno pobuđivati interes učenika u nastavi i objašnjavati predmet tako da ima prirodu igre. Shvaćao je igre kao prirodan način poticanja volje i osobine djeteta, spontano izražavanje djetetove aktivnosti koja mu donosi zadovoljstvo. U odgoju najmlađe djece, naglašava kako bi roditelji trebali nastojati osigurati da njihova djeca uživaju u životu. Kada vide da dijete nešto voli i pozdravlja, ne smije mu/joj se uskratiti, naprotiv, ako vide da je igračka lijepa za njegove oči, uši i ostala osjetila, bit će osvježavajuća za njegovo tijelo i um. Comenius je također naglasio da djeca moraju igrati i grupne igre kako bi razvili svoje društvene vještine. Prema njegovom mišljenju, igre blagotvorno djeluju na zdravlje djece i oni razvijaju svoja osjetila, pamćenje, prosudbu, radni zanos i rječitost. On naglašava uporabu tjelesnih igara za fizički razvoj učenika te je priznao funkciju igara kao pripremu za budući rad. Naglašava potrebu da se djeca vode od spontane razigrane aktivnosti do namjernog rada te je u tom smislu istaknuo vođenje djece tijekom igara i korištenje igara s pravilima.

Engleski filozof, znanstvenik i edukator J. Locke (1632.-1704.) se bavio pitanjima odgoja i obrazovanja i iz teorijskog i iz praktična gledišta. Kritizirao je srednjovjekovne škole i njihove metode. Smatrao je da bi se nastava trebala izvoditi prirodno, a ne silom. Pri učenju



čitanja i pisanja, Locke preporučuje korištenje igara sa slovima i slikovnice.

Francuski prosvjetitelj J. J. Rousseau (1712.–1778.) u svom djelu *Emil* ili *O odgoju* brani humanistička mišljenja o djetinjstvu. Sve do renesanse, dob od 6 do 7 godina smatrala se dobnom granicom djetinjstva. Nakon postizanje ove dobi, djeca su bila potpuno integrirana u radni postupak. Pravo djece na dulje 'razigrano' djetinjstvo počelo se više prihvaćati tijekom renesanse. U svom radu, Rousseau zahtijeva da se obrazovanje obavlja na prirodni način s obzirom na starosne osobitosti. Odbio je potiskivanje učeničkih osobnosti, dosadno nago milavanje predmeta ili pretjeranu disciplinu. Prema njegovom mišljenju, temelji obrazovanja i odgoja bi trebali biti vlastita opažanja djeteta, kontemplacija i osobno iskustvo. Smatra da je prikladno koristiti igre, kao odgovarajuću besplatnu aktivnost za djecu. Posebno je obratio pozornost na pokretne igre, igre za razvoj pisanja, brojanja i glazbeni talent. Prema Rousseau, igra je prirodna aktivnost djeteta koja najbolje zadovoljava njegovu potrebu za aktivnošću.

Njemački edukator J. H. Pestalozzi (1746.-1827.) dalje je razvio Rousseauove ideje. On je stavio važnost na učenje kroz aktivnost kako bi pokušao potaknuti učenika da pokaže svoje interese, a jedna takva aktivnost je bila igra. Istaknuo je i potrebu sustavnog korištenja igara za postizanje obrazovnih ciljeva.

Pedagoški sustav igara je pripremio Pestalozzijevo učenjak i sljedbenik, njemački svećenik i edukator F. W. A. Fröbel (1782–1852). On je također vjerovao u veliku važnost igara u obrazovanju i odgoju te smatra kako su igre sredstvo zdrave evolucije mladih ljudi i da su igranje i igre najviši stupanj dječjeg razvoja. Fröbel dijeli evoluciju djece na 3 razdoblja: dojenče, dijete i adolescent. U 'razdoblju dojenčeta' razvijaju se dječja osjetila, 'razdoblje djetinjstva' je vrijeme igre i razvoj govora, dok je 'adolescentsko razdoblje', razdoblje školovanja kada obrazovni ciljevi mogu biti svjesno postignuti. Smatrao je kako igre trebaju služiti djeci kao svestrana i radosna praksa, sve njihove moći i sposobnosti trebaju biti obrazovane jasnom radošću, a djeca bi trebala živjeti u harmoniji i svetosti djetinjstva i pripremiti se za školu i njihov budući život. Fröbel je ponovno detaljno pregledao i isprobao metodologiju obrazovanja u predškolskim ustanovama ("Dječji vrtići"), te napravio skup igračaka prikladnih za obrazovanje djece ove dobi. Ovaj set dječjih igračaka poznat je kao "Fröbelovi darovi". To je zbirka od 6 kompleta jednostavnih igračaka. Prvi dar je set od 7 pamučnih kuglica različitih boja, pričvršćenih na konac. Oni trebaju pomoći djeci da prepoznaju boje i ovladaju prostornom imaginacijom (npr. izrazi "naprijed" i "unatrag" u vezi s kretanjem kuglica). Drugi dar su drvena kugla, kocka i valjak. Svrha ovog dara je napraviti da se djeca upoznaju s osnovnim geometrijskim oblicima. Treći dar je kocka podijeljena na 8 kocki, dok je četvrti dar kocka podijeljena u 8 ploča. Peti i šesti darovi su kockice podijeljene na 27 malih kockica, od kojih su neke dalje podijeljene. Sve ove podijeljene kocke trebaju naučiti

djecu da grade oblike i na taj način razvijaju svoju maštu i različite vještine.

Poznati psiholozi, filozofi i edukatori izradili su detaljne analize igara i njihovu važnost u životu ljudi u 19. stoljeću. Jedan od njih je i njemački dramski pisac, J. W. Goethe (1749.-1832.) koji je istaknuo važnost igara u obrazovanju, a posebno su ga zanimali maštoviti i dramatični elementi igara. Smatrao je da igre razvijaju maštu, pamćenje i emocionalnost, a igru je shvaćao kao sredstvo općeg osobnog razvoja.

Prema njemačkom pjesniku i filozofu, F. Schilleru (1759.–1805.), igra omogućuje pojedincima da se slobodno izraze i tako postignu ljepši život. On je odražavao svoje ideale slobode i smisla pomoću igre i razmatrao razloge za razigrano ponašanje.

H. Spencer (1820.–1903.), engleski filozof, sociolog i edukator, zagovarao je obrazovanje i odgoj koje je usmjereno na pripremu za život. Utvrdio je didaktička načela koja sadrže zahtjev za aktivnim i radosnim učenjem temeljenim na iskustvu učenika. Spencer je naglasio potrebu za dovoljnim brojem igara za učenike. Također je razmišljao o tome zašto se životinje i ljudi igraju. Po njegovom mišljenju, igre su izraz potrebe za otpuštanjem viška energije.

Njemački psiholog i edukator K. Groos (1861.–1946.) je razradio prvi sveobuhvatni koncept razloga i značenja razigranog ponašanja. On naglašava funkciju igara kao pripremu za obaveze i ponašanje odraslih. On je vjerovao da je ponašanje sisavaca, pa i ljudi posebno složeno, da im je potrebno razdoblje mladosti u kojima se kulminira njihova priprema za odraslu dob kroz igre. Smatra igre kao oblik instinktivnog ponašanja koje gradi temelje za razvoj inteligencije. Groosovo mišljenje da su igre sredstvo općeg razvoja je široko prihvaćeno.

Važna talijanska edukatorica, M. Montessori (1870.–1952.), je razradila program podrške za pomoć učenicima s poremećajem pisanja i čitanja te osmislila sustav odgoja i obrazovanja za djecu od 3 do 6 godina. Naglasila je važnost na stvaranju poticajnog okruženja kao poticaj za razvoj učenika. Smatra da je jedan od glavnih zadataka učitelja stvaranje i održavanje takvog poticajnog okruženja. Njen obrazovni sustav je usredotočen na cjelokupan dječji razvoj: razvoj njihovih senzorno-motoričkih sposobnosti, vokabular, pripremu za pisanje, čitanje i jednostavne matematičke operacije, ali i cjelokupan razvoj ponašanja predškolaca. Da bi razvila sposobnost i vještine, Montessori često koristi igre kao prirodni oblik aktivnosti za djecu.

