Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku
Sveučilišni diplomski studij matematike
Smjer: Financijska matematika i statistika

Sanja Pešorda

Modeli otplate zajma

Diplomski rad

Osijek, 2020.

Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku
Sveučilišni diplomski studij matematike
Smjer: Financijska matematika i statistika

Sanja Pešorda

Modeli otplate zajma

Diplomski rad

Mentor: izv. prof. dr. sc. Tomislav Marošević

Osijek, 2020.

Sadržaj

Uvod

Povijesno gledajući pojam kredita javljao se davno u vremenima kada još nije ni postojao novac. Bila je tu riječ o naturalnom kreditu, gdje su se posuđivala materijalna dobra poput metala, žita, robe i različitih proizvoda. Posudba se dogovarala tako da dužnik vrati posuđeno uvećano za neki razmjerni dio istoga. Primjerice, vjerovnik je posudio 200 kg žita, a dužnik se obvezao vratiti 220 kg za godinu dana. Danas bismo rekli da je dužnik vratio posuđeno uz 10% godišnje kamatne stope. Danas imamo novčane kredite i kamate se plaćaju u novcu, a kamatna stopa predstavlja postotak za koji dužnik mora vratiti vjerovniku više nego što je posudio po isteku ugovorenog vremena.

Često se u svakodnevnom životu susrećemo sa situacijama u kojima ljudima nedostaje financijskih sredstava za financiranje životnih potreba pa ljudi posežu za kreditima. Pod pojmom kredita podrazumijevamo novčani dužničko-vjerovnički odnos gdje se primatelj kredita (zajmoprimatelj, dužnik) obvezuje da će posuđeni novac vratiti davatelju kredita (zajmodavcu, vjerovniku) u određenom vremenskom roku i u određenim uvjetima. Danas najčešći status vjerovnika imaju banke, stoga se u ovom radu želimo približiti modelima otplate kredita i provjeriti kakva je situacija u poslovnim bankama u Hrvatskoj glede određenih vrsta kredita.

Prvo poglavlje ćemo započeti definicijom osnovnih pojmova kamatnog računa te ćemo se upoznati s načinima obračuna kamata. U drugom poglavlju ćemo analizirati financijske rente, a zatim u trećem poglavlju ćemo započeti sa zajmovima i obradit ćemo razne načine otplate zajmova. U posljednjem poglavlju bavit ćemo se s dvije vrste kredita poslovnih banaka u Hrvatskoj.

Poglavlje 1

1 Kamatni račun

Kamata dolazi od grčke riječi "kamatos" što u prijevodu znači zarada. Najčešće se pojam kamata objašnjava kao naknada za raspolaganje tuđim novcem. U ovom poglavlju nastojat ćemo upoznati se s osnovnim elementima kamatnog računa koji će nam biti potrebni u nastavku.

1.1 Kamate

Pod pojmom kapital u financijskoj matematici podrazumijevamo neku gotovinu novca, ali to može biti i iznos kredita ili zajma, hipoteka, štednja itd. Iznos kapitala uobičajeno se zaokružuje na dvije decimale jer se osnovna jedinica valute obično dijeli na 100 sitnijih dijelova. U trenutku aktiviranja kapitala (bez smanjenja općenitosti uzmimo da je to trenutak $t_0 = 0$) njegov iznos nazivamo početni kapital i označavamo s C_0. Od tog trenutka osoba koja koristi kapital mora vlasniku kapitala plaćati kamate. Kamata za jedinično obračunsko razdoblje (godina, mjesec, dan itd.) definira se kao postotni iznos početnog kapitala C_0, gdje se veličina odgovarajućeg postotka p naziva kamatna stopa. Veličinu

$$i = \frac{p}{100}$$

nazivamo kamatnjak. Kamate ćemo označavati s I.
Primjerice, reći ćemo da je početni kapital C_0 posuđen uz godišnju kamatnu stopu 6 ili uz godišnji kamatnjak $i = 0.06$, odnosno godišnji kamatnjak $i = 6\%$.
Vrijednost kapitala na kraju obračunskog razdoblja nazivamo konačni kapital i označavat ćemo ga s C_n. Navedimo i jednu suvremenu definiciju kamatne stope i kamata:

Definicija 1.1. ***Kamatna stopa*** *pokazuje postotak p za koji dužnik mora vratiti, nakon isteka određenog (ugovorenog) vremena, više nego što je posudio. Prema tome,* ***kamate*** *predstavljaju naknadu koju dužnik mora vratiti vjerovniku zato što mu je na određeno vrijeme ustupio pravo raspolaganja nekim iznosom novca ili dobra.*

Napomena 1.1. *U literaturi pojmovi kamatnjaka i kamatne stope nisu jedinstveni. Neki izvori (autori, banke) koriste se pojmom godišnja kamatna stopa kao veličina* $i = \frac{p}{100} = p\%$. *Nalazimo i pojam kamatnjak kao kamatna stopa podijeljena sa* 100, *tj.* $\frac{p}{100}$. *U ovom radu koristit ćemo te pojmove kako smo naveli iznad, tj. prije Definicije 1.1.*

Obračun kamata se može raditi na početku ili na kraju obračunskog razdoblja.

Definicija 1.2. ***Anticipativni obračun kamata*** *je obračun kamata na početku razdoblja ukamaćivanja od glavnice s kraja razdoblja.*

Kod ovog načina obračuna, obračun kamata se vrši na početku obračunskog razdoblja, a kamate se obračunavaju od konačne vrijednosti kapitala. Vrijedi:

početni kapital = konačni kapital - kamate na konačni kapital

Definicija 1.3. ***Dekurzivni obračun kamata*** *je obračun kamata na kraju svakog razdoblja ukamaćivanja od glavnice s početka tog razdoblja.*

Kod ovog načina obračuna, obračun kamata se vrši na kraju obračunskog razdoblja, a kamate se obračunavaju od početne vrijednosti kapitala. Vrijedi:

konačni kapital = početni kapital + kamate na početni kapital

Primjer 1.1. Dužnik u banci posuđuje iznos od 100000 kn uz uvjet da će ga vratiti za godinu dana. Dogovoren je anticipativni obračun kamata uz godišnju kamatnu stopu 10%. Koliko i kada dužnik mora uplatiti banci da bi podmirio dug na dogovoreni način?

Rješenje:

$$C_0 = C_1 - i \cdot C_1 = 100000 - 0.1 \cdot 100000 = 90000$$
$$I = i \cdot C_1 = 10000.$$

Dužnik na početku raspolaže s 90000 kn jer je odmah platio kamatu u iznosu od 10000 kn te za godinu dana banci mora vratiti 100000 kn.

Primjer 1.2. Dužnik u banci posuđuje iznos od 90000 kn uz uvjet da će ga vratiti za godinu dana. Dogovoren je dekurzivni obračun kamata uz godišnju kamatnu stopu 10%. Koliko i kada dužnik mora uplatiti banci da bi podmirio dug na dogovoreni način?

Rješenje:

$$C_1 = C_0 + i \cdot C_0 = 90000 + 0.1 \cdot 90000 = 99000$$
$$I = i \cdot C_0 = 9000.$$

Dužnik na početku raspolaže s 90000 kn, a za godinu dana mora vratiti banci 99000 kn.

Iz prethodna dva primjera uočavamo da je dekurzivni način obračuna kamata povoljniji za korisnika kredita, odnosno dužnika.
Budući da se u financijskoj praksi gotovo isključivo koristi dekurzivno ukamaćivanje u nastavku rada ćemo se baviti isključivo njime, a o anticipativnom ćemo samo spomenuti i reći nešto ukratko.

1.2 Jednostavni kamatni račun

Pretpostavimo da je u trenutku $t_0 = 0$ početni kapital C_0 posuđen uz godišnju kamatnu stopu p (ili godišnji kamatnjak i) i dekurzivan obračun kamata. Želimo izračunati konačnu vrijednost kapitala na kraju n-te godine ako na kraju svake godine pribrajamo kamate obračunate samo na početni kapital C_0. Ovakav način obračuna kamata nazivamo **jednostavno ukamaćivanje**. Pogledajmo sljedeću sliku:

Slika 1.1: Jednostavno godišnje ukamaćivanje

Na kraju prve godine kapitalu C_0 dodajemo kamate:

$$I_1 = C_0 \frac{p}{100}$$

pa je vrijednost kapitala na kraju prve godine jednaka

$$C_1 = C_0 + I_1 = C_0 + C_0 \frac{p}{100} = C_0(1 + \frac{p}{100}). \tag{1.1}$$

Vrijednost kapitala na kraju druge godine C_2 sastoji se od vrijednosti kapitala s početka druge godine C_1 i kamata obračunatih ponovo samo na početni kapital C_0:

$$C_2 = C_1 + C_0 \frac{p}{100}. \tag{1.2}$$

Uvrštavajući izraz (1.1) u (1.2) dobivamo sljedeće:

$$C_2 = C_0(1 + 2\frac{p}{100}).$$

Analogno ponavljajući postupak dobivamo vrijednost konačnog kapitala na kraju n-te godine:

$$C_n = C_0(1 + n\frac{p}{100}).$$

Ili izraženo u terminima kamatnjaka:

$$\boxed{C_n = C_0(1 + ni).}$$

Iznos ukupnih jednostavnih kamata nakon n godina dan je s

$$I_n = C_0 n \frac{p}{100},$$

odnosno u terminima kamatnjaka:

$$\boxed{I_n = C_0 ni.}$$

1.2.1 Jednostavno ispodgodišnje ukamaćivanje

Često u praksi treba izračunati vrijednost kapitala za vrijeme kraće od jedne godine. Neka nam je zadano sljedeće:

C_0 - početni kapital u trenutku $t_0 = 0$,
p - dekurzivna godišnja kamatna stopa,
m - broj jednakih podintervala na koje dijelimo godinu,
p_m - dekurzivna kamatna stopa vezana za obračunsko razdoblje duljine $\frac{1}{m}$.

Pogledajmo sljedeću sliku:

Slika 1.2: Jednostavno ispodgodišnje ukamaćivanje

Ispodgodišnja kamatna stopa p_m treba biti definirana tako da iznos konačnog kapitala C_1 na kraju godine uz primjenu jednostavnog ukamaćivanja bude jednak, bez obzira jesmo li jedanput primijenili godišnju kamatnu stopu p ili smo m puta primijenili ispodgodišnju kamatnu stopu p_m. Konačni kapital C_1 na kraju prve godine dobiven primjenom godišnje kamatne stope p na početni kapital C_0 iznosi:

$$C_1 = C_0 + C_0\frac{p}{100}. \tag{1.3}$$

Vrijednost početnog kapitala C_0 na kraju prvog podintervala uz primjenu ispodgodišnje kamatne stope p_m iznosi:

$$C_{\frac{1}{m}} = C_0 + C_0\frac{p_m}{100}.$$

Na kraju drugog podintervala vrijednost kapitala je:

$$C_{\frac{2}{m}} = C_{\frac{1}{m}} + C_0\frac{p_m}{100} = C_0 + 2C_0\frac{p_m}{100},$$

a na kraju m - tog podintervala (što se podudara s krajem godine) imamo:

$$C_{\frac{m}{m}} = C_0 + mC_0\frac{p_m}{100}. \tag{1.4}$$

Izjednačavanjem izraza (1.3) i (1.4) dobivamo iznos jednostavne ispodgodišnje kamatne stope p_m:

$$p_m = \frac{p}{m}. \tag{1.5}$$

Možemo zaključiti da jednostavnu dekurzivnu ispodgodišnju kamatnu stopu p_m dobijemo tako da dekurzivnu godišnju kamatnu stopu p podijelimo brojem m (broj jednakih dijelova na koji dijelimo godinu).
Slijedi da je vrijednost početnog kapitala C_0 nakon k takvih obračunskih razdoblja jednaka:

$$C_{\frac{k}{m}} = C_0(1 + k\frac{p_m}{100}), \quad k = 1, \dots m,$$

odnosno u terminima kamatnjaka:

$$\boxed{C_{\frac{k}{m}} = C_0(1 + k\frac{i}{m}), \quad k = 1, \dots m.}$$

Napomena 1.2. *Ako su obračunska razdoblja dani, onda se za obračun kamata koriste tri metode:*

- ***engleska metoda****: godina ima 365 dana, odnosno prijestupna 366 dana, a dani se gledaju prema kalendaru,*
- ***njemačka metoda****: godina ima 360 dana, a uzima se da svaki mjesec ima 30 dana,*

- ***francuska metoda**: godina ima 360 dana, a dani se gledaju prema kalendaru.*

Za računanje jednostavnih kamata nakon d dana koristi se sljedeća formula:

$$I = C_0 \frac{id}{n},$$

pri čemu je n broj dana u godini koji metoda podrazumijeva. U svakoj od navedenih metoda dan sklapanja ugovora se ne računa, dok se dan u kojem istječe ugovor uzima u obzir pri izračunu.