J. Piaget (1896.–1980.) i B. Inhelder (1913.–1997.), renomirani francuski psiholozi, proveli su sveobuhvatno proučavanje uloge igara u dječjim životima. Prema njihovim istraživanjima, postoje četiri osnovne kategorije igre. Izvorni i najjednostavniji oblik igre je "igra vježbe". Pri tome, ljudi primjenjuju samo određene sposobnosti kako bi primijenili novo stečeno znanje. Nakon ove faze igre postoji simbolička igra, koja kulminira između 2 i

3 te 5 i 6 godine. Osnova ove igre je razigrana transformacija stvarnosti koju djeca asimiliraju u svoje potrebe. Takva se asimilacija temelji na simboličkom jeziku koji dijete oblikuje i može kreativno promijeniti kada je to potrebno. Zahvaljujući simboličkoj igri, djeca mogu djelovati bez pritiska i sankcija, uvjeti se prilagođavaju, suprotno stvarnosti gdje prilagođavaju se danim uvjetima. Dakle, simbolička igra ima veliko značenje i za emocionalnu i za intelektualnu ravnotežu djece i njihov razvoj u ta dva područja. Primjer simboličke igre je igranje Indijanaca, igranje škole. Treća faza u razvoju mladih su igre s pravilima (klikeri, skrivača, križić-kružić itd.). U tim igrama djeca uče jedni od drugih (odrasli također mogu biti prisutni). One su uglavnom važne za dječju socijalizaciju, razvoj njihovog društvenog života i razvoj njihove sposobnosti za suradnju i djelovanje na temelju određenih pravila. Četvrti tip igre je konstruktivna igra koja predstavlja prijelaz između simboličke igre i aktivnosti koje već imaju prirodu 'ozbiljnog' rada. U tim igrama simboli se postupno objektiviziraju, a stvarnost je zapravo prilagođena (mehaničke konstrukcije, rješavanje raznih problema i zagonetki, inteligentna kreativna aktivnost). Prema istraživanjima Piageta i Inheldera, igre razvijaju senzorno-motoričke sposobnosti, emocionalna i intelektualna područja, kao i maštu. Važnost igre također je potvrđena u smislu dječjeg druženja, razvoj njihove sposobnosti za suradnju, kao i priprema za konstruktivnu kreativnu aktivnost i sposobnost rješavanja problema potrebnih u odraslom životu. Dakle, na temelju rezultata njihovog rada, igre su nužne i važan dio obrazovanja i odgoja.

Ruski psiholog L. S. Vygotsky (1896.–1934.), detaljno je proučavao kognitivni razvoj djece. On je uglavnom proučavao odnos jezika i mišljenja te naglašavao ulogu socijalizacije igara. Prema njegovom mišljenju, kognitivne sposobnosti i obrasci mišljenja nisu primarno određeni urođenim čimbenicima, ali su proizvod aktivnosti koje se provode u društvenim institucijama u kojoj osoba raste pa igra može stvoriti pogodan uvjet za razvoj kognitivnih i misaonih vještina.

Američki psiholog J. S. Bruner (1915.) se bavio djelotvornim načinom obrazovanja i odgovarajućim uređenjem kurikuluma na temelju teorija konstruktivizma. Osnovna ideja Brunerove teorije je mišljenje da je učenje aktivan proces u kojem učenici konstruiraju nove pojmove i koncepte na temelju znanja i iskustva koje im je poznato. Zadatak učitelja je motivirati učenike da uče nove stvari, dok učitelj mora transformirati znanje tako da je prikladno učenicima i njihovim vještinama razumijevanja. Bruner je naglasio sposobnost djece da se usredotoče na aktivnost tijekom igre, na način razigranog ponašanja i daljnje dobivanje informacija. Stoga Bruner smatra da će igre biti odgovarajuća obrazovna metoda. Na primjer, u prvim koracima školovanja, predložio je razvoj logičkog mišljenja učenika kroz konstruktivne igre. Razvoj reformske pedagogije krajem 19. stoljeća i početkom 20. stoljeća bilo je presudno za korištenje igara u nastavi. Aktivan, kreativan i motivirajući oblik

obrazovanja dolazio je u prvi plan. Određene nove obrazovne teorije su igre počele smatrati jednom od glavnih nastavnih metoda.

Utemeljitelj pragmatizma J. Dewey (1859.–1952.), naglašava prirodnu kognitivnu i odgojnu funkciju igre te pridaje veliku važnost obrazovnoj ulozi igara. Naglašava kako su se, dok su odgajale djecu, sve nacije u velikoj mjeri oslanjale na igre i razigrane aktivnosti, jer te aktivnosti uče djecu o svijetu u kojem žive, djeca u njima otkrivaju mnogo o aktivnostima i procesima potrebnim za život.

R. Steiner (1861.–1925.), austrijski znanstvenik i filozof, razradio je metodu odgoja koja se koristi u Waldorfskoj školi. Naglasak te metode je na sveukupnom razvoju učenika, njihovom znanju, razmišljanju, socijalnim vještinama, kao i njihovoj volji i duhovnim vrijednostima. On misli da obrazovanje treba uzeti u obzir trenutne potrebe djece koje mijenjaju sa njihovim fizičkim, mentalnim i emocionalnim razvojem te zahtijeva da su glavne aktivnosti djece ispod 7 godina, igre, crtanje, učenje o prirodi i predmeti zajedničkog života.

Francuska skupina novog obrazovanja - GFEN (Groupe Français d'éducation nouvelle) ima značajnu obrazovnu ulogu u igrama. Ova skupina francuskih edukatora i didaktičkih stručnjaka, teoretski i praktično, pokušava poboljšati školsko obrazovanje i odgoj. Naglašavaju da nastavni postupci motiviraju učenike da budu aktivni. Njihov didaktički pristup je temeljen na važnosti igara, tj. na otkrivanju da svaka igra, uz poticanje aktivnosti i užitka, ima mnoge specifičnosti u svojoj prirodi. Ima učinak druženja, neumoljivo prisiljava na poštivanje ograničenja koja su određena pravilima (isključenje iz igre predstavlja sankciju), izaziva neobičnu spremnost da se uloži veliki napor i da ide iznad nečije granice. Kao što smo vidjeli, važnost igre za obrazovanje je ideja koja se razvija još od antičkih vremena, što potvrđuju i mišljenja brojnih renomiranih i uglednih profesionalaca.

### **1.3 Korištenje didaktičkih igara u nastavi matematike**

Razvoj koji se odnosi na didaktičke igre kao sastavni dio obrazovanja još uvijek traje, ali je pozitivno što velika skupina učitelja sve više koristi didaktičke igre u svakodnevnom poslu. Edukatori i didaktički stručnjaci ispituju ulogu didaktičkih igara, i teoretski i praktično, kao metodu poučavanja matematike.

Jedan od edukatora je ispitivao pozitivne učinke socijalnih interakcija učenika tijekom didaktičkih igara. Otkrio je da je potrebna rasprava među učenicima i učiteljima tijekom igara kako bi se razjasniti konceptualni sukobi i uveli novi pojmovi i matematički procesi. Autor je postavio sljedeće zahtjeve koje treba ispuniti kako bi uporaba didaktičkih igara povećala učinkovitost matematičkog obrazovanja:

- didaktičke igre moraju biti integrirane u matematički kurikulum na primjeren način,

koristeći dosljedan jezik, materijale i simbole;

- sudjelovanje učenika mora biti aktivno tijekom cijele igre;
- važne su odgovarajuće intervencije učitelja zbog ciljanog upravljanja igrama kako bi se pomoglo učenicima da usvajaju nove pojmove, matematičke procese i načine razmišljanja.

Brojni istraživači u svojim istraživanjima navode da uporaba didaktičkih igara u nastavi matematike može biti korisna za motivaciju učenika, da rade tijekom nastave i poboljšaju svoje znanje i razumijevanje. Također, bolje razumijevanje i pamćenje predmeta kroz igre je uvjetovano aktivnim uključivanjem učenika u igre. Ustanovili su da prikladno odabrana didaktička igra s ispravnom strukturom i fokusom pomaže učenicima usvojiti nove matematičke pojmove i vještine te preporučuju uključivanje didaktičkih igara u nastavni plan i program matematike kao alternativnu aktivnost. Otkrili su da iskustvo stečeno pogodnim didaktičkim igrama, koje se koristi nakon što učenici upoznaju određene matematičke pojmove i vještine, pomaže učenicima da ih bolje razumiju i duže pamte. Neki istraživači su se usredotočili na načine na koje didaktičke igre mogu pomoći učenicima u konstruiranju njihove matematičke stvarnosti i kako poboljšati njihovu motivaciju i zanimanje za matematiku. Društvena interakcija među učenicima je također vidljivo pozitivna.