1.3 Složeni kamatni račun

Do sada smo govorili o jednostavnom ukamaćivanju, gdje su se kamate na kraju svake godine računale samo na početni kapital, što nije slučaj kod složenog ukamaćivanja. Kod složenog ukamaćivanja obračunavaju se kamate na kamate.
Pretpostavimo da je u trenutku $t_0 = 0$ posuđen početni kapital C_0 uz dekurzivnu godišnju kamatnu stopu p. Treba izračunati vrijednost kapitala na kraju n – te godine ako na kraju svake godine pribrajamo kamate obračunate na vrijednost kapitala s početka te godine. Ovakav obračun kamata naziva se **složeno ukamaćivanje**. Neka je:

C_0 - početni kapital u trenutku $t_0 = 0$,
p - dekurzivna godišnja kamatna stopa,
n - broj razdoblja ukamaćivanja,
C_n - konačna vrijednost kapitala nakon n godina,
C_j - vrijednost kapitala na kraju j-te godine,
I_n - ukupne kamate nakon n godina,
I_j - kamata na kraju j-te godine.

Slika 1.3: Složeno godišnje ukamaćivanje

Vrijednost kapitala na kraju prve godine C_1 sastoji se od vrijednosti početnog kapitala C_0 i obračunatih kamata na početni kapital:

$$C_1 = C_0 + C_0 \frac{p}{100} = C_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right) = C_0(1 + i) = C_0 r,$$

gdje je $r = 1 + i$ **godišnji dekurzivni kamatni faktor**. Vrijednost kapitala na kraju druge godine C_2 sastoji se od vrijednosti kapitala na kraju prve godine C_1 i kamata obračunatih na taj kapital C_1:

$$C_2 = C_1 + C_1 \frac{p}{100} = C_1 \left(1 + \frac{p}{100}\right) = C_0(1 + i)(1 + i) = C_0(1 + i)^2 = C_0 r^2.$$

Uočimo da kapital C_1 već sadržava kamate obračunate na iznos C_0 u prethodnoj godini, zbog toga kažemo da se složenim ukamaćivanjem obračunavaju kamate na kamate. Analognim postupkom dobivamo da je

$$C_3 = C_2 + C_2 \frac{p}{100} = C_2 \left(1 + \frac{p}{100}\right) = C_0(1 + i)^2(1 + i) = C_0(1 + i)^3 = C_0 r^3.$$

Primijetimo da je niz $C_0, C_1, C_2, \ldots$ geometrijski niz s kvocijentom $q = r$ i prvim članom $a_1 = C_0 r$. Pomoću izraza za opći član geometrijskog niza $a_n = a_1 q^{n-1}$ izračunajmo konačnu vrijednost kapitala na kraju n - te godine:

$$C_n = C_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right) \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{n-1} = C_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = C_0 r^n.$$

Dakle,

$$\boxed{C_n = C_0 r^n, \quad r = 1 + i.} \tag{1.6}$$

Logaritmiranjem izraza (1.6) dobivamo broj razdoblja ukamaćivanja:

$$n = \frac{\log \frac{C_n}{C_0}}{\log r}.$$

Također, ukoliko nam je poznata konačna vrijednost kapitala C_n možemo izračunati početnu vrijednost kapitala C_0 na sljedeći način:

$$C_0 = \frac{C_n}{r^n}. \tag{1.7}$$

Vrijednost (1.7) zovemo sadašnja vrijednost kapitala C_n. Ukupne kamate nakon n godina izračunavamo na sljedeći način:

$$I_n = C_n - C_0,$$

uvrštavanjem dobivamo

$$I_n = C_0 r^n - C_0,$$

$$\boxed{I_n = C_0 (r^n - 1), \quad r = 1 + i.}$$

Primjedba 1.1 (Anticipativni obračun kamata)**.** Kao što smo već spomenuli na početku, anticipativno obračunavanje kamata podrazumijeva obračun kamata na početku razdoblja ukamaćivanja od glavnice s kraja tog razdoblja. Pogledajmo malo detaljnije princip složenog anticipativnog ukamaćivanja. Neka je q anticipativna godišnja kamatna stopa, a $j = \frac{q}{100}$ odgovarajući anticipativni godišnji kamatnjak.
Vrijednost kapitala na kraju prve godine C_1 izvest ćemo iz izraza za početni kapital C_0. Početni kapital C_0 sastoji se od kapitala na kraju prve godine C_1 umanjenog za odgovarajuće kamate:

$$C_0 = C_1 - C_1 \cdot j = C_1(1 - j) \Longrightarrow C_1 = C_0 \frac{1}{1 - j}$$

Vrijednost kapitala na kraju druge godine C_2 izračunat ćemo pomoću vrijednosti kapitala na kraju prve godine C_1:

$$C_1 = C_2 - C_2 \cdot j = C_2(1 - j) \Longrightarrow C_2 = C_0 \frac{1}{(1 - j)^2}$$

I općenito, konačna vrijednost kapitala na kraju n - te godine jednaka je:

$$C_n = C_0 \frac{1}{(1 - j)^n}.$$

Ukupne kamate izačunat ćemo tako da od konačne vrijednosti kapitala na kraju n - te godine oduzmemo početnu vrijednost kapitala:

$$I_n = C_n - C_0$$

Uvrštavanjem prethodno dobivenog izraza za konačnu vrijednost kapitala na kraju n - te godine dobivamo izraz za ukupne kamate:

$$I_n = C_0 \left(\frac{1}{(1-j)^n} - 1 \right)$$

Uočimo još kako je $1 - j^2 = (1-j)(1+j) < 1$ pa vrijedi $(1+j) < \frac{1}{1-j}$, što znači da pri jednakoj kamatnoj stopi anticipativno ukamaćivanje daje veću konačnu vrijednost kapitala nego dekurzivno ukamaćivanje. Primjena dekurzivnog godišnjeg kamatnjaka i dat će istu konačnu vrijednost kapitala kao i primjena anticipativnog godišnjeg kamatnjaka j ako je

$$1 + i = \frac{1}{1-j},$$

odnosno ako je

$$i = \frac{j}{1-j}.$$

Primjer 1.3. Neka je $C_0 = 100$ početni kapital, a $p = 6$ godišnja kamatna stopa.

a) Koliki je konačni kapital na kraju prve godine uz dekurzivno ukamaćivanje?

b) Koliki je konačni kapital na kraju prve godine uz anticipativno ukamaćivanje?

c) Koliki je godišnji dekurzivni kamatnjak i koji bi dao istu vrijednost konačnog kapitala kao i anticipativni kamatnjak $j = 6\%$?

Rješenje:

a) $C_1^d = 100(1 + 0.06) = 106$

b) $C_1^a = 100\frac{1}{1-0.06} = 106.38$

c) $i = \frac{j}{1-j} = \frac{0.06}{1-0.06} = 0.0638 = 6.38\% \Longrightarrow C_1^d = 100(1 + 0.0638) = 106.38$

1.3.1 Složeno ispodgodišnje ukamaćivanje

Često u praksi treba izračunati vrijednost kapitala za vrijeme kraće od jedne godine, a zadana nam je godišnja kamatna stopa. Neka nam je zadano sljedeće:

C_0 - početni kapital u trenutku $t_0 = 0$,
p - dekurzivna godišnja kamatna stopa,
m - broj jednakih podintervala na koje dijelimo godinu,
p_m - dekurzivna kamatna stopa vezana za obračunsko razdoblje duljine $\frac{1}{m}$.

Pogledajmo sljedeću sliku:

Slika 1.4: Složeno ispodgodišnje ukamaćivanje

Ispodgodišnja kamatna stopa p_m treba biti tako definirana da iznos konačnog kapitala C_1 na kraju godine uz primjenu složenog ukamaćivanja bude jednak, bez obzira jesmo li jedanput primijenili godišnju kamatnu stopu p ili smo m puta sukcesivno primijenili ispodgodišnju kamatnu stopu p_m. Broj p_m nazivamo **složena ispodgodišnja kamatna stopa ili konformna kamatna stopa**.
Konačni kapital C_1 na kraju prve godine dobiven primjenom godišnje kamatne stope p na početni kapital C_0 iznosi:

$$C_1 = C_0 + C_0\frac{p}{100} = C_0\left(1+\frac{p}{100}\right). \tag{1.8}$$

Vrijednost početnog kapitala C_0 na kraju prvog podintervala uz primjenu ispodgodišnje kamatne stope p_m iznosi:

$$C_{\frac{1}{m}} = C_0 + C_0\frac{p_m}{100} = C_0\left(1+\frac{p_m}{100}\right) = C_0 r_m,$$

pri čemu veličinu $r_m = 1+\frac{p_m}{100}$ nazivamo **ispodgodišnji kamatni faktor**. Na kraju drugog podintervala vrijednost kapitala je:

$$C_{\frac{2}{m}} = C_{\frac{1}{m}} + C_{\frac{1}{m}}\frac{p_m}{100} = C_{\frac{1}{m}}\left(1+\frac{p_m}{100}\right) = C_0 {r_m}^2.$$

Općenito, nakon k podintervala duljine $\frac{1}{m}$ vrijednost kapitala bit će sljedeća:

$$\boxed{C_{\frac{k}{m}} = C_0 {r_m}^k, \quad r_m = 1+\frac{p_m}{100}, \quad k=1,2,\ldots} \tag{1.9}$$

Na kraju m –tog podintervala (što se podudara s krajem godine) imamo:

$$C_{\frac{m}{m}} = C_0\left(1+\frac{p_m}{100}\right)^m. \tag{1.10}$$

Izjednačavanjem izraza (1.8) i (1.10) dobivamo sljedeće:

$$\begin{aligned}
C_0\left(1+\frac{p}{100}\right) &= C_0\left(1+\frac{p_m}{100}\right)^m \\
\left(1+\frac{p}{100}\right) &= \left(1+\frac{p_m}{100}\right)^m \\
\left(1+\frac{p}{100}\right)^{\frac{1}{m}} &= \left(1+\frac{p_m}{100}\right) \\
\left(1+\frac{p}{100}\right)^{\frac{1}{m}} - 1 &= \frac{p_m}{100}
\end{aligned}$$

Naposljetku dobivamo veličinu **složene ispodgodišnje kamatne stope** p_m:

$$p_m = 100\left(\sqrt[m]{1+\frac{p}{100}} - 1\right).$$

Izvedeno ćemo iskazati u sljedećoj definiciji:

Definicija 1.4. ***Konformna kamatna stopa*** *je složena ispodgodišnja kamatna stopa definirana izrazom*

$$\boxed{p_m = 100\left(\sqrt[m]{1+\frac{p}{100}} - 1\right).} \tag{1.11}$$

Napomena 1.3. *Konformna kamatna stopa ima svojstvo da se njezinom primjenom uz m ukamaćivanja dobije isti iznos kamata kao da smo jednom primijenili godišnju kamatnu stopu.*

Obrnuto, ako je zadana ispodgodišnja kamatna stopa p_m možemo izračunati veličinu **godišnje kamatne stope** p:

$$\boxed{p = 100\left[\left(1+\frac{p_m}{100}\right)^m - 1\right].}$$

Primjer 1.4. Neka početni kapital iznosi 10000 i godišnja kamatna stopa je $p = 12$. Uz primjenu složenog dekurzivnog ukamaćivanja treba izračunati vrijednost kapitala nakon 20 mjeseci.

Rješenje:

Godinu smo podijelili na 12 jednakih dijelova, tj. mjeseci pa je $m = 12$. Prema formuli (1.11) mjesečna složena ispodgodišnja kamatna stopa jednaka je

$$p_m = 100\left(\sqrt[12]{1+\frac{12}{100}} - 1\right) = 0.948879.$$

Vrijednost kapitala nakon 20 mjeseci prema (1.10) iznosi

$$C_{\frac{20}{12}} = 10000\left(1+\frac{0.948879}{100}\right)^{20} = 12078.97.$$

Prema formuli (1.11) da bismo izračunali složenu ispodgodišnju kamatnu stopu, potrebno je izračunati m – ti korijen nekog realnog broja. Kako je to za primjenu to bilo nepraktično i sporo, javila se potreba za pojednostavljivanjem postupka. Izraz (1.11) možemo zapisati i ovako:

$$p_m = 100\left(\sqrt[m]{1+i} - 1\right),$$

gdje je $i = \frac{p}{100}$ godišnji kamatnjak. Dakle, p_m možemo shvatiti kao funkciju od i. Razvojem funkcije $p_m(i)$ u Taylorov red u okolini 0 dobivamo sljedeće:

$$p_m(i) = 0 + \frac{100}{m}i + \frac{1}{2}\frac{100}{m}\frac{1-m}{m}i^2 + \ldots$$

Uz pretpostavku da je $i^2, i^3, \ldots$ zanemarivo, dobivamo linearnu aproksimaciju konformne kamatne stope

$$p_r = \frac{100}{m}i = \frac{p}{m}$$

koju nazivamo relativna kamatna stopa.

Definicija 1.5. ***Relativna kamatna stopa*** *u oznaci p_r jednaka je*

$$\boxed{p_r = \frac{p}{m}.} \tag{1.12}$$

Primjedba 1.2. Primijetimo da se relativna kamatna stopa (1.12) podudara s jednostavnom ispodgodišnjom kamatnom stopom (1.5), ali to ne znači da se primjenom relativne kamatne stope kod obračuna ispodgodišnjih složenih kamata dobiva isti rezultat kao i prilikom obračuna jednostavnih ispodgodišnjih kamata.

Primjedba 1.3. Ako je $m > 1$, onda je $p_m < p_r$, tj. konformna kamatna stopa manja je od relativne kamatne stope. Posljedica toga je da primjenom relativne ispodgodišnje kamatne stope prilikom obračuna složenih ispodgodišnjih kamata uvijek više dobiva onaj koji posuđuje novac (odnosno onaj u čiju korist se obračunavaju kamate). Ako je $m < 1$ (obračunska razdoblja su duža od godine dana), onda je $p_m > p_r$, tj. konformna kamatna stopa je veća od relativne kamatne stope.

Dokaz. Vidi [4, str. 13-14] $\square$

Neka je p dekurzivna godišnja kamatna stopa i neka se obračun ispodgodišnjih kamata obavlja primjenom relativne kamatne stope p_r. Efekt je takav kao da se realno primjenjuje viša godišnja kamatna stopa p_e za koju vrijedi:

$$C_0\left(1+\frac{p_e}{100}\right) = C_0\left(1+\frac{p_r}{100}\right)^m$$

Kamatnu stopu p nazivamo nominalna kamatna stopa, a kamatna stopa p_e se u literaturi naziva efektivna kamatna stopa.

Definicija 1.6. ***Efektivna kamatna stopa*** *p_e je takva dekurzivna godišnja kamatna stopa čijom primjenom na kraju godine dobivamo isti iznos kao da smo m puta primijenili relativnu kamatnu stopu.*

Napomena 1.4. *Ako pri obračunu složenih kamata umjesto godišnje kamatne stope p primjenjujemo relativnu kamatnu stopu p_r, govorimo o primjeni proporcionalne metode obračuna složenih kamata. Ako umjesto godišnje kamatne stope p primjenjujemo konformnu kamatnu stopu p_m, govorimo o primjeni konformne metode obračuna složenih kamata.*

Poglavlje 2

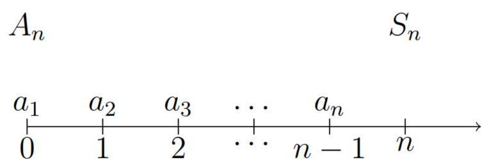
2 Financijske rente

Serija od n jednakih isplata (uplata) u jednakim vremenskim intervalima naziva se **renta**. Ako su isplate (uplate) izvjesne, tj. neovisne o smrti ili doživljenju neke osobe, onda se renta naziva **financijska renta**.
Često je u nekom trenutku potrebno izračunati vrijednost više uplata. Najčešće je to potrebno izračunati na početku prvog (sadašnja vrijednost) ili na kraju posljednjeg (konačna vrijednost) promatranog razdoblja. Isplate (uplate) mogu biti redovite (godišnje, mjesečne itd.) i isplaćivati(uplaćivati) se početkom (prenumerando isplate/uplate) ili krajem (postnumerando isplate/uplate) obračunskog razdoblja.

2.1 Godišnje prenumerando rente

Definicija 2.1. ***Prenumerando ili unaprijed plativa renta*** *je renta koja se uvijek izvršava na početku vremenskog razdoblja.*

Neka je p konstantna dekurzivna godišnja kamatna stopa. Pretpostavimo da se na početku svake godine kroz n godina uplaćuju iznosi $a_1, a_2, \dots, a_n$. Pogledajmo to ilustrativno prikazano na sljedećoj slici:



Slika 2.1: Prenumerando uplate

Želimo izračunati sadašnju i konačnu vrijednost serije od n godišnjih uplata koje se uplaćuju početkom godine. Sadašnja vrijednost n prenumerando uplata u oznaci A_n jednaka je:

$$A_n = a_1 + \frac{a_2}{r^1} + \cdots + \frac{a_n}{r^{n-1}}, \qquad r = 1 + \frac{p}{100}.$$

U praksi su najčešće sve uplate u jednakim iznosima pa pretpostavimo da je

$$a := a_1 = a_2 = \cdots = a_n.$$

Slijedi

$$A_n = \frac{a}{r^{n-1}}\left(r^{n-1} + r^{n-2} + \cdots + 1\right),$$

$$\boxed{A_n = \frac{a}{r^{n-1}}\frac{r^n - 1}{r - 1}.} \tag{2.1}$$

Konačna vrijednost n prenumerando uplata u oznaci S_n jednaka je:

$$S_n = ar^n + ar^{n-1} + \cdots + ar,$$

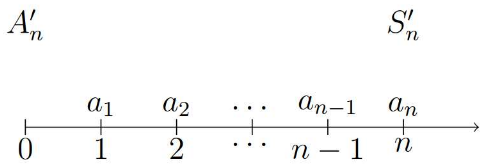
$$S_n = ar\left(r^{n-1} + \cdots + 1\right),$$

$$\boxed{S_n = ar\frac{r^n - 1}{r - 1}.} \tag{2.2}$$

2.2 Godišnje postnumerando rente

Definicija 2.2. ***Postnumerando ili unatrag plativa renta*** *je renta koja se uvijek izvršava na kraju vremenskog razdoblja.*

Neka je p konstantna dekurzivna godišnja kamatna stopa. Pretpostavimo da se na kraju svake godine kroz n godina uplaćuju iznosi $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Pogledajmo to ilustrativno prikazano na sljedećoj slici:



Slika 2.2: Postnumerando uplate

Želimo izračunati sadašnju i konačnu vrijednost serije od n godišnjih uplata koje se uplaćuju krajem godine. Sadašnja vrijednost n postnumerando uplata u oznaci A'_n jednaka je:

$$A'_n = \frac{a_1}{r} + \frac{a_2}{r^2} + \cdots + \frac{a_n}{r^n}, \qquad r = 1 + \frac{p}{100}.$$

U praksi su najčešće sve uplate u jednakim iznosima pa pretpostavimo da je

$$a := a_1 = a_2 = \cdots = a_n.$$

Slijedi

$$A'_n = \frac{a}{r^n}\left(r^{n-1} + r^{n-2} + \cdots + 1\right),$$

$$\boxed{A'_n = \frac{a}{r^n}\frac{r^n - 1}{r - 1}.} \tag{2.3}$$

Konačna vrijednost n postnumerando uplata u oznaci S'_n jednaka je:

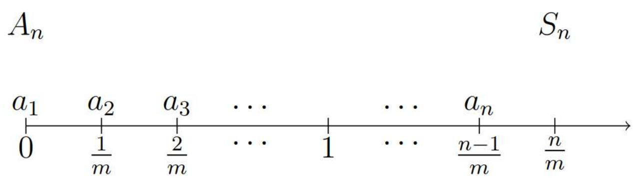
$$S'_n = ar^{n-1} + ar^{n-2} + \cdots + a,$$

$$S'_n = a\left(r^{n-1} + \cdots + 1\right),$$

$$\boxed{S'_n = a\frac{r^n - 1}{r - 1}.} \tag{2.4}$$

2.3 Ispodgodišnje prenumerando rente

Neka je p dekurzivna godišnja kamatna stopa. Pretpostavimo da smo godinu podijelili na m jednakih obračunskih razdoblja i da se početkom svakog od n takvih razdoblja uplaćuju iznosi $a_1, a_2, \dots, a_n$. Treba izračunati sumu konačnih (na kraju n – tog obračunskog razdoblja) i sadašnjih (na početku prvog obračunskog razdoblja) vrijednosti svih uplaćenih svota.



Slika 2.3: Ispodgodišnje prenumerando uplate

Suma svih n svota na kraju n - tog obračunskog razdoblja jednaka je:

$$S_n = a_1 r^{\frac{n}{m}} + a_2 r^{\frac{n-1}{m}} + \cdots + a_n r^{\frac{1}{m}}.$$

Specijalno, ako je

$$a := a_1 = a_2 = \cdots = a_n,$$

onda je:

$$S_n = a r^{\frac{1}{m}} \left(1 + r^{\frac{1}{m}} + \cdots + r^{\frac{n-1}{m}}\right).$$

Zbrajanjem sume u zagradi (n – ta parcijalna suma geometrijskog reda s kvocijentom $r^{\frac{1}{m}}$) dobivamo konačnu vrijednost n jednakih periodičnih uplata početkom obračunskog razdoblja, odnosno konačnu vrijednost ispodgodišnjih prenumerando renti:

$$\boxed{S_n = a r^{\frac{1}{m}} \frac{r^{\frac{n}{m}} - 1}{r^{\frac{1}{m}} - 1}.} \tag{2.5}$$

Označimo s A_n sadašnju vrijednost sume svih tih svota. Tada vrijedi:

$$S_n = A_n r^{\frac{n}{m}},$$

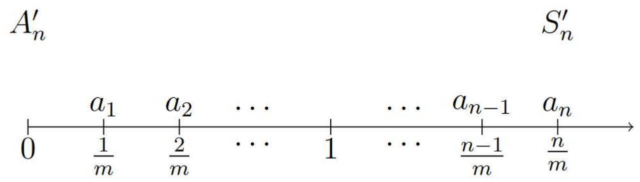
$$A_n = S_n r^{\frac{-n}{m}},$$

onda dobivamo da je sadašnja vrijednost n jednakih periodičnih svota koje se uplaćuju početkom obračunskih razdoblja jednaka:

$$\boxed{A_n = a r^{\frac{1-n}{m}} \frac{r^{\frac{n}{m}} - 1}{r^{\frac{1}{m}} - 1}.} \tag{2.6}$$

2.4 Ispodgodišnje postnumerando rente

Neka je p dekurzivna godišnja kamatna stopa. Pretpostavimo da smo godinu podijelili na m jednakih obračunskih razdoblja i da se krajem svakog od n takvih razdoblja uplaćuju iznosi $a_1, a_2, \dots, a_n$. Treba izračunati sumu konačnih (na kraju n – tog obračunskog razdoblja) i sadašnjih (na početku prvog obračunskog razdoblja) vrijednosti svih uplaćenih svota.