Australski sveučilišni edukator G. Booker bavi se aktivnim korištenjem igara u nastavi matematike u osnovnoj školi. U svom djelu *The Maths Games* (2000.) opisuje svoje iskustvo i zapažanja iz didaktičke igre te navodi da učenici smatraju da je igra zabavna aktivnost koja ne samo što ih motivira, nego ih potpuno uhvati, što je nužno za konstruktivnu nastavu. Djeca koja nisu voljna učiti da udovolje roditeljima ili učitelju ili zato što je netko rekao da će matematika biti potrebna za njihov budući život, često su voljni učiti u socijalnoj interakciji s drugim učenicima. Iz tih razloga igre imaju važno mjesto u matematičkom obrazovanju. One nude uvjete gdje se matematički pojmovi mogu konstruirati i razvijati. Igre poboljšavaju vještine rješavanja problema učenika putem njihove potrebe da moraju otkriti i koristiti nove strategije i općenito poboljšavaju vještine učenika koristeći ih u motivacijskom obliku aktivnosti. One također podržavaju socijalne interakcije koje vode ka učenju.

Na Sveučilištu Griffith u Australiji je provedeno istraživanje usredotočeno na didaktičke igre. To istraživanje je bilo povezano s uporabom didaktičkih igara kao sastavnog dijela nastave, omogućavajući stjecanje novih znanja i razvijanje razumijevanja novih matematičkih pojmova, a cilj je bio pronaći mehanizam za provedbu konstruktivnog stava prema nastavi matematike. Učenici preko odgovarajućeg iskustva uče na temelju vlastitog iskustva, a didaktička igra je jedna od takvih aktivnosti. Didaktičke igre imaju brojne pogodnosti, a neke od njih su:

- nude učenicima stvaran kontekst tamo gdje mogu biti potpuno uključeni što podržava konstruktivno podučavanje;
- povećava subjektivnu vrijednost matematičkog znanja za učenike, jer je to znanje potrebno za sudjelovanje u igri koja je željena aktivnost;
- pomaže učenicima da konstruiraju matematičke pojmove kroz manipulaciju predmetima kao dijelom igre, verbaliziraju svoje misli i stavove;
- zahtijeva od učenika da poštuju pravila igre što je korisno za matematičku disciplinu temeljenu na pravilima;
- učinkovitije su kada su izgrađene na temelju matematičke ideje i razumijevanja određenih matematičkih pojmova ili ovladavaju određenim matematičkim vještinama potrebnim za igru;
- podržavaju učenike da kreativno konstruiraju nove ideje koje moraju braniti pred drugim igračima;
- daju poticaj za provjeru i potvrdu matematičkog procesa drugih igrača, u ovoj se provjeri učenici oslanjaju više na vlastitu procjenu ispravnosti tih procesa, umjesto da se oslanjaju na izjave vanjskog autoriteta (učitelja, udžbenika itd.);
- poboljšavaju samopoštovanje i samosvijest učenika, jer slučajni elementi igre omogućuju svakom učeniku da pobijedi;
- osposobljavaju nastavnika da se usredotoči na pravu sliku učenikovih sposobnosti umjesto da procjenjuje njegove rezultate u umjetno stvorenim uvjetima.

U svojim je djelima V. Kárová (1994., 1996.) formulirala zahtjev za korištenje didaktičkih igara kao cjelovite nastavne metode. Prema njenim riječima, igre tvore sljedeće kvalitete učenika potrebne za učinkovito obrazovanje:

- ukupni pozitivni odnos prema školi i prema obrazovnom postupku;
- unutarnju motivaciju za unapređenje svojih znanja, vještina i sposobnosti;
- samoocjenjivanje i samokontrola vlastite aktivnosti.

Mnogi slovački i češki edukatori imaju puno iskustva u korištenju didaktičkih igara tijekom nastave matematike. Oni visoko cijene ulogu igre kao dio obrazovanja. Prema njima, korištenje didaktičkih igara u nastavi povećava zanimanje učenika u aktivnom radu tijekom

nastave matematike, i matematike općenito, te poboljšava tijekom predavanja. Također smatraju da je pozitivno za učenike da koriste znanja iz različitih područja matematike, ali i iz različitih školskih predmeta. Na temelju svog iskustva korištenja didaktičkih igara u nastavi matematike, edukatori su formulirali sljedeće zahtjeve za prikladnu integraciju igara u obrazovanje:

- igre trebaju biti atraktivne i privlačne za učenike;
- igre trebaju odgovarati osobitostima vezanim za dob i individualne dječje sposobnosti. Uglavnom mlađi učenici vole igre pune elemenata misterije i nejasnosti, učenici slabiji iz matematike preferiraju timske igre, dok nadareni i stariji učenici vole individualne igre;
- svaka igra mora imati jasna i razumljiva pravila koji se pažljivo prate. Sankcije moraju biti određene za potencijalno kršenje pravila (npr. negativni bodovi) i nije prikladno mijenjati pravila bez svrhe;
- dobra organizacija i materijalna oprema za igru je obavezna;
- nije prikladno uvoditi nove igre prečesto;
- nikad ne bismo smjeli koristiti igrice u nastavi slučajno. Svaka igra mora služiti određenom didaktičkom cilju koji želimo postići u nastavi matematike;
- trebali bismo pokušati motivirati što veći broj učenika s igrom, idealno cijeli razred istovremeno. Svaki bi učenik trebao imati šansu da bude uspješan u igri, bilo pojedinačno, bilo kao dio tima. Kako bi se učenici razlikovali ovisno o njihovim sposobnostima, prikladno je pripremiti manje ili zahtjevnije varijante zadane igre;
- pri odabiru didaktičke igre preferiramo igru koja uključit će što više osjetila kod svakog učenika, što razvija njihove raznolike vještine i znanja.

Istraživači ističu potencijal didaktičke igre, smatrajući kako ona može biti sredstvo podučavanja i učenja jer koristi prirodnu želju za znanjem i igranjem. To je izvor motivacije, pomaže usredotočiti pažnju, povećava se misaona aktivnost, formira pozitivan odnos i interes za sadržajem nastave. To je preduvjet za razumijevanje i sjećanje na osnovne činjenice koje proizlaze iz sadržaja, a to daje radost postignuća. Oni smatraju da je velika korist didaktičke igre aktivni rad učenika s predmetom kojim se bave na predavanjima. Taj neposredni kontakt omogućuje učenicima stjecanje preciznijeg, sustavnijeg i trajnijeg znanja. U metodologiji korištenja didaktičkih igara ističu prikladnost igara za dob, sposobnosti, znanja i zanimanja

učenika. Didaktičke igre imaju brojne pozitivne učinke u razvoju učenika 1–4 razreda u osnovnoj školi, a neki od njih su:

- aktiviraju osobnosti učenika;
- razvijaju pamćenje, maštu, pažnju, mišljenje i govor;
- razvijaju i njeguju emocije učenika i podržavaju emocionalno učenje putem iskustva;
- produbljuju samospoznaju i jačaju samopouzdanje;
- omogućuju socijalno učenje i pripremaju učenika za različite socijalne situacije;
- motiviraju, razvijaju interese, zadovoljavaju potrebe koje dovode do neovisnosti i kreativnosti;
- podržavaju senzorno-motoričko učenje;
- imaju značajan opuštajući učinak.

Glavna područja koja su poučna pri upotrebi didaktičkih igara u matematici mogu se usredotočiti na:

- otkrivanje i odavanje novih veza;
- vježbanje i reviziju predmeta;
- razvijanje razmišljanja i korištenje znanja.

Detaljna analiza funkcija igara u razvoju dječjih ličnosti pokazala je kako igre imaju značajnu ulogu u razvoju sljedećih karakternih aspekata:

Nekognitivna područja:

- povećanje emocionalnih izraza i pozitivnog iskustva samosvijesti;
- povećanje aktivnosti i motivacije;
- socijalno ponašanje, poboljšanje socijalnih vještina;
- ljubav prema pozitivnim vrijednostima;
- kreativnost, radost stvaralačke aktivnosti.

Kognitivna područja:



- senzorno-motoričke sposobnosti;
- pamćenje;
- evaluacijsko razmišljanje;
- ljubav prema pozitivnim vrijednostima;
- kreativno razmišljanje.