Slika 2.4: Ispodgodišnje postnumerando uplate

Suma svih n svota na kraju n - tog obračunskog razdoblja jednaka je:

$$S'_n = a_1 r^{\frac{n-1}{m}} + a_2 r^{\frac{n-2}{m}} + \cdots + a_{n-1} r^{\frac{1}{m}} + a_n.$$

Specijalno, ako je

$$a := a_1 = a_2 = \cdots = a_n,$$

onda je:

$$S'_n = a\left(1 + r^{\frac{1}{m}} + \cdots + r^{\frac{n-1}{m}}\right).$$

Zbrajanjem sume u zagradi (n – ta parcijalna suma geometrijskog reda s kvocijentom $r^{\frac{1}{m}}$) dobivamo konačnu vrijednost n jednakih periodičnih uplata krajem obračunskog razdoblja, odnosno konačnu vrijednost ispodgodišnjih postnumerando renti:

$$\boxed{S'_n = a\frac{r^{\frac{n}{m}} - 1}{r^{\frac{1}{m}} - 1}.} \tag{2.7}$$

Označimo s A'_n sadašnju vrijednost sume svih tih svota. Tada vrijedi:

$$S'_n = A'_n r^{\frac{n}{m}},$$

$$A'_n = S'_n r^{\frac{-n}{m}},$$

onda dobivamo da je sadašnja vrijednost n jednakih periodičnih svota koje se uplaćuju krajem obračunskih razdoblja jednaka:

$$\boxed{A'_n = a r^{\frac{-n}{m}} \frac{r^{\frac{n}{m}} - 1}{r^{\frac{1}{m}} - 1}.} \tag{2.8}$$

Poglavlje 3

3 Zajmovi

Zbog nedostatka financijskih sredstava stanovništvo se, u cilju zadovoljavanja životnih potreba, često odlučuje na uzimanje zajma. Također, brojna poduzeća da bi realizirala svoje poduzetničke pothvate, investicije i poslovne ideje posežu za potrebnim izvorom sredstava u obliku zajmova.
U praksi se pojmovi kredit i zajam najčešće koriste kao sinonimi, no ipak postoji razlika između ta dva pojma. Naime, svaki kredit je istovremeno i zajam, ali zajam ne mora biti i kredit.
Ugovor o kreditu je ugovor kojim se banka obvezuje da korisniku kredita stavlja na raspolaganje određeni iznos financijskih sredstava, a korisnik kredita se obvezuje na vraćanje posuđenih sredstava u dogovorenom roku uz plaćanje kamate kao naknade za posuđena sredstva.
Ugovor o zajmu je ugovor kojim se zajmodavac obvezuje da zajmoprimcu posudi određenu količinu novca ili drugih zamjenjivih stvari, a zajmoprimac se obvezuje da mu u ugovorenom roku vrati istu količinu novca, odnosno istu količinu stvari iste vrste i iste kvalitete, uz naknadu ili bez naknade.
Dakle, razlika između ova dva pojma je u kreditoru, odnosno u zajmodavcu. U slučaju kredita uvijek se radi o banci ili drugoj financijskoj instituciji, dok kod zajma zajmodavac može biti i banka i financijska institucija, ali fizičke i pravne osobe. Predmet ugovora o kreditu je isključivo novac, dok kod ugovora o zajmu to mogu biti i neke druge zamjenjive stvari. Također, kod ugovora o kreditu kamata je važan element ugovora, dok se kod ugovora o zajmu kamata može, ali i ne mora dogovoriti.

Definicija 3.1. ***Zajam*** *je posebna vrsta imovinsko-pravnog odnosa u kojem zajmodavac (vjerovnik) ustupa zajmoprimcu (dužniku) određeni novčani iznos ili neku drugu zamjenjivu stvar, a zajmoprimac se obvezuje da će u ugovorenom vremenskom roku vratiti posuđeno, najčešće uz kamate.*

Zajam se odobrava na temelju ugovora o zajmu kojeg zaključuju zajmodavac i zajmoprimac. Ugovor o zajmu sadrži sljedeće:

1) iznos odobrenog zajma,

2) kamatnjak,

3) način obračuna kamata,

4) vrijeme otplate zajma,

5) način otplate zajma.

Po zaključenju ugovora, zajmodavac isplaćuje ugovoreni iznos zajma, a zajmoprimac odobreni iznos otplaćuje u dijelovima koje zovemo anuiteti.

Definicija 3.2. ***Anuitet*** *je periodični iznos koji plaća korisnik zajma, a sastoji se od dva dijela:*

- *otplatne kvote (dio kojim se otplaćuje osnovni dug),*
- *složenih kamata (dio kojim se plaća naknada za korištenje posuđenih sredstava).*

Anuiteti mogu biti konstantni ili promjenjivi, a mogu se plaćati početkom ili krajem obračunskog razdoblja. U praksi se anuiteti najčešće plaćaju krajem obračunskog razdoblja i takvi anuiteti se zovu **postnumerando anuiteti**. Anuiteti koji se plaćaju početkom obračunskog razdoblja nazivaju se **prenumerando anuiteti**.
Kamate možemo obračunavati na početku obračunskog razdoblja (anticipativno) i na kraju (dekurzivno). Budući da se u praksi u Republici Hrvatskoj koristi dekurzivan način obračuna kamata u ovom radu ćemo obraditi modele koji koriste taj način obračuna kamata jer je dekurzivan način obračuna kamata povoljniji za korisnika zajma.

Definicija 3.3. ***Otplatna tablica*** *(plan otplate, plan amortizacije) je pregled otplate zajma u formi tablice koji se vodi pregledno prema rokovima otplate i za svaki se rok računa nominalni iznos anuiteta, kamate, otplatne kvote i ostatka duga. Za korisnike zajma to je pregled iznosa i rokova obveza, a za kreditora plan priljeva sredstava od odobrenih zajmova i kamata na ta sredstva.*

U otplatnoj tablici mora vrijediti sljedeće:

i) otplatna kvota posljednjeg razdoblja mora biti jednaka ostatku duga iz prethodnog razdoblja,

ii) suma svih otplatnih kvota jednaka je iznosu zajma,

iii) suma svih otplatnih kvota i svih kamata jednaka je sumi svih anuiteta,

iiii) na kraju dogovorenog roka otplate zajma ostatak duga mora biti jednak nuli.

U nastavku ćemo koristiti sljedeće oznake:

C_0 - visina odobrenog zajma,
a_k - anuitet na kraju k - tog razdoblja,
I_k - kamate na kraju k - tog razdoblja,
R_k - otplatna kvota na kraju k - tog razdoblja,
C_k - ostatak duga na kraju k - tog razdoblja,
n - broj razdoblja otplate zajma,
p - konstantna dekurzivna godišnja kamatna stopa.

3.1 Modeli otplate zajma

Postoji više vrsta modela otplate zajma, a mi ćemo u nastavku obraditi neke od njih.

3.1.1 Model otplate zajma jednakim anuitetima

Ovo je model koji se najviše koristi u financijskoj praksi. Pretpostavke modela su sljedeće:

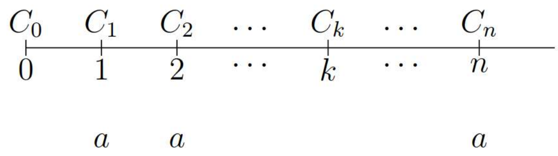
a) obračun kamata je složen i dekurzivan,

b) anuiteti su jednaki i dospijevaju u jednakim vremenskim intervalima krajem razdoblja (budući da su svi anuiteti jednaki označavat ćemo ih s a),

c) razdoblje ukamaćivanja jednako je jedinici vremenskog dospijeća između anuiteta,

d) kamatna stopa je konstantna tijekom cijelog razdoblja otplate zajma.

Pretpostavimo da je zajam C_0 odobren u trenutku $t = 0$, odnosno na početku prve godine. Zajam treba vratiti kroz n jednakih anuiteta plativih krajem godine uz dekurzivnu godišnju kamatnu stopu p.



Slika 3.1: Otplata zajma u jednakim godišnjim anuitetima

Zajam C_0 mora biti jednak sadašnjoj vrijednosti n postnumerando anuiteta, odnosno:

$$
\begin{aligned}
C_0 &= a\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r^2} + \cdots + \frac{1}{r^n}\right), \\
C_0 &= \frac{a}{r^n}\left(r^{n-1} + r^{n-2} + \cdots + 1\right), \\
C_0 &= \frac{a}{r^n} \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}, \quad \text{gdje je} \quad r = 1 + \frac{p}{100}.
\end{aligned}
$$

Sada, uz poznati iznos odobrenog zajma C_0, možemo izračunati iznos jednakih anuiteta a:

$$\boxed{a = C_0 \frac{r^n(r-1)}{r^n - 1}.} \tag{3.1}$$

Često je u praksi potrebno izračunati ostatak duga na kraju neke godine primjerice u svrhu redefiniranja zajma, konačne isplate zajma i slično pa pogledajmo kako bismo izračunali ostatak duga na kraju k - te godine.

Na kraju prve godine dug C_0 uvećan je za kamate, ali u tom se trenutku uplaćuje i prvi anuitet pa je ostatak duga C_1 na kraju prve godine jednak:

$$C_1 = C_0 r - a, \quad \text{gdje je} \quad r = 1 + \frac{p}{100}.$$

Do kraja druge godine iznos C_1 povećat će se za kamate, ali u tome trenutku se uplaćuje i anuitet a pa ostatak duga C_2 na kraju druge godine iznosi:

$$C_2 = C_1 r - a.$$

Uvrštavanjem izraza za C_1 dobivamo da je ostatak duga na kraju druge godine jednak:

$$C_2 = C_0 r^2 - ar - a.$$

Općenito, ostatak duga na kraju k - te godine jednak je:

$$C_k = C_{k-1} r - a, \quad k = 1, \ldots, n,$$

a uvrštavanjem prethodnih izraza dobivamo:

$$C_k = C_0 r^k - ar^{k-1} - \cdots - ar - a, \quad k = 1, \ldots, n,$$

$$C_k = C_0 r^k - a(r^{k-1} + \cdots + r + 1) = C_0 r^k - a\frac{r^k - 1}{r - 1}, \quad k = 1, \ldots, n. \tag{3.2}$$

Uvrštavajući (3.1) u (3.2) dobivamo formulu za izračunavanje ostatka duga na kraju k - te godine:

$$\boxed{C_k = C_0 \frac{r^n - r^k}{r^n - 1}, \quad k = 1, \ldots, n.} \tag{3.3}$$

Ova metoda izračuna ostatka duga naziva se **retrospektivna metoda**.
Uočimo također da je ostatak duga na kraju k - te godine jednak vrijednosti svih neuplaćenih anuiteta, odnosno:

$$\begin{aligned} C_k &= a\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r^2} + \cdots + \frac{1}{r^{n-k}}\right) \\ &= \frac{a}{r^{n-k}}\left(r^{n-k-1} + r^{n-k-2} + \cdots + r + 1\right) \\ &= \frac{a}{r^{n-k}} \cdot \frac{r^{n-k} - 1}{r - 1} \end{aligned} \tag{3.4}$$

Metoda izračuna ostatka duga navedena u (3.4) naziva se **prospektivna metoda**.

Iznos kamata na kraju k - te godine računamo na sljedeći način:

$$\boxed{I_k = C_{k-1} \frac{p}{100}, \quad k = 1, \ldots, n.} \tag{3.5}$$

U svakom razdoblju anuitet je jednak zbroju kamata i otplatne kvote iz čega slijedi da je vrijednost otplatne kvote na kraju k - te godine jednaka:

$$\boxed{R_k = a - I_k, \quad k = 1, \ldots, n.} \tag{3.6}$$

Ostatak duga nakon plaćanja k - tog anuiteta jednak je ostatku duga iz prethodnog razdoblja umanjenom za otplatnu kvotu k - tog razdoblja jer je otplatna kvota dio anuiteta kojim se otplaćuje osnovni dug:

$$\boxed{C_k = C_{k-1} - R_k, \quad k = 1, \ldots, n.} \tag{3.7}$$

Pogledajmo sada kako izgleda otplatna tablica.

Kraj k-te godine	Anuitet a_k	Kamate I_k	Otplatna kvota R_k	Ostatak duga C_k
0	-	-	-	C_0
1	a	$I_1 = C_0 \frac{p}{100}$	$R_1 = a - I_1$	$C_1 = C_0 - R_1$
2	a	$I_2 = C_1 \frac{p}{100}$	$R_2 = a - I_2$	$C_2 = C_1 - R_2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
k	a	$I_k = C_{k-1} \frac{p}{100}$	$R_k = a - I_k$	$C_k = C_{k-1} - R_k$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	a	$I_n = C_{n-1} \frac{p}{100}$	$R_n = a - I_n$	0
$\sum$	$n \cdot a$	$\sum_{k=1}^{n} I_k$	$\sum_{k=1}^{n} R_k = C_0$	-

Tablica 3.1: Otplatna tablica zajma s jednakim anuitetima

Primjer 3.1. Odredite iznos jednakih anuiteta koje će poduzeće otplaćivati krajem godine tijekom 5 godina uz godišnju kamatnu stopu 12 za zajam u iznosu od 150 000 kn. Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan. Sastavite otplatnu tablicu.

Rješenje:

Imamo sljedeće:

$C_0 = 150000,$
$n = 5,$
$p = 12.$

Izračunajmo po formuli (3.1) koliko iznose jednaki anuiteti a:

$$a = C_0 \frac{r^n(r-1)}{r^n - 1} = 150000 \frac{1.12^5(1.12-1)}{1.12^5 - 1} = 41611.46.$$

Izračunajmo sada kamate, otplatnu kvotu i ostatak duga na kraju prve godine:

$$\begin{aligned} I_1 &= C_0 \frac{p}{100} = 150000 \cdot \frac{12}{100} = 18000, \\ R_1 &= a - I_1 = 41611.46 - 18000 = 23611.46, \\ C_1 &= C_0 - R_1 = 150000 - 23611.46 = 126388.54. \end{aligned}$$

Analognim postupkom dobivamo i vrijednosti za ostale godine. Otplatna tablica izgleda ovako:

Kraj k-te godine	Anuitet a_k	Kamate I_k	Otplatna kvota R_k	Ostatak duga C_k
0	-	-	-	150 000.00
1	41 611.46	18 000.00	23 611.46	126 388.54
2	41 611.46	15 166.62	26 444.84	99 943.70
3	41 611.46	11 993.24	29 618.22	70 325.48
4	41 611.46	8 439.06	33 172.40	37 153.08
5	41 611.46	4 458.37	37 153.09	-0.01
$\sum$	208 057.30	58 057.29	150 000.01	-

Tablica 3.2: Otplatna tablica iz Primjera 3.1.

Uočimo sljedeće:

- Ostatak duga nakon zadnje godine nije nula, to je greška koja nastaje uslijed zaokruživanja, a taj zadnji anuitet naziva se krnji anuitet.
- Kamate se smanjuju kako se otplata zajma bliži kraju, a otplatne kvote se povećavaju.
- Zbroj svih otplatnih kvota jednak je iznosu zajma.
- Zbroj svih anuiteta jednak je zbroju svih kamata i svih otplatnih kvota.
- Ostatak duga iz predzadnjeg razdoblja jednak otplatnoj kvoti zadnjega razdoblja.

Napomena 3.1. *Kada osnovno razdoblje ukamaćivanja nije jednake duljine kao osnovno razdoblje na koje se odnosi propisana godišnja kamatna stopa koriste se relativna i konformna kamatna stopa.*

Primjer 3.2 (Ispodgodišnje ukamaćivanje)**.** Zajam u iznosu od 250 000 kn odobren je na 3 godine uz 10% godišnjih kamata i plaćanje jednakih anuiteta krajem polugodišta. Obračun kamata je polugodišnji, složen i dekurzivan.

Rješenje:

Budući da je ukamaćivanje polugodišnje, a kamatna stopa godišnja, potrebno je preračunati nominalnu kamatnu stopu u relativnu ili konformnu polugodišnju kamatnu stopu. Prikazat ćemo oba slučaja.
Imamo sljedeće:

$C_0 = 250000,$
$n = 3,$
$p = 10.$

Budući da je ukamaćivanje polugodišnje, a godina ima 2 polugodišta slijedi da je $m = 2$. Tada je novi broj obračunskih razdoblja $n^* = n \cdot m = 3 \cdot 2 = 6$ polugodišta.

a) **relativna kamatna stopa**

$$p_r = \frac{p}{m} = \frac{10}{2} = 5.$$

Polugodišnji anuitet jednak je:

$$a = C_0 \frac{r^{n^*}(r-1)}{r^{n^*}-1} = 250000 \frac{1.05^6(1.05-1)}{1.05^6-1} = 49254.37.$$

Izračunajmo sada kamate, otplatnu kvotu i ostatak duga na kraju prvog polugodišta:

$$\begin{aligned} I_1 &= C_0 \frac{p_r}{100} = 250000 \cdot \frac{5}{100} = 12500, \\ R_1 &= a - I_1 = 49254.37 - 12500 = 36754.37, \\ C_1 &= C_0 - R_1 = 250000 - 36754.37 = 213245.63. \end{aligned}$$

Analognim postupkom dobivamo i vrijednosti za ostala polugodišta. Otplatna tablica izgleda ovako:

Kraj k-tog razdoblja	Anuitet a_k	Kamate I_k	Otplatna kvota R_k	Ostatak duga C_k
0	-	-	-	250 000.00
1	49 254.37	12 500.00	36 754.37	213 245.63
2	49 254.37	10 662.28	38 592.09	174 653.54
3	49 254.37	8 732.68	40 521.69	134 131.85
4	49 254.37	6 706.59	42 547.78	91 584.07
5	49 254.37	4 579.20	44 675.17	46 908.90
6	49 254.37	2 345.45	46 908.92	-0.02
$\sum$	295 526.20	45 526.20	250 000.02	-

Tablica 3.3: Otplatna tablica iz Primjera 3.2. a)

b) **konformna kamatna stopa**

$$p_m = 100\left(\sqrt[m]{1+\frac{p}{100}}-1\right) = 100\left(\sqrt[2]{1+\frac{10}{100}}-1\right) = 4.880884817.$$

Dekurzivni kamatni faktor:

$$r = 1 + \frac{p_m}{100} = 1.048808848.$$

Polugodišnji anuitet jednak je:

$$a = C_0 \frac{r^{n^*}(r-1)}{r^{n^*}-1} = 250000 \frac{1.048808848^6(1.048808848-1)}{1.048808848^6-1} = 49066.90.$$

Izračunajmo sada kamate, otplatnu kvotu i ostatak duga na kraju prvog polugodišta:

$$\begin{aligned} I_1 &= C_0 \frac{p_m}{100} = 250000 \cdot \frac{4.880884817}{100} = 12202.20, \\ R_1 &= a - I_1 = 49066.90 - 12202.20 = 36754.37, \\ C_1 &= C_0 - R_1 = 250000 - 36754.37 = 213135.30. \end{aligned}$$

Analognim postupkom dobivamo i vrijednosti za ostala polugodišta. Otplatna tablica izgleda ovako:

Kraj k-tog razdoblja	Anuitet a_k	Kamate I_k	Otplatna kvota R_k	Ostatak duga C_k
0	-	-	-	250 000.00
1	49 066.90	12 202.20	36 864.70	213 135.30
2	49 066.90	10 402.88	38 664.02	174 471.28
3	49 066.90	8 515.73	40 551.17	133 920.11
4	49 066.90	6 536.48	42 530.42	91 389.69
5	49 066.90	4 460.62	44 606.28	46 783.41
6	49 066.90	2 283.44	46 783.46	-0.05
$\sum$	294 401.40	44 401.35	250 000.05	-

Tablica 3.4: Otplatna tablica iz Primjera 3.2. b)

Usporedivši rezultate koje smo dobili korištenjem relativne i konformne kamatne stope, vidimo da je iznos anuiteta uz relativnu veći od iznosa anuiteta uz konformnu kamatnu stopu. Također je i iznos ukupnih kamata u tom slučaju veći. To vrijedi uvijek kada je $m > 1$. Zaključujemo da je korištenje relativne kamatne stope za zajmodavca isplativije nego korištenje konformne kamatne stope.

3.1.2 Model otplate zajma jednakim otplatnim kvotama

U ovom modelu otplate zajma u svakom se razdoblju otplati isti dio zajma (osnovnog duga) i pripadna kamata, tj. otplatne kvote su jednake za svako razdoblje, a anuiteti su promjenjivi. Pretpostavke modela su sljedeće:

a) obračun kamata je složen i dekurzivan,

b) otplatne kvote su jednake, a anuiteti dospijevaju u jednakim vremenskim intervalima krajem razdoblja,

c) razdoblje ukamaćivanja jednako je jedinici vremenskog dospijeća između anuiteta,

d) kamatna stopa je konstantna tijekom cijelog razdoblja otplate zajma.

Kako su sad otplatne kvote konstantne, a anuiteti promjenjivi, koristit ćemo oznake:

a_k - anuitet na kraju k-tog razdoblja,
R - jednake otplatne kvote.

Kako je iznos zajma jednak sumi svih otplatnih kvota, a otplatne kvote su jednake slijedi da je

$$C_0 = nR$$

pa je visina otplatne kvote jednaka

$$R = \frac{C_0}{n}.$$

Ostatak duga na kraju k - te godine jednak je

$$C_k = C_0 - kR = C_0 - k\frac{C_0}{n} = C_0\left(1 - \frac{k}{n}\right).$$

Svaki anuitet sadrži otplatnu kvotu i kamate na ostatak duga. Tako dobivamo iznose anuiteta:

$$\begin{aligned} a_1 &= R + C_0\frac{p}{100}, \\ a_2 &= R + C_1\frac{p}{100} = R + C_0\frac{p}{100}\left(1 - \frac{1}{n}\right), \end{aligned}$$

i općenito vrijedi:

$$\boxed{a_k = R + C_0\frac{p}{100}\left(1 - \frac{k-1}{n}\right).} \tag{3.8}$$

Primjer 3.3. Zajam od 40 000 kn odobren je na 4 godine uz godišnju kamatnu stopu p=10, jednake otplatne kvote i plaćanje anuiteta krajem godine. Obračun je složen, godišnji i dekurzivan. Sastavite otplatnu tablicu.