Proučavanje utjecaja korištenja didaktičkih igara u nastavi matematike u višim razredima osnovne škole, dovelo je do otkrića da integracija didaktičkih igara pozitivno utječe na stavove učenika o matematici i njezino podučavanje. Jedna od najpozitivnijih kvaliteta igara je činjenica da su igre prirodan način da djeca uče. Također je važno je da djeca pronađu igre kao željenu aktivnost da im se sviđa. Igre su bliske djeci i pomažu im da prebrode neke didaktičke prepreke u nastavnom procesu matematike. Neke od prepreka su didaktičke prepreke koje nastaju izborom poučnih metoda i razradom nastavnih sadržaja (npr. formalno podučavanje kombinatorike kroz same formule, bez da ih stvarno razumijemo), a mogu se prevladati odgovarajućim izborom nastavnih metoda i nastavnog plana i programa. Prikladna didaktička igra koja odgovara dobi, sposobnosti i interesima učenika može pomoći učenicima u savladavanju didaktičkih prepreka u nastavnom procesu matematike. Uz to su igre prirodan način za obrazovanje djece. Ti razlozi navode potencijal didaktičke igre kao metode koja vodi do uklanjanje didaktičkih prepreka. Istraživači koji se bave didaktičkim igrama u matematičkom obrazovanju slažu se da igra ima mnoge pozitivne kvalitete i može biti korisna metoda za rad učenika tijekom nastave matematike.

Igru možemo razumjeti kao metodu podučavanja, ona ispunjava i osnovne funkcije metode, obrazovne, pedagoške i razvojne funkcije. Pomaže učenicima ne samo da steknu znanje, nego se formiraju i njihov moral i osobne kvalitete. Uz redovitu primjenu igara, stvara se povoljna atmosfera za vrijeme nastave jer djeca vole igre. Igre im pomažu da nauče bez stresa. Uz učenje, osjećaju radost, zabavljaju se i imaju ugodno emotivno iskustvo ne samo iz igre, već također iz nastave. Te emocije i iskustva u nastavnom procesu mogu biti puno važnije i značajnije za dječje živote nego jednostrano mentalno prepoznavanje. Jedva da postoje predavanja s tako uvjerljivim preduvjetima da imaju oboje, odgojni i obrazovni učinak na djecu kao igra.

## 2 Izbor prikladnih didaktičkih igara i metodologija korištenja

Kada koristimo didaktičke igre tijekom nastave matematike, pravi izbor didaktičke igre je važan, kao i prikladna metodologija rada s tom igrom. Prije upotrebe didaktičke igre u nastavnom procesu, potrebno je analizirati nekoliko čimbenika. Potrebno je odrediti obrazovni cilj koji želimo postići. Na temelju obrazovnog cilja, izabrat ćemo odgovarajuću didaktičku igru. Prilikom odabira igre moramo razmotriti njezinu prikladnost za pojedine učenike, ovisno o njihovim godinama, zrelosti i interesima. Razmislit ćemo i o mogućim varijantama zadane igre kako bi prilagodili težinu zadataka. Na izbor igre utječe i njezina organizacija i poteškoće u izvedbi, a vrlo važan je i materijal potreban za pojedinu igru.

U svakoj didaktičkoj igri potrebno je razmotriti ostale karakteristične značajke. Naročito tražimo odgovore na ova pitanja:

- Koliko će učenika biti uključeno u igru i na kojoj razini kognitivnih procesa?
- Kakva znanja, sposobnosti i vještine razvija?
- Koliki je očekivani učinak zadane didaktičke igre na učinkovitost nastavnog procesa?
- Kakav učinak ima na odnos učenika prema nastavnom procesu i predmetu?
- Koji su motivirajući učinci zadane igre na učenika?

Na temelju gore navedenog možemo stvoriti “idealnu didaktičku igru”. Idealna didaktička igra je prikladna za postići određeni obrazovni cilj i zanimljiva za učenike. Ova igra uključuje cijeli razred istovremeno, te daje prednost kreativnoj aktivnosti učenika. Idealna igra razvija širok raspon znanja, sposobnosti i vještina učenika. Njena integracija u nastavni proces će rezultirati povećanjem učinkovitosti nastavnog procesa, u usporedbi s nastavom bez ove igre. Ima pozitivan učinak na stavove učenika o matematici i motivira ih za daljnje obrazovanje i razvoj. Odabirom didaktičke igre nastojimo doći što je moguće bliže modelu “idealne didaktičke igre”.

Didaktičku igru predstavljamo tijekom nastave u kojoj ju želimo koristiti, tako da učenici zapamte pravila igre. Ako igra nije jedina aktivnost koju izvodimo tijekom lekcije, obično to radimo na kraju. Prvo, ne treba žuriti sa igrom nego treba imati vremena za ostale aktivnosti. Drugo, zbog činjenice da je igra, kao opuštajuća aktivnost s pozitivnim učincima na učenike, prikladna za završetak sata matematike.

Na početku predstavljanja didaktičke igre, reći ćemo učenicima njeno ime, koje bi trebalo biti prikladno i primamljivo za učenike. Zatim ćemo učenicima reći pravila igre. Objašnjenje

pravila trebalo bi biti demonstrativno, po mogućnosti s određenim primjerima situacija u igri. Dokazano je da je prikladno pokazati primjer igre ili dio igre nakon predstavljanja pravila, gdje učenici mogu provjeriti jesu li ispravno razumjeli pravila. Tada se provodi sama didaktička igra. Ako je potrebno za igru, podijelimo učenike u grupe koje se uglavnom sastoje od 5 ili 6 članova. U idealnom slučaju, grupe bi trebale biti jednake i prema broju učenika i prema matematičkom znanju i vještinama. Kada dugoročno koristimo didaktičke igre, možemo na osnovu toga stvoriti fiksnu strukturu grupa, uzimajući u obzir i odnose među učenicima i sklonosti tome koga žele u timu.

Zadatak učitelja za vrijeme didaktičkih igara obično je provjeriti pridržavaju li se pravila ili kontrolirati smjer igre s organizacijskog gledišta. Ako učenici namjerno više puta krše pravila, trebaju biti sankcionirani – ovisno o situaciji i uvjetima, npr. lošijom procjenom u danoj igri. Nakon završetka igre, potrebno je procijeniti njezin tijek i rad pojedinačnih igrača. U evaluaciji ne bi trebali biti razmatrani samo rezultati učenika, već i njihov trud. Na kraju, svaki učenik koji je aktivno radio tijekom igre treba biti nagrađen i ohrabren što dovodi do povećanja motivacije učenika za sudjelovanje u igrama.

Dodjeljivanje bodova, gdje uspješniji igrači dobivaju više bodova, a manje uspješni igrači manje, ali ne 0 bodova, pokazalo se vrlo učinkovitim. Za unaprijed određeni broj bodova, učenici dobivaju ocjenu odličan za aktivnost tijekom sata matematike ili npr. 5 učenika s najvećim brojem bodova dobit će ocjenu odličan. Prednost ovakvog načina bodovanja je s jedne strane motivacija, a s druge strane uklanjanje negativnih posljedica jer će svaki igrač dobiti određeni broj bodova i učenik nema strah da će dobiti lošu ocjenu.

Didaktičke igre koristimo u poučavanju samo kada smo uvjereni u prednosti dane igre u usporedbi s nastavom bez igre. Nije potrebno uvijek koristiti novu vrstu didaktičke igre. Prednost već poznate igre je u tome što učenici poznaju njena pravila i mogu se koncentrirati na samu igru. Još jedna od prednosti je što uštedite i vrijeme koje biste inače proveli objašnjavajući učenicima novu igru. Međutim, potrebno je mijenjati različite igre, kako bi lekcije bile zanimljivije. Priprema učitelja prije prve upotrebe igre može biti prilično zahtjevna, ali kada više puta koristite određenu didaktičku igru s istim sadržajem, možete koristiti iste materijale. Sat matematike s integriranim didaktičkim igrama je ponekad zahtjevan učiteljima, ali ima veliku prednost za učenika jer potiče njegov aktivan i samostalan rad.

## 3 Primjeri didaktičkih igara

U prethodnom poglavlju sam spomenula kako odabrati prikladne didaktičke igre, a u ovom poglavlju ću navesti nekoliko igara koje se mogu koristiti za određene cjeline ili teme iz matematike u višim razredima osnovne škole.

Svaka didaktička igra ima svoje ime te matematička područja za koja je prvenstveno zadana. Zatim su navedeni obrazovni ciljevi igre, opisano je okruženje igre te potreban materijal i približno trajanje igre. Nakon toga slijedi postupak, tj. aktivnosti učitelja i učenika tijekom igre, koji sadrži pravila koja kontroliraju tijek igre. Na kraju je predložena konačna ocjena učeniku za rad te predstavljene neke prednosti igre za obrazovni proces.