Rješenje:

Imamo sljedeće:

$C_0 = 40000$,
$n = 4$,
$p = 10$.
Otplatne kvote su jednake pa imamo:

$$R = \frac{C_0}{n} = \frac{40000}{4} = 10000.$$

Kamate na kraju prve godine iznose:

$$I_1 = C_0\frac{p}{100} = 40000 \cdot \frac{10}{100} = 4000.$$

Anuitet za prvu godinu jednak je:

$$a_1 = I_1 + R = 4000 + 10000 = 14000.$$

Ostatak duga na kraju prve godine iznosi:

$$C_1 = C_0 - R = 40000 - 10000 = 30000.$$

Na analogan način dobijemo vrijednosti za ostale godine. Pogledajmo kako izgleda otplatna tablica:

Kraj k-te godine	Anuitet a_k	Kamate I_k	Otplatna kvota R_k	Ostatak duga C_k
0	-	-	-	40 000
1	14 000	4 000	10 000	30 000
2	13 000	3 000	10 000	20 000
3	12 000	2 000	10 000	10 000
4	11 000	1 000	10 000	0
$\sum$	50 000	10 000	40 000	-

Tablica 3.5: Otplatna tablica iz Primjera 3.3.

3.1.3 Model otplate zajma unaprijed dogovorenim jednakim anuitetima

U praksi se često pruža prilika zajmoprimcu da odredi iznos anuiteta za koji pretpostavlja da će ga moći otplaćivati. Ono što zajmoprimca zanima je vrijeme otplate zajma n, tj. koliko dugo će otplaćivati zajam.
Zajam C_0 potrebno je otplatiti u unaprijed dogovorenim jednakim anuitetima a krajem razdoblja, uz godišnju kamatnu stopu p.
Izvedimo izraz za vrijeme otplate zajma n iz sljedeće formule za iznos zajma:

$$C_0 = \frac{a}{r^n} \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}.$$

Sređivanjem izraza dobivamo sljedeće

$$r^n = \frac{a}{C_0 - C_0 r + a}.$$

Logaritmiranjem dobijemo

$$n \log r = \log a - \log(C_0 - C_0 r + a),$$

odakle dobivamo da je vrijeme otplate n jednako:

$$\boxed{n = \frac{\log a - \log[a - C_0(r-1)]}{\log r}}. \tag{3.9}$$

- Ako je n cijeli broj, onda dobivamo zajam uz jednake anuitete.
- Ako n nije cijeli broj, onda njegov cjelobrojni dio (najveće cijelo $\lfloor n \rfloor$) predstavlja broj razdoblja tijekom kojih se isplaćuju dogovoreni jednaki anuiteti. Na kraju sljedećeg razdoblja $((\lfloor n \rfloor + 1) - og$ razdoblja) isplaćuje se posljednji, krnji anuitet $a'_{\lfloor n \rfloor + 1}$.

Budući da iznos zajma mora biti jednak zbroju sadašnjih vrijednosti svih anuiteta vrijedi sljedeće:

$$\begin{aligned}
C_0 &= a\frac{1}{r} + a\frac{1}{r^2} + \cdots + a\frac{1}{r^{\lfloor n \rfloor}} + a'_{\lfloor n \rfloor + 1}\frac{1}{r^{\lfloor n \rfloor + 1}}, \\
a'_{\lfloor n \rfloor + 1}\frac{1}{r^{\lfloor n \rfloor + 1}} &= C_0 - \left(a\frac{1}{r} + a\frac{1}{r^2} + \cdots + a\frac{1}{r^{\lfloor n \rfloor}}\right), \\
a'_{\lfloor n \rfloor + 1} &= r^{\lfloor n \rfloor + 1}\left[C_0 - \left(a\frac{1}{r} + a\frac{1}{r^2} + \cdots + a\frac{1}{r^{\lfloor n \rfloor}}\right)\right], \\
a'_{\lfloor n \rfloor + 1} &= C_0 r^{\lfloor n \rfloor + 1} - (a r^{\lfloor n \rfloor} + a r^{\lfloor n \rfloor - 1} + \cdots + a r).
\end{aligned}$$

Krnji ili nepotpuni anuitet jednak je:

$$\boxed{a'_{\lfloor n\rfloor+1} = C_0 r^{\lfloor n\rfloor+1} - ar\frac{r^{\lfloor n\rfloor}-1}{r-1}.} \tag{3.10}$$

Primjer 3.4. Poduzeću je odobren zajam od 250 000 kn koji će otplaćivati potkraj svake godine u jednakim anuitetima od 120 000 kuna. Godišnja kamatna stopa je 10, a obračun kamata složen, godišnji i dekurzivan. Koliko godina će poduzeće vraćati zajam? Sastavite otplatnu tablicu.

Rješenje:

Imamo sljedeće:

$C_0 = 250000,$
$a = 120000,$
$p = 10 \Longrightarrow r = 1 + \frac{p}{100} = 1.1.$

Vrijeme otplate računamo prema (3.9):

$$\begin{aligned} n &= \frac{\log a - \log[a - C_0(r-1)]}{\log r}, \\ n &= \frac{\log 120000 - \log[120000 - 250000(1.1-1)]}{\log 1.1}, \\ n &= 2.451100729. \end{aligned}$$

Prema (3.10) krnji anuitet jednak je:

$$\begin{aligned} a'_3 &= C_0 r^3 - ar\frac{r^2-1}{r-1}, \\ a'_3 &= 250000 \cdot 1.1^3 - 120000 \cdot 1.1 \cdot \frac{1.1^2-1}{1.1-1}, \\ a'_3 &= 55550. \end{aligned}$$

Zajam od 250 000 kuna, otplatit će se tijekom tri godine tako da se krajem prve dvije godine uplate anuiteti u visini od 120 000 kn, a krajem treće godine krnji anuitet u visini 55 550 kn.

Kraj k-te godine	Anuitet a_k	Kamate I_k	Otplatna kvota R_k	Ostatak duga C_k
0	-	-	-	250 000
1	120 000	25 000	95 000	155 000
2	120 000	15 500	104 500	50 500
3	55 550	5 050	50 500	0
$\sum$	295 550	45 550	250 000	-

Tablica 3.6: Otplatna tablica iz Primjera 3.4.

3.1.4 Model otplate zajma različitim anuitetima i različitim otplatnim kvotama

Ovo je najopćenitiji model otplate zajma. Pretpostavke modela su sljedeće:

a) obračun kamata je složen i dekurzivan,

b) anuiteti dospijevaju u jednakim vremenskim intervalima krajem razdoblja,

c) razdoblje ukamaćivanja jednako je jedinici vremenskog dospijeća između anuiteta,

d) kamatna stopa je konstantna tijekom cijelog razdoblja otplate zajma.

Kako su sad i anuiteti i otplatne kvote različiti, koriste se oznake:

a_k - anuitet na kraju k-tog razdoblja,
R_k - otplatna kvota na kraju k-tog razdoblja.

Otplatna tablica se popunjava analogno kao i kod ostalih modela otplate zajma.

Primjer 3.5. Zajam od 300 000 kn odobren je na 3 godine, uz kamatnu stopu 12 i plaćanje anuiteta krajem godine. Ako je svaka otplatna kvota dvostruko manja od prethodne, sastavi otplatnu tablicu. Obračun kamata je godišnji, složen i dekurzivan.

Rješenje:

Imamo sljedeće:

$C_0 = 300000$,
$n = 3$,
$p = 12$.

Druga je otplatna kvota dvostruko manja od prve, a treća dvostruko manja od druge pa imamo:

$$\begin{aligned} R_2 &= \frac{R_1}{2}, \\ R_3 &= \frac{R_2}{2} = \frac{R_1}{4}. \end{aligned}$$

Suma otplatnih kvota jednaka je iznosu zajma pa vrijedi sljedeće:

$$C_0 = R_1 + R_2 + R_3 = R_1 + \frac{R_1}{2} + \frac{R_1}{4} = R_1\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = \frac{7}{4}R_1.$$

Slijedi da je

$$R_1 = \frac{4}{7}C_0 = \frac{4}{7} \cdot 300000 = 171428.57.$$

Sada možemo izračunati i drugu i treću otplatnu kvotu:

$$\begin{aligned} R_2 &= \frac{R_1}{2} = 85714.29, \\ R_3 &= \frac{R_2}{2} = \frac{R_1}{4} = 42857.14. \end{aligned}$$

Kamate na kraju prve godine iznose:

$$I_1 = C_0\frac{p}{100} = 300000 \cdot \frac{12}{100} = 36000.$$

Anuitet za prvu godinu jednak je:

$$a_1 = I_1 + R_1 = 36000 + 171428.57 = 207428.57.$$

Ostatak duga na kraju prve godine iznosi:

$$C_1 = C_0 - R_1 = 300000 - 171428.57 = 128571.43.$$

Analogno dobijemo vrijednosti za ostale godine. Pogledajmo kako izgleda otplatna tablica:

Kraj k-te godine	Anuitet a_k	Kamate I_k	Otplatna kvota R_k	Ostatak duga C_k
0	-	-	-	300 000.00
1	207 428.57	36 000.00	171 428.57	128 571.43
2	101 142.86	15 428.57	85 714.29	42 857.14
3	48 000.00	5 142.86	42 857.14	0
$\sum$	356 571.43	56 571.43	300 000.00	-

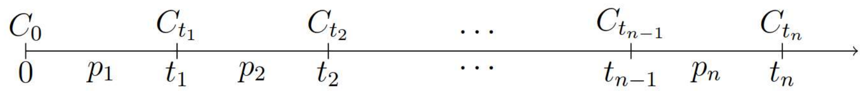
Tablica 3.7: Otplatna tablica iz Primjera 3.5.

3.1.5 Model otplate zajma uz promjenjivu kamatnu stopu

Zadana je veličina zajma C_0, rok otplate, način otplate i kretanje dekurzivne godišnje kamatne stope tijekom otplate zajma.

Jednokratna otplata zajma

Pretpostavimo da je u trenutku $t_0 = 0$ odobren kratkoročni zajam C_0 s rokom otplate u trenutku t_n (vrijeme je u godinama). Nadalje, neka u intervalu $[t_{i-1}, t_i]$ vrijedi godišnja kamatna stopa $p_i, i = 1, \ldots, n$. Pogledajmo sljedeću sliku:



Slika 3.2: Jednokratna otplata zajma uz promjenjivu kamatnu stopu

Označimo s $r_i = 1 + \frac{p_i}{100}, i = 1, \ldots, n$, godišnji kamatni faktor. Tada dug u trenutku t_1 iznosi

$$C_{t_1} = C_0 r_1^{t_1},$$

a dug u trenutku t_2 jednak je

$$C_{t_2} = C_{t_1} r_2^{t_2 - t_1} = C_0 r_1^{t_1} r_2^{t_2 - t_1}.$$

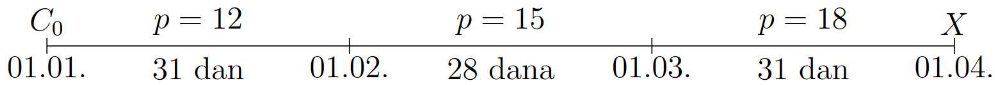
Općenito vrijedi :

$$C_{t_i} = C_{t_{i-1}} r_i^{t_i - t_{i-1}} = C_0 r_1^{t_1} r_2^{t_2 - t_1} \cdots r_i^{t_i - t_{i-1}}, \quad i = 1 \ldots n. \tag{3.11}$$

Primjer 3.6. Dana 01.01. odobren je zajam od 10 000 kn s rokom otplate 01.04. te iste godine. Kamatna stopa je promjenjiva i mijenja se svakog prvog u mjesecu na sljedeći način: siječanj $p = 12$, veljača $p = 15$, ožujak $p = 18$. Koliki je dug 01.04.? Pretpostavimo da godina nije prijestupna.

Rješenje:

Označimo s X dug na dan 01.04.



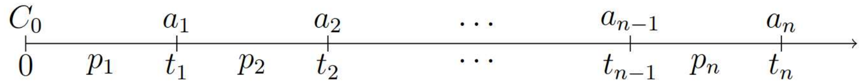
Slika 3.3: Jednokratna otplata zajma iz Primjera 3.6.

Koristeći formulu (3.11) dobivamo da je

$$X = 10000(1 + 0.12)^{\frac{31}{365}}(1 + 0.15)^{\frac{28}{365}}(1 + 0.18)^{\frac{31}{365}} = 10350.03.$$

Otplata zajma s više anuiteta

Pretpostavimo da je u trenutku $t_0 = 0$ odobren zajam C_0 kojeg trebamo vratiti s n anuiteta $a_1, a_2, \ldots, a_n$ plativih u trenucima $t_1, t_2, \ldots, t_n$ (vrijeme je u godinama). Dekurzivna godišnja kamatna stopa je promjenjiva. U vremenskom intervalu $[t_{i-1}, t_i]$ vrijedi dekurzivna kamatna stopa $p_i, i = 1, \ldots, n$. Pogledajmo sljedeću sliku:



Slika 3.4: Otplata zajma s više anuiteta uz promjenjivu kamatnu stopu

Da bismo anuitetima $a_1, a_2, \ldots, a_n$ plativim u trenucima $t_1, t_2, \ldots, t_n$ otplatili zajam C_0, suma sadašnjih vrijednosti svih anuiteta mora biti jednaka veličini zajma C_0, odnosno mora vrijediti sljedeće:

$$C_0 = \sum_{i=1}^{n} a_i \prod_{k=1}^{i} r_k^{-(t_k - t_{k-1})}, \quad r_k = 1 + \frac{p_k}{100}. \tag{3.12}$$

3.2 Interkalarna kamata i konverzija zajma

Često se u praksi događa da se dugoročni krediti ne počinju otplaćivati na kraju prvog razdoblja, već nakon određenog razdoblja. To razdoblje nazivamo počekom. Za to razdoblje se obračunavaju tzv. interkalarne kamate.

Definicija 3.4. ***Interkalarna kamata*** *je naknada koju dužnik plaća za odobrena sredstava od trenutka doznake sredstava do trenutka kada se ona počinju otplaćivati, odnosno do trenutka stavljanja zajma u otplatu.*

Interkalarna kamata se može otplatiti:

- odjednom u trenutku kada počinje otplata zajma, ili
- pripisati iznosu zajma u trenutku početka otplaćivanja zajma te tako povećati njegov nominalni iznos.

Primjer 3.7. Poduzeće je dobilo zajam u iznosu 500 000 kn na rok od 12 godina, uz 2 godine počeka i godišnju kamatnu stopu 10. Plaćanje jednakih anuiteta je krajem godine. Izračunajte iznos anuiteta ako se interkalarne kamate plaćaju odmah i ako se dodaju iznosu zajma.

Rješenje:

Imamo sljedeće:

$C_0 = 500000$,
$n = 12$,
$p = 10 \Longrightarrow r = 1.1$.

Interkalarne kamate su jednake razlici vrijednosti zajma nakon 2 godine i odobrenog zajma:

$$I = C_2 - C_0 = C_0 r^2 - C_0 = 500000 \cdot 1.1^2 - 500000 = 105000.$$

a) ako se interkalarne kamate plaćaju odmah
Tada je iznos zajma 500000 pa vrijednost anuiteta za preostalih 10 godina iznosi:

$$a = C_0 \frac{r^{10}(r-1)}{r^{10}-1} = 81372.70.$$

b) ako se interkalarne kamate dodaju iznosu odobrenog zajma
Tada je iznos "novog" zajma $C = C_0 + I = 500000 + 105000 = 605000$ pa vrijednost anuiteta za preostalih 10 godina iznosi:

$$a = C \frac{r^{10}(r-1)}{r^{10}-1} = 98460.96.$$

U praksi često iz određenih razloga može doći do promjene ugovorenih uvjeta otplate zajma. Vjerovnik ili dužnik mogu zahtijevati promjenu kamatne stope, roka otplate, iznosa anuiteta i slično. Svaka takva promjena naziva se konverzija zajma.

Definicija 3.5. ***Konverzija zajma*** *je svaka promjena ugovorenih uvjeta ili načina otplate zajma između zajmodavca i zajmoprimca u tijeku otplate zajma.*

Postupak konverzije zajma odvija se u sljedećim koracima:

1. odrediti ostatak dugovanja u razdoblju kada dolazi do promjene i taj ostatak duga predstavlja novi zajam,
2. odrediti iznose novih anuiteta.

Poglavlje 4

4 Praksa u poslovnim bankama

Banke se s obzirom na karakter djelatnosti i mjesto u bankarskom sustavu dijele na:

- središnje ili centralne i
- komercijalne ili poslovne banke.

Središnja banka ili centralna banka je najvažnija financijska institucija u jednoj državi. Njena temeljna svrha je provođenje monetarne politike. Središnja banka nadzire ponudu novca, odnosno, regulira količinu novca u optjecaju te emitira novac. Stabilnost cijena glavni je cilj središnje banke. **Hrvatska narodna banka** je središnja banka Republike Hrvatske sa sjedištem u Zagrebu. Središnja banka regulira i nadzire rad poslovnih banaka i time pridonosi stabilnosti financijskog sustava.
Poslovna banka je financijska institucija kojoj je glavna djelatnost posredovanje u novčanim i kreditnim poslovima. Banka prima novčana sredstva u polog (depozit) i plasira ih u kredite, baveći se uz to i financijskim uslugama. Depozitni i kreditni poslovi najvažnije su obilježje banke pa je prema većini definicija banka depozitno-kreditna institucija.
Središnja banka nije poslovna banka. U središnjoj banci građani ne mogu otvoriti račun ili zatražiti kredit. Ona funkcionira kao banka za poslovne banke i tako utječe na novčane i kreditne tokove u gospodarstvu radi postizanja stabilnih cijena. Poslovne banke mogu se obratiti središnjoj banci da im posudi novac.
Prema Hrvatskoj narodnoj banci **kredit** je određeni novčani iznos koji kreditna institucija odobrava korisniku kredita na određeni rok i s određenom cijenom. Krediti se uglavnom razlikuju prema namjeni i roku dospijeća. Pritom se najčešće susrećemo s nenamjenskim i namjenskim kreditima. Dok se nenamjenski krediti u pravilu nude i odobravaju na kraće rokove, namjenski krediti obično su povezani s dužim rokovima dospijeća.

4.1 Vrste kredita

4.1.1 Nenamjenski krediti

Nenamjenski krediti omogućuju korištenje financijskih sredstava prema potrebama i željama korisnika kredita.

Vrste nenamjenskih kredita

- **Okvirni kredit (dopušteno prekoračenje po tekućem računu ili popularni "minus")**
  Najčešće je korišten nenamjenski kredit zbog lake dostupnosti, a iznos okvirnoga kredita u pravilu ovisi o visini redovitih mjesečnih primanja vlasnika tekućeg računa.

- **Gotovinski kredit**
  Odobrava se u svrhu premošćivanja problema s likvidnošću, pri čemu se gotovina isplaćuje na račun korisniku kredita, koji se potom njome koristi prema vlastitim potrebama i za namjenu koju želi.

- **Lombardni kredit**
  Odobrava se na temelju zaloga realnih pokretnih vrijednosti (depozit, polica osiguranja, udio u investicijskom fondu, stambena štednja, vrijednosni papir...) koje služe kao osiguranje povrata kredita. Iznos kredita u pravilu je manji od tržišne vrijednosti zaloga, a prednost ovakvih kredita je što korisnik kredita ostaje u vlasništvu zaloga (osim u slučaju da se kredit ne vrati prema ugovorenim uvjetima).

- **Hipotekarni kredit**
  Gotovinski kredit s nekretninom kao instrumentom osiguranja.

4.1.2 Namjenski krediti

Namjenski su krediti samo oni krediti kod kojih se financijska sredstva smiju potrošiti isključivo u svrhu za koju su odobreni i u pravilu imaju malo nižu kamatnu stopu u odnosu na nenamjenske kredite.

Vrste namjenskih kredita

- **Potrošački kredit**
  Obično se odobrava na temelju ispostavljenog predračuna za kupnju neke robe ili na temelju ponude koju je izdao prodavatelj. Odobravaju se za različite namjene kao npr. za kupnju namještaja, bijele tehnike, tehničkih aparata, automobilske opreme, građevinskog materijala...

- **Kredit za kupnju motornih vozila**
  Odobrava se na temelju ispostavljenog predračuna za kupnju vozila koji izdaje prodavatelj ili na temelju sporazuma o prijenosu prava vlasništva nad vozilom koje je predmet kreditiranja.

- **Studentski/učenički kredit**
  Odobrava se za plaćanje troškova studiranja (u zemlji i u inozemstvu), a moguće se njime koristiti i za plaćanje školarine privatnoga srednjoškolskog obrazovanja.

- **Stambeni kredit**
  Odobrava se za kupnju, izgradnju ili adaptaciju kuće odnosno stana. Ako se odobreni kredit u punom iznosu ne isplati direktno na račun prodavatelja odnosno izvođača, namjenu korištenja preostalog iznosa potrebno je dokumentirati.

U nastavku ćemo se posvetiti detaljnijem razmatranju stambenog i lombardnog kredita.

4.2 Stambeni kredit

Na temelju proučavanja općih informacija o stambenim kreditima od nekoliko banaka, istaknut ćemo okvirno što se u praksi u bankama najčešće nudi glede ove vrste kredita.

Opis glavnih značajki

Vrsta kredita:

- stambeni kredit uz hipoteku
- stambeni kredit bez hipoteke

Valuta:

- stambeni kredit u kunama
- stambeni kredit uz valutnu klauzulu u eurima
  (krediti koji se odobravaju uz valutnu klauzulu u eurima isplaćuju se po srednjem tečaju Hrvatske narodne banke na dan isplate)

Korisnici: Fizičke osobe (potrošači) s prebivalištem u Republici Hrvatskoj koje ispunjavaju uvjete kreditiranja banke.
Korisnik je radno aktivna osoba koja ostvaruje primanje koje je osnova za izračun kreditne sposobnosti ili umirovljenik. Korisnik kredita može biti i strani državljanin pod određenim uvjetima. Minimalna starosna dob sudionika u kreditnom poslu je 18 godina.

Namjena:

- kupnja stana/obiteljske kuće, izgradnja obiteljske kuće, dovršenje, dogradnja, nadogradnja, rekonstrukcija
- prijevremena otplata stambenog kredita
- adaptacija stambenog objekta
- kupnja građevinskog zemljišta s izgradnjom, kupnja građevinskog zemljišta za gradnju obiteljske kuće

Rok otplate:

- Kredit uz hipoteku: od 5 do 30 godina
- Kredit bez hipoteke: od 5 do 15 godina

  **navedeni podaci su prosječni, rokovi otplate se razlikuju od banke do banke*

Kamatna stopa:

- **Fiksna kamatna stopa**: nepromjenjiva tijekom cijelog roka otplate kredita
- **Promjenjiva kamatna stopa**: promjenjiva tijekom cijelog roka otplate kredita
- **Kombinirana kamatna stopa**: kombinacija fiksne kamatne stope za određeno razdoblje i promjenjive kamatne stope za preostalo razdoblje otplate

Potrebno je razlikovati nominalnu kamatnu stopu (NKS), koja se upisuje u ugovor o kreditu te efektivnu kamatnu stopu (EKS), koja se izračunava prije ugovaranja kredita. U izračun EKS-a, osim nominalne kamatne stope, uključuju se naknade, osiguranje i ostali troškovi koji se plaćaju pri odobravanju kredita te je stoga EKS realniji prikaz ukupne cijene kredita. EKS se izračunava prema *Odluci o efektivnoj kamatnoj stopi* [9] koju donosi HNB.