Igre se dijele na sljedeće kategorije:

- Suradničke igre
- Pojedinačne igre

### Suradničke igre

Suradničke igre uključuju igre u kojima surađuje tim učenika kako bi došli do cilja. Ova kategorija se dalje dijeli na igre za višečlane timove i igre za tim od 2 učenika.

#### 3.1 Igre za višečlane timove

##### 3.1.1 Bingo

Matematičko područje:

Igra je prikladna za sve nastavne cjeline.

Obrazovni ciljevi:

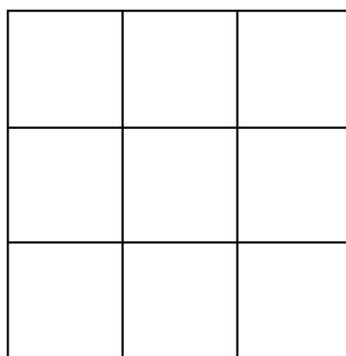
Igra služi za uvježbavanje rješavanja različitih matematičkih zadataka, donosi povratne informacije o savladavanju teme i razvija suradnju učenika.

Okolina igre:

Učenici i učitelj: Timovi od 5 do 6 učenika koji međusobno surađuju. Učitelj ima organizacijsku i kontrolnu ulogu.

Potreban materijal: Skup zadataka za svaki tim, bingo kartica (papir s praznom kvadratnom mrežom  $3 \times 3$  (Slika 1).

Trajanje igre: 40 min



Slika 1: Bingo kartica

Postupak igre:

Prvo podijelimo zadatke i bingo kartice svim timovima. Broj zadataka i težina pojedinog zadatka mora biti zadana tako da učenik tijekom igre riješi sve zadatke. Zadaci su numerirani, a broj zadataka je veći od broja polja na bingo kartici. Svakom zadatku je dodijeljen tajni broj. To je broj uz zadatak kojeg dobivamo pomoću nasumičnog preslagivanja zadataka (Primjer 3.1). Na primjer, ako zadatak sadrži 16 zadataka, bingo kartica ima 9 kvadrata. Učenici će nasumično napisati 9 pozitivnih brojeva od 1 do 16 na svoje bingo kartice, te riješiti zadane zadatke. Oko rezultata se savjetuju s učiteljem i ako imaju točan rezultat, učitelj će pokazati tajni broj koji odgovara zadanom zadatku. Ako je ovaj broj napisan na bingo kartici određenog tima učenika, učitelj će to označiti. Cilj igre je označiti sve kvadratiće na listiću, tj. postići *'bingo'*. Identifikacija zadataka s tajnim brojevima daje igri element iznenađenja i sreće. Ako učenici imaju sreće prilikom popunjavanja bingo kartice imat će bingo čak i ako nisu riješili sve zadatke. To znači da i slabiji učenici imaju priliku postići dobre rezultate i doživjeti uspjeh.

Konačna ocjena:

Svi učenici u timu dobit će određeni broj bodova za svaki pravilno riješen zadatak (ovisno o težini zadataka). Učenici će dobiti bonus bodove za *'bingo'* (bodovi trebaju biti dovoljno visoki da motiviraju i zadovolje učenike).

Prednosti igre:

Aktivni rad svih učenika, unutarnja motivacija učenika zahvaljujući atraktivnosti igre, razvoj vještine suradnje.

**Primjer 3.1.** *Tajni brojevi pojedinih zadataka u igri Bingo*

Broj zadatka	Tajni broj
Zadatak 1	12
Zadatak 2	5
Zadatak 3	14
Zadatak 4	2
Zadatak 5	1
Zadatak 6	11
Zadatak 7	13
Zadatak 8	15
Zadatak 9	3
Zadatak 10	6
Zadatak 11	10
Zadatak 12	9
Zadatak 13	4
Zadatak 14	7
Zadatak 15	16
Zadatak 16	8

### 3.1.2 Štafeta

Matematičko područje:

Ova se igra može koristiti za rješavanje matematičkih zadataka za koje ne treba puno vremena i čiji je rezultat eksplicitni broj.

Obrazovni ciljevi:

Razviti sposobnost učenika za pažljivo rješavanje zadataka kako bi se dobili točni rezultati.

Povratne informacije o znanju, važne i za učitelja i za učenike.

Okolina igre:

Učenici i učitelj: Timovi učenika s istim brojem članova, ako je moguće. Učitelj ima organizacijsku i kontrolnu ulogu.

Potreban materijal: Svaki tim učenika dobit će karticu sa zadacima (Primjer 3.2). Zadaci su iste vrste i težine, a broj zadataka i broj učenika u timu treba biti jednak.

Trajanje igre: 5–10 min

**Primjer 3.2.** Igra Štafeta za nastavnu cjelinu Linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom

$$1) 3x + 4 = 12 + x$$

$$4) 13 - \square + 2 = 3x + 4$$

$$2) 4 \cdot \square + 7x = 30$$

$$5) 2 + \square + 3x = 35$$

$$3) 10 \cdot \square - 8x = 3x - 2$$

$$6) 5 + x = -\square + 6x$$

Postupak igre:

Jedan učenik u svakom timu dobiva karticu sa zadacima. Ovaj će učenik riješiti prvi zadatak s kartice, pa će on/ona upisati rezultat u prazan kvadrat u drugom zadatku. Slično tome, drugi učenik u timu će nastaviti i riješiti drugi zadatak. Nakon što to učini, napisat će svoj rezultat u prazan kvadrat trećeg zadatka. Svaki sljedeći rezultat ovisi o ispravnosti rješenja prethodnog zadatka. Cilj je pravilno riješiti što više mogućih zadataka. Nakon završetka igre učitelj će provjeriti ispravnost rješenja na temelju prethodno pripremljenih rezultata. Za bržu provjeru, pojedinačne kartice i zadaci u njima su numerirani. Ako neki tim ima manji broj učenika od broja zadataka, neki učenici rješavaju više zadataka.

Konačna ocjena:

Svi učenici u timu dobit će određeni broj bodova za svaki pravilno riješen zadatak (ovisno o težini zadataka).

Prednosti igre:

Ova igra omogućuje učenicima da posvete više pažnje i pokušaju riješiti zadatke ispravno, jer rezultati drugih članova tima ovise o njihovom rješenju. Igra zahtijeva aktivno sudjelovanje svakog igrača, iako igra ima nedostatak – igrači u timu nisu aktivni istovremeno, već jedni za drugima. Zbog toga zadaci u ovoj igri moraju biti zadani tako da ne zahtijevaju dugo rješavanje. Ova igra ima pozitivan utjecaj na motivaciju učenika.

## 3.2 Igre za tim od 2 učenika

### 3.2.1 Magični kvadrat

Matematičko područje:

Ova igra je prikladna za matematička područja koja se bave zbrajanjem i oduzimanjem brojeva i izraza te za područje koje se bavi djeljivošću pozitivnih brojeva.

Obrazovni ciljevi:

Učenici će vježbati zbrajanje i oduzimanje brojeva i izraza te dijeljenje brojeva. Učitelj će dobiti povratne informacije o savladavanju spomenutog gradiva. Igra razvija kombinatorno razmišljanje učenika i njihovu međusobnu suradnju.

Okolina igre:

Učenici i učitelj: Parovi koji sjede za stolom surađuju. Učitelj ima organizacijsku i kontrolnu ulogu.

Potreban materijal: Nepotpuni zadaci magičnog kvadrata (ili razni magični kvadrati) za svaki par. Magični kvadrat je tablica s  $n \times n$  polja koja sadrži brojeve čiji je zbroj u svim redovima, stupcima i na obje dijagonale jednak (Slika 2).

Trajanje igre: 5–15 min

8	3	4	→ 15	
1	5	9	→ 15	
6	7	2	→ 15	
↙ 15	↓ 15	↓ 15	↓ 15	↘ 15

Slika 2: Magični kvadrat

Postupak igre:

Na početku igre, podijelimo učenicima nepotpuni magični kvadrat (Slika 3). Zadatak učenika je popuniti podatke koji nedostaju kako bi nastao magični kvadrat (jednak zbroj elemenata svakog retka, stupca i dijagonala). Nakon završetka igre učitelj će pokupiti zadatke te provjeriti jesu li točni na temelju već pripremljenih točnih rezultata. Cilj parova koji sjede za stolom jest popuniti što je moguće više točnih podataka. U varijanti igre koja se bavi djeljivošću cijelih brojeva, magični kvadrat predstavlja tablicu čiji je zbroj u svim redovima, stupcima i na obje dijagonale djeljiv danim prirodnim brojem (Slika 4). U ovom slučaju postoji nekoliko ispravnih rješenja pri ispunjavanju podataka.

Konačna ocjena:

Oba učenika za stolom dobit će bodove za svaki točan unos.

Prednosti igre:

Aktivni rad cijelog razreda, unutarnja motivacija učenika zbog zanimljivosti zadataka.



8	9	4
	7	

Slika 3: Nepotpuni magični kvadrat

2		5
	6	

Slika 4: Magični kvadrat za djeljivost s 3

### 3.2.2 Izgradnja piramide

Matematičko područje:

Igra je prikladna za matematička područja koja se bave aritmetikom brojeva i izraza, posebno njihovim zbrajanjem i oduzimanjem.

Obrazovni ciljevi:

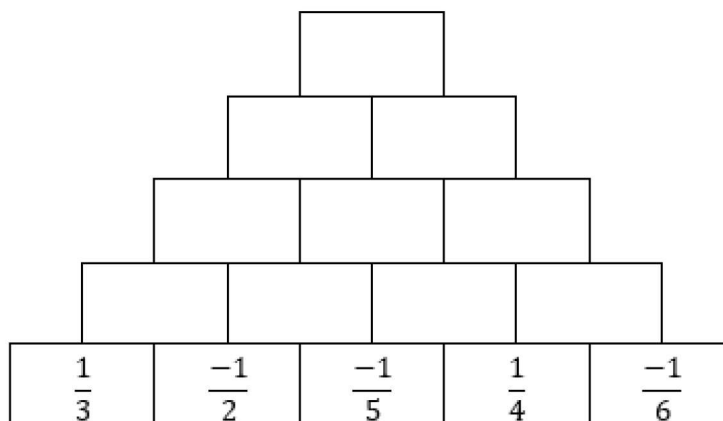
Učenici će vježbati zbrajanje i oduzimanje brojeva i izraza te razviti sposobnost pažljivog računanja kako bi dobili ispravne rezultate. Učitelj će dobiti povratne informacije o znanju učenika.

Okolina igre:

Učenici i učitelj: Parovi za stolom surađuju. Nastavnik ima organizacijsku i kontrolnu ulogu.

Potreban materijal: Svaki par učenika će dobiti djelomično ispunjenu piramidalnu shemu (Slika 5).

Trajanje igre: 5–10 min



Slika 5: Piramidalna shema za vježbanje zbrajanja razlomaka

Postupak igre:

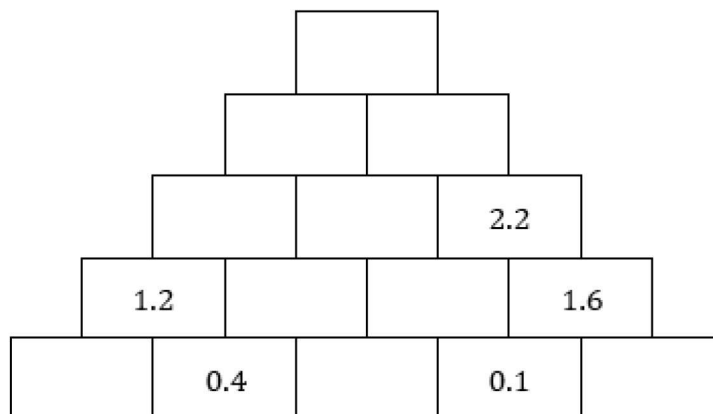
Parovi za stolom moraju pravilno ispuniti shemu piramide. Prilikom ispunjavanja sheme koristimo pravilo koje kaže da je rezultat polja u višem retku piramide zbroj dvaju susjednih polja retka ispod. Ako u dnu piramide zapišemo sve elemente, učenici će koristiti samo zbrajanje. Međutim, ako dno piramide nije potpuno ispunjeno, učenici će za popunjavanje piramide koristiti i oduzimanje (Slika 6). Cilj igre je da učenik pravilno izračuna ostale elemente piramide i tako dobije točnu vrijednost u polju na vrhu piramide. Na temelju ovog rezultata, učitelj će provjeriti je li piramida pravilno popunjena.

Konačna procjena igre:

Oba učenika u paru dobit će određeni broj bodova za pravilno popunjenu piramidu (ovisno o težini zadatka).

Prednosti igre:

Aktivni rad cijelog razreda. Veća motiviranost učenika zbog zanimljivosti igre. Igra omogućuje učenicima da obraćaju više pažnje pri računanju jer konačno rješenje ovisi o svakom rezultatu. Učitelj jednostavno provjeri rezultate učenika.



Slika 6: Piramidalna shema za vježbanje zbrajanja i oduzimanja decimalnih brojeva

## Pojedinačne igre

Pojedinačne igre uključuju igre gdje svaki učenik igra samo za sebe. Ona se dalje dijeli na igre za pojedince i igre u dvoje.

### 3.3 Igre za pojedince

Igre za pojedince su igre u kojima svaki učenik sam pokušava postići cilj postavljen pravilima igre.

#### 3.3.1 Uočite grešku!

Matematičko područje:

Ova igra je prikladna za sva matematička područja.

Obrazovni ciljevi:

Učenici će vježbati i jačati znanje u različitim područjima matematike. Razvit će sposobnost procjene stanja ispravnosti rješenja matematičkih zadataka. Učenici i učitelji će dobiti povratne informacije o kvaliteti znanja.

Okolina igre:

Učenici i učitelj: Učenici rade samostalno. Nastavnik ima organizacijsku i kontrolnu ulogu.

Potreban materijal: Svaki učenik dobiva zadatak koji sadrži riješen matematički problem (Primjer 3.3).

Trajanje igre: 5–40 min

Postupak igre:

Svaki učenik dobiva zadatak koji sadrži riješen matematički problem. U postupku rješenja postoje pogreške ovog zadatka. Cilj je uočiti i ispraviti moguće pogreške.

Konačna procjena igre:

Nakon završetka igre učitelj će prikupiti zadatke i ocjeniti rad učenika. Učenici će dobiti određeni broj bodova za svaku točno ispravljenu grešku (broj bodova ovisi o težini zadataka).

Prednosti igre:

Aktivni rad svih učenika u razredu. Igra razvija sposobnost učenika za ocjenjivanje rješenja matematičkih zadataka; kroz ovu igru učenici shvaćaju najčešće pogreške koje čine i to im pomaže pri njihovom uklanjanju.

**Primjer 3.3.** *Igra Uoči pogrešku!* za nastavnu temu *Površina geometrijskih likova* Marko želi oličiti zid u dnevnom boravku koji je pravokutnog oblika širine  $6\text{ m}$  i visine  $2.5\text{ m}$ . Koliko kanti boje treba kupiti, ako je jedna kanta dovoljna da se oboji  $5\text{ m}^2$  zida.

Rješenje:

dimenzije zida:  $6\text{ m}$  i  $2.5\text{ m}$

1 kanta boje dovoljna za  $5\text{ m}^2$

$$A = 6 \cdot 2.5 \qquad 150 \cdot 5 = 750$$

$$A = 150$$

Odgovor: Marko treba kupiti 750 kanti boje.

### 3.3.2 Simetrična slika

Matematičko područje:

Ova igra je prikladna za matematičko područje Osna i centralna simetrija.

Obrazovni ciljevi:

Učenici će vježbati konstruiranje likova pomoću osne simetrije. Igra potiče učenikovu maštu.

Okolina igre:

Učenici i učitelj: Učenici rade samostalno. Nastavnik ima organizacijsku i kontrolnu ulogu.

Potreban materijal: Nepotpune slike na grafičkom papiru za svakog učenika (Slika 7).

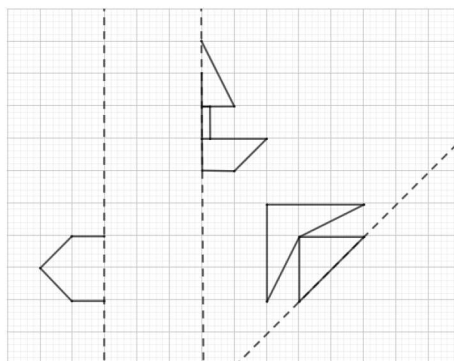
Trajanje igre: 15–20 min

Postupak igre:

Zadatak učenika je dovršiti slike postavljene na grafičkom papiru. Dio slike koji nedostaje je osno simetričan s dodijeljenim dijelom u skladu s označenom osi simetrije.

Konačna ocjena:

Učenici će dobiti određeni broj bodova za svaku ispravno dovršenu sliku.



Slika 7: Zadatak za igru na grafičkom papiru

Prednosti igre:

Vježbanje konstruiranja osne simetrije na način koji je privlačan za učenike. Učitelj i učenik dobivaju povratne informacije o razini znanja. Razvoj učeničke mašte.

### 3.4 Igre u dvojje

Igre u dvojje su vrsta igre u kojima učenici igraju u parovima, imaju suprotne interese i pokušavaju pobijediti svog partnera u igri.

#### 3.4.1 Bard

Matematičko područje:

Ova igra je prikladna za matematičko područje Djeljivost pozitivnih cijelih brojeva.

Obrazovni ciljevi:

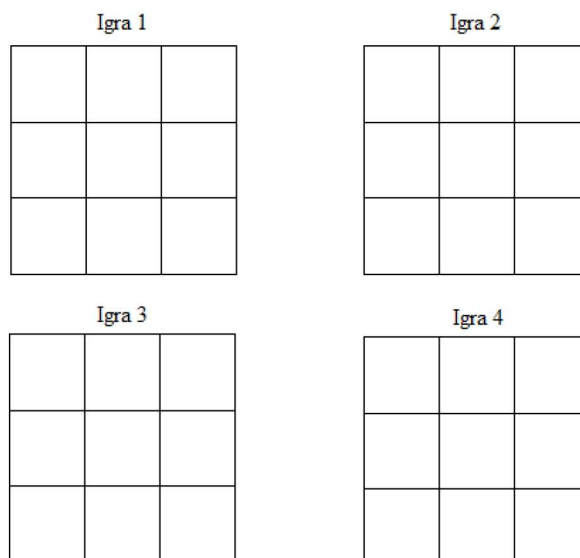
Učenici će vježbati djeljivost broja s 3. Igra razvija učenikovo kombinatorno i strateško razmišljanje.

Okolina igre:

Učenici i učitelj: Igraju parovi za stolom. Učitelj ima organizacijsku i kontrolnu ulogu.

Potreban materijal: List papira s nekoliko kvadratnih mreža veličine  $3 \times 3$  za svaki par (Slika 8).

Trajanje igre: 5–10 min



Slika 8: Zadatak za igru Bard

Postupak igre:

Na početku, učitelj podijeli učenicima list papira s kvadratima mreže veličine  $3 \times 3$ . Igrači se izmjenjuju i pišu bilo koje cijele brojeve od 1 do 9 u prazne okvire mreže. Svaki od brojeva može biti napisan samo jednom. Nakon što ispune mrežu, učenici će odrediti koji od troznamenkastih brojeva, formiranih od redaka i stupaca tablice, su djeljivi s 3. Igrač koji je započeo igru će dobiti bod za svaki troznamenkasti broj djeljiv s 3, a drugi igrač za svaki broj koji nije djeljiv s 3. Igrač sa najvećim brojem bodova je pobjednik. U sljedećoj igri redosljed igrača će se promijeniti.

Konačna ocjena:

Igrači igraju više igara. Najmanji broj igara je 2 da budemo sigurni je da je svaki igrač započeo igru. Svaki će par zapisati međusobni rezultat i predati zapis učitelju. I pobjednik i gubitnik će dobiti određeni broj bodova za svaku igru (npr. 3 boda za pobjednika, 1 bod za gubitnika).

Prednosti igre:

Aktivni rad učenika. Uzajamna unakrsna provjera učenika olakšava kontrolu učitelju.

**Primjer 3.4.** *Primjer jedne igre Bard u kojoj prvi igrač pobjeđuje 4:2*

3	2	5	nije djeljiv
8	4	6	djeljiv
7	9	1	nije djeljiv

djeljiv    djeljiv    djeljiv

Slika 9: Igra Bard

### 3.4.2 Enades

Matematičko područje:

Ova igra je prikladna za nastavnu temu Višekratnici brojeva.

Obrazovni ciljevi:

Učenici će uvježbati znanje višekratnika pozitivnih brojeva napamet. Povratne informacije za učenike o savladavanju teme. Igra razvija učenikovo kombinatorno i strateško razmišljanje.

Okolina igre:

Učenici i učitelj: Igraju parovi za stolom. Učitelj ima organizacijsku i kontrolnu ulogu.

Potreban materijal: List papira za svaki par.

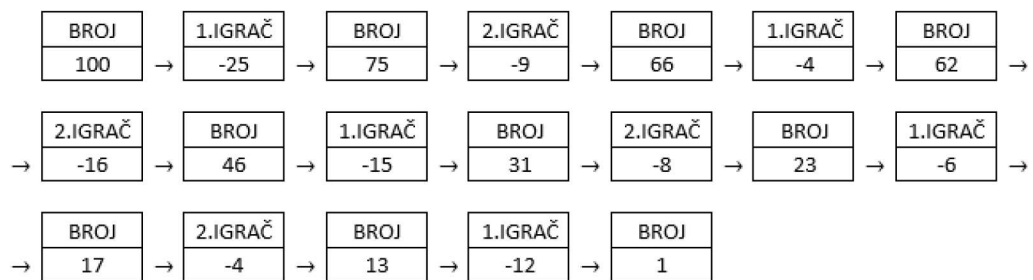
Trajanje igre: 5–10 min

Postupak igre:

Igrači oduzimaju sve višekratnike brojeva 2, 3 ili 5 od početnog pozitivnog cijelog broja  $n$  (npr.  $n = 100$ ). Igrači se izmjenjuju i zapisuju stanje igre na list papira. Igrač koji u igri dobije 0 ili 1 pobjeđuje. U sljedećoj igri, učenici će promijeniti redoslijed kojim su započeli prethodnu igru. Primjer jedne igre vidimo na sljedećoj slici (Slika 10)

Konačna ocjena:

Igrači igraju više igara. Najmanji broj igara je 2 da budemo sigurni je da je svaki igrač započeo igru. Učenici će zapisati međusobni rezultat i predati učitelju. I pobjednik i gubitnik će dobiti određeni broj bodova za aktivnost za svaku igru (npr. 3 boda za pobjednika, 1 bod za gubitnika).



Slika 10: Igra Enades u kojoj 1.igrač pobjeđuje

Prednosti igre:

Aktivni rad učenika, unutarnja motivacija učenika zbog konkurencije. Uzajamna unakrsna provjera učenika olakšava kontrolu učitelja.



## 4 Matific platforma

Matific je online alat za učenje matematike u vrtićima, školama i kod kuće koji sadrži interaktivne i zabavne aktivnosti iz područja matematike. Dostupan je na više od 40 jezika, među kojima je i hrvatski, a namijenjen je za djecu u vrtiću i za učenike u nižim razredima osnovne škole. Osmisli su ga obrazovni stručnjaci kako bi potaknuli učenje konceptualnog razumijevanja kod učenika. Matific je skup matematičkih zadataka koji kroz igru potiču učenike na učenje otkrivanjem, rješavanje problema i razvijanje kritičkog mišljenja i konceptualnog razumijevanja. Dokazano je da poboljšava rezultate na ispitima i smanjuje strah od matematike.

Matific je lak za korištenje, učenici se lako prijave i samostalno rješavaju zadatke. Učitelj sam odlučuje što je najbolje za njegov razred, standardizirani tečajevi za samostalno učenje ili prilagođen sadržaj za pojedine učenike, pritom prateći napredak učenika. Učenici napreduju vlastitim tempom, koriste iskustvo utemeljeno na otkrićima, vježbaju, produbljuju i obogaćuju svoje znanje i razumijevanje. Susreću se s različitim problemima, ispravljaju svoje greške i prilagođavaju svoje strategije za rješavanje pojedinih problema.

Matific zadaci su fleksibilni i možemo ih koristiti kod samostalnog rada učenika ili rada u grupama. Mogu se koristiti u svakom trenutku nastave, na početku kao uvod u lekciju, kao prijelazni dio ili kao sažetak na kraju sata. Svaka aktivnost ima objašnjenje za učitelja o tome na koji način će ta aktivnost pomoći učeniku razumijeti nove koncepte i razviti nove vještine.

Učitelj u svakom trenutku ima izvješće o napretku svakog učenika, o povijesti riješenih zadataka, uspješnost i napretku te popis sljedećih zadataka. Napredak učenika može se pratiti i prema nastavnom planu i programu.

Matific sadrži epizode, e–listove, pisane zadatke i radionice. Epizode su interaktivna okruženja za učenje, koja učeniku olakšavaju praktično učenje, a svaka epizoda potiče istraživački duh i rješavanje problema u razigranom okruženju. E–listovi su interaktivni i prilagodljivi zadaci koji se mogu koristiti grupnim radovima za razvijanje logičkog razmišljanja, dok se pisani zadaci koriste za primjenu znanja u stvarnim situacijama. Većinom su to zagonetke riječima koje podižu razinu kritičkog razmišljanja učenika. Radionice sadrže interaktivne zadatke koji pomažu učenicima u istraživanju matematičkih pojmova.

Matific je vrlo koristan alat jer olakšava praktično učenje matematike, zabavni zadaci potiču učenike na razmišljanje, pokušaji i pogreške uklanjaju strah od matematike, a pret hodno stečena znanja omogućuju učeniku napredak vlastitim tempom. On potiče razvojne vještine i istraživački duh kod učenika te sposobnost logičkog zaključivanja i djelovanja.

Učenici grade razumijevanje putem povezivanja, opisivanja, formuliranja i modeliranja raznih situacija te primjenjuju razne strategije za rješavanje problema.

## 5 Projekt Math–GAMES

Više od 13% svih ljudi u Europi ne zna čitati, pisati ili brojati. Stoga je Europska unija odlučila ispraviti tu situaciju i smanjiti broj slabo obučanih ljudi. “Math–GAMES – igre i matematika u obrazovanju odraslih – sažeci, smjernice i tečajevi za metode učenja računanja temeljene na igrama” je europski Erasmus+ projekt za promicanje matematičke pismenosti kod odraslih ljudi. Rezultat projekta je sažetak na 9 jezika (bugarskom, njemačkom, engleskom, španjolskom, francuskom, grčkom, talijanskom, rumunjskom i turskom jeziku) koji bi trebao dati odgovor na dva ključna pitanja:

1. Kako možemo smanjiti broj nedovoljno obučanih odraslih osoba za promicanje socijalne integracije i sudjelovanja u našem društvu?
  - Kako možemo povećati poticaje za obuku odraslih pomoću igara?
  - Kako možemo ponuditi prilagođene mogućnosti učenja pojedincima pomoću igara?
  - Kako možemo pružiti informacije o pristupu uslugama učenja odraslih?
2. Kako možemo spasiti tradicionalne i poznate igre u različitim zemljama od gubitka?

Projekt se sastoji od četiri dijela. U prvom dijelu projektni partneri će prikupiti nedovoljno obučene ljude i pomoći im u sudjelovanju u društvu te će oni, zajedno s obučanim ljudima, igrati tradicionalne igre. Rezultat ovog dijela je “Zbirka poznatih tradicionalnih igara”. Nakon toga će partneri projekta pokazati kako se tradicionalne igre mogu provesti u njihov program učenja za bolje razumijevanje, posebno za nedovoljno obučene osobe. Rezultat su “Smjernice za učenje matematičkih igara”. U trećem dijelu projekta, projektni partneri će pokazati da igranje igara među ljudima s različitim vještinama pomaže društvenoj integraciji i kako će se tradicionalne igre spasiti od gubitka prijenosom na druge ljude. Rezultat ovog dijela je “Tečaj i seminar za podučavanje”, koji se održava narednih 10 godina u različitim zemljama. Na kraju projekta, objavi se izvješće o projektu, radu, aktivnostima tijekom nastave, sastancima i evaluaciji.

„Sažetak matematičkih igara za odrasle“ sadrži standardnu kolekciju igara kao što su Tangram, Križić–kružić, Kamen–papir–škare, Domino, Školica, Magični kvadrat, Sudoku i brojne druge igre. Ove dobro poznate igre prije svega uvijek bave naše strateške sposobnost i nisu posebno razvijene za nastavu matematike. Matematički gledano, one se dotiču prebrojavanja, osnovnih geometrijskih pojmova i prepoznavanja određenih figura. Međutim uz dodavanje određenih zahtjeva i pravila, mogu se primjeniti i u nastavi matematike. Tradicionalne igre omogućuju igraču da primjenjuje matematiku, ali i ostavljaju mogućnost da se

udalje od matematike. Kako u obrazovanju postoje učenici koji žele riješiti sve aritmetičke i geometrijske zadatke, tako postoje i učenici koje duboko frustriraju zadaci ili se boje svih matematičkih problema. Ovaj sažetak je razvijen i za promicanje matematičkih kompetencija među igračima pa igre nude igračima mogućnost da se drže podalje od matematičkih problema ili im se malo približe u kasnijoj fazi.

Osnovna ideja je da odrasli ljudi nisu bili uspješni kada su bili podučavani na tradicionalan način tijekom tradicionalne nastave matematike. Smatra se da strukturno razmišljanje mora biti polazište za učenje matematike, što ove igre kroz otkrivanje i promišljanje i nude.

## Literatura

- [1] M. Duran, *Dijete i igra*, Naklada Slap, Jastrebarsko, 2001.
- [2] P. Vankúš, *Didactic Games In Mathematics*, KEC FMFI UK, Bratislava, 2013.
- [3] *Matific*,  
URL: <https://www.matific.com/hr/hr/home/>
- [4] *Math-GAMES*,  
URL: <http://math-games.eu>  
URL: <http://www.math-games.eu/work/Math-GAMES%20I01%20EN.pdf>

## Sažetak

U ovom radu opisan je razvoj didaktičkih igara kroz povijest, oblici i primjena te važnost upotrebe igre u nastavi matematike. Kroz igru, djecu se motivira za rad, potiče se njihova kreativnost i suradnja. Opisani su najvažniji dijelovi didaktičke igre, njena okolina, cilj, postupak te pravila. Važno je naglasiti da prije izbora didaktičkih igara u nastavi matematike, moramo prvo odrediti obrazovni cilj koji želimo postići tom igrom, razmotriti njenu prikladnost za učenike i, ukoliko je potrebno, prilagoditi ju učenicima. Kako bi učenici bili aktivni na satu i motivirani za rad, potrebno je izmijenjivati igre i uvoditi nove.

Didaktičke igre su podijeljene u dvije kategorije, suradničke igre i pojedinačne igre. Suradničke igre se dalje dijele na igre za višočlane timove i igre za tim od 2 učenika, dok se pojedinačne igre dijele na igre za pojedince i igre u dvoje. Za svaku kategoriju je navedena i opisana prikladna didaktička igra.

Matific, online alat za učenje matematike, služi učenicima nižih razreda osnovne škole za praktično učenje matematike te Erasmus+ projekt naziva “Math–GAMES” je osmišljen za promicanje matematičke pismenosti kod odraslih ljudi.

**Ključne riječi:** igra, didaktička igra, učenik, učitelj, motivacija, kreativnost, suradnja, matematika, projekt

# Title and summary

## Gamification in teaching math

This paper describes the development of didactic games through history, their forms and applications, and the importance of using games in teaching mathematics. Through games, children are motivated to work, and their creativity and collaboration are encouraged. The most important parts of the didactic game, namely its environment, purpose, procedure and rules are described in this paper. It is important to emphasize that before choosing didactic games in teaching mathematics, we first have to determine the educational goal that we want to achieve by using that game, consider its suitability for students and, if necessary, adapt it to the students. In order for students to be active during class and motivated to work, it is necessary to change games and introduce new ones.

Didactic games are divided into two categories, cooperative games and individual games. Cooperative games are further divided into games for multi-member teams and games for a team of 2 students, while individual games are divided into single-player games and two-person games. A suitable didactic game is listed and described for each category.

Matific, an online math learning tool that serves lower-elementary school students for practical learning, and the Erasmus+ project called a Math-GAMES designed to promote math literacy in adults.

**Key words:** game, didactic game, student, teacher, motivation, creativity, cooperation, math, project

## Životopis

Rođena sam 17.1.1993. u Slavonskom Brodu. Od 1999. do 2003. pohađala sam Osnovnu školu Vladimir Nazor u Ruščici, zatim od 2003. do 2007. u Slavonskom Brodu, te nakon toga upisala opću gimnaziju Matija Mesić također u Slavonskom Brodu. Gimnaziju sam završila položenom Državnom maturom školske godine 2010./2011. te iste godine upisala Integrirani sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike na Odjelu za matematiku Sveučilišta J. J. Strossmayera u Osijeku.