Odabir valute kredita i vrste kamatne stope ovisi isključivo o izboru klijenta. Visina kamatne stope ovisi o kreditnom riziku klijenta te o statusu klijenta. Status klijenta ostvaruje klijent koji prima redovna mjesečna primanja na račun u banci. Status klijenta banke ostvaruju i ostali klijenti koji su u postupku otvaranja tekućeg računa i usmjeravanja primanja u banci. Ostali klijenti su osobe koje ne usmjeravaju primanja na račun u banci. Obično klijenti plaćaju niže kamatne stope nego li ostali korisnici. Fiksna kamatna stopa dodatno ovisi i o visini iznosa kredita u odnosu na procijenjenu vrijednost nekretnine.

Interkalarna kamata:

- obračunava se na iznos kredita od datuma korištenja do datuma stavljanja kredita u otplatu
- obračunava se u visini redovne kamatne stope

Metoda obračuna kamatne stope: dekurzivno proporcionalna metoda obračuna

Otplata kredita:

- u jednakim mjesečnim anuitetima ili mjesečnim ratama
- kredit uz valutnu klauzulu EUR se otplaćuje u kunama primjenom srednjeg tečaja HNB na dan uplate
- anuiteti ili rate dospijevaju na naplatu posljednjeg dana u mjesecu ili na dan sukladno odabiru korisnika kredita

Napomena 4.1 (Razlika između anuiteta i rate). *Anuiteti i rate kao pojmovi vrlo se često miješaju i mnogi ih kao pojmove izjednačavaju, a bitno je da ih korisnici kredita razumiju. I anuiteti i rate mjesečne su otplate kredita, ali se različito formiraju što utječe na iznos otplate kredita.*
Standardna anuitetska otplata *označava jednake mjesečne anuitete tijekom cijelog razdoblja otplate. Svaki se mjesečni anuitet sastoji od kamate i glavnice. U početku se otplaćuje veći udio kamate u odnosu na glavnicu u anuitetu, dok se s vremenom otplaćuje veći udio glavnice u odnosu na kamatu u anuitetu.*
Otplata u ratama *je način otplate kredita u kojem je unaprijed definiran fiksni iznos glavnice koji se otplaćuje (otplatna kvota), dok se dospjeli iznos kamate obračunava kod svakog sljedećeg dospijeća na preostali iznos glavnice pa je iznos rate koji se plaća različit tijekom otplate kredita. Dio rate kojim se otplaćuje glavnica kredita jednak je u razdoblju otplate kredita, a dobije se tako da se ukupan iznos glavnice podijeli s brojem ugovorenih otplata. Otplata u ratama omogućava bržu otplatu glavnice pa su i ukupni troškovi kamata za klijenta niži nego pri otplati kredita u anuitetima, ali na isti iznos takva otplata u početku kredita zahtijeva veći iznos otplate te veću kreditnu sposobnost klijenta.*

Instrumenti osiguranja:

- izjava o zapljeni po pristanku dužnika potvrđena kod javnog bilježnika
- zadužnica potvrđena kod javnog bilježnika
- založno pravo (hipoteka) na nekretnini
- polica osiguranja nekretnine

Procjena vrijednosti nekretnine:

- obvezna u slučaju zasnivanja založnog prava na nekretnini
- troškove procjene nekretnine snosi korisnik kredita
(posebna pogodnost za korisnike kredita s namjenom kupnje do 45 godina starosti – bez troška procjene nekretnine)

Prijevremena otplata kredita:

- korisnik kredita ima pravo u svakom trenutku izvršiti prijevremenu djelomičnu ili konačnu otplatu kredita
- za prijevremenu djelomičnu ili konačnu otplatu kredita ne plaća se naknada
- za prijevremenu otplatu korisnik kredita podnosi pisani zahtjev

Rizici:

- **rizik promjene tečaja**:
  - za kredite odobrene u kunama rizik promjene tečaja ne postoji
  - krediti odobreni uz valutnu klauzulu EUR podložni su tečajnom riziku
  - tečajni rizik predstavlja neizvjesnost vrijednosti domaće valute u odnosu na vrijednost strane valute uslijed promjene deviznog tečaja

  - promjena tečaja može realno smanjiti ili uvećati odnos vrijednosti dviju valuta, a samim time i iznos ugovorene veličine obveza

- **rizik promjenjive kamatne stope**:
  - rast kamatne stope može utjecati na rast mjesečne vrijednosti anuiteta i utjecati na financijski položaj potrošača i sposobnost otplate kredita, ali i obrnuto (njenim smanjenjem, smanjit će se i iznos anuiteta)
  - vjerojatnost promjene kamatne stope je veća što je duže ugovoreno razdoblje

- **rizik gubitka posla ili dijela prihoda**

Troškovi kredita:

- **naknada za obradu**: bez naknade
- **troškovi procjene vrijednosti nekretnine**
- **troškovi osiguranja**: za kredite koji se osiguravaju založnim pravom na nekretnini, potrebno je osigurati nekretninu osiguranjem imovine
- **ostali troškovi**: troškovi vezani za ovjeru ugovora o kreditu i drugi javnobilježnički troškovi te troškovi uknjižbe založnog prava

Pravo na odustanak od ugovora o kreditu:

- korisnik kredita može odustati od ugovora o kreditu u roku od 14 dana od dana sklapanja ugovora bez navođenja razloga, ali o tome treba, u pisanom obliku, obavijestiti banku

Valja napomenuti da se naročito iznosi kredita, rokovi otplate i kamatne stope razlikuju od banke do banke, stoga je dobro znati da se opće informacije o stambenom kreditu pojedine banke mogu pronaći na službenim stranicama te banke. U nastavku donosimo jednak takav primjer.

Uvjeti proizvoda

	HRK	EUR
Iznos kredita ovisno o valuti:	**Bez hipoteke** od 15.000,00 do 225.000,00 **Uz hipoteku:** **za stambenu namjenu** od 110.000,00 do 2.000.000,00 kuna	**Bez hipoteke** od 2.000,00 do 30.000,00 eura **Uz hipoteku:** **za stambenu namjenu** od 15.000,00 do 500.000,00 eura
Kamatna stopa:	**Fiksna kamatna stopa** 3,90% **Promjenjiva kamatna stopa** 3,17% vezana uz 6M NRS2 za kune **Kombinacija (samo uz hipoteku)** fiksna prvih 7 godina otplate 3,10% promjenjiva od 8. do 30. god. 3,27% vezana uz 6M NRS2 za kune	**Fiksna kamatna stopa** 3,95% **Promjenjiva kamatna stopa** 2,60% vezana uz 6M NRS1 za eure **Kombinacija (samo uz hipoteku)** fiksna prvih 7 godina otplate 2,70% promjenjiva od 8. do 30. god. 2,70% vezana uz 6M NRS1 za eure
Objašnjenje vrsta kamatnih stopa:	**Fiksna kamatna stopa** nepromjenjiva tijekom cijelog roka otplate kredita **Promjenjiva kamatna stopa** promjenjiva tijekom cijelog roka otplate kredita **Kombinacija** fiksne kamatne stope za određeno razdoblje i promjenjive kamatne stope za preostalo razdoblje otplate	
Rok povrata:	od 3 do 10 godina za kredite bez hipoteke od 3 do 30 godina za kredite uz hipoteku (kombinirana kamatna stopa s rokom otplate od 10 do 30 godina) (fiksna kamatna stopa u kunama s rokom otplate do 10 godina)	

Bez naknade za obradu kredita i bez troška procjene nekretnine

ERSTE Bank

#vjerujusebe

Rizik promjenjive kamatne stope

Promjenjiva kamatna stopa sastoji se od fiksnog i promjenjivog dijela pri čemu fiksni dio podrazumijeva ugovoreni broj postotnih bodova koji se ne mijenja za cijelo vrijeme otplate kredita dok promjenjivi dio predstavlja tržišni parametar odnosno referentu kamatnu stopu - 6M NRS1 za eure, odnosno 6M NRS2 za kune. Ugovaranje promjenjive kamatne stope izlaže klijenta riziku promjene kamatne stopa, što može utjecati na izmjenu novčanih tijekova po određenom kreditu (njihovo povećanje ili smanjenje).

Npr. rast referentne kamatne stope (npr. NRS1,NRS2) uz koju je vezana kamatna stopa po ugovorenom kreditu može utjecati na rast mjesečne vrijednosti anuiteta i utjecati na financijski položaj potrošača i sposobnost otplate kredita, ali i obrnuto (njenim smanjenjem smanjit će se iznos anuiteta). Vjerojatnost promjene kamatne stope je veća što je duže ugovoreno razdoblje.

Rizik promjene tečaja

Krediti koji se odobravaju uz valutnu klauzulu u eurima isplaćuju se po srednjem tečaju Hrvatske narodne banke (dalje: HNB) na dan isplate kredita odnosno na dan isplate svake pojedine tranše. Redovne mjesečne obveze plaćaju se u kunama po srednjem tečaju HNB-a za eure na dan transakcije.

Valutna klauzula je ugovorna odredba kojom se ugovorne obveze svake strane (glavnica, kamate, druge obveze) izražavaju u kunskoj protuvrijednosti strane valute po unaprijed ugovorenom tečaju. Ugovaranjem valutne klauzule ugovorne strane preuzimaju valutni rizik s obzirom da njeno ugovaranje utječe na njihov financijski položaj jer se kunska protuvrijednost očekivanog novčanog tijeka (anuiteti po kreditu, prinosi po osnovi kamate i sl.) mijenja u ovisnosti o kretanju tečaja valute u kojoj je ugovorena valutna klauzula.

Slijedom navedenog, a u situacijama gdje mjesečne obveze po kreditima predstavljaju značajnije izdatke za potrošače/klijente, uslijed rasta tečaja valute kredita, klijent-ove obveze će se povećati što za posljedicu može imati poteškoće u otplati kredita a zbog čega može doći do otkaza ugovora i naplate duga prisilnim putem zbog čega mogu nastupiti neželjene posljedice po klijenta (trajni gubitak prihoda, nekretnina i druge vrijedne imovine). Važno je razumjeti da nije moguće izvjesno i sigurno predvidjeti promjene tečaja te na svakoj ugovornoj strani leži odgovornost da procijeni svoj vlastiti interes i vlastitu sposobnost prihvaćanja takvog rizika. Kod kredita u kunama, rizik promjene tečaja ne postoji.

Otplata kredita

Otplata kredita može biti ugovorena u mjesečnim anuitetima i ratama. Točan broj i iznos mjesečnih obroka, anuiteta ili rata ovisi o ugovorenim elementima ugovora o kreditu kao što su kamatna stopa i rok otplate.

Prilikom podnošenja kreditnog zahtjeva klijent može ugovoriti i mogućnost prijevremene otplate (djelomično ili u cijelosti) dodatnim uplatama, bez naplate naknade za prijevremeni povrat te bez dodatnih troškova (primjerice troška javnog bilježnika). Nakon ugovaranja ove pogodnosti dodatnim uplatama (u iznosu od barem 2 anuiteta) glavnica se automatski smanjuje, bez dolaska u banku, a informaciju o novom iznosu glavnice i anuiteta dobivate poštom

Prijevremena otplata kredita

Klijent u svakom trenutku može podnijeti pisani zahtjev za prijevremenu otplatu kredita, djelomično ili u cijelosti, bez naplate naknade za prijevremeni povrat kredita.

Način korištenja kredita

Namjenski za:

- kupnju stambenog prostora (kuća/stan za stanovanje i/ili odmor)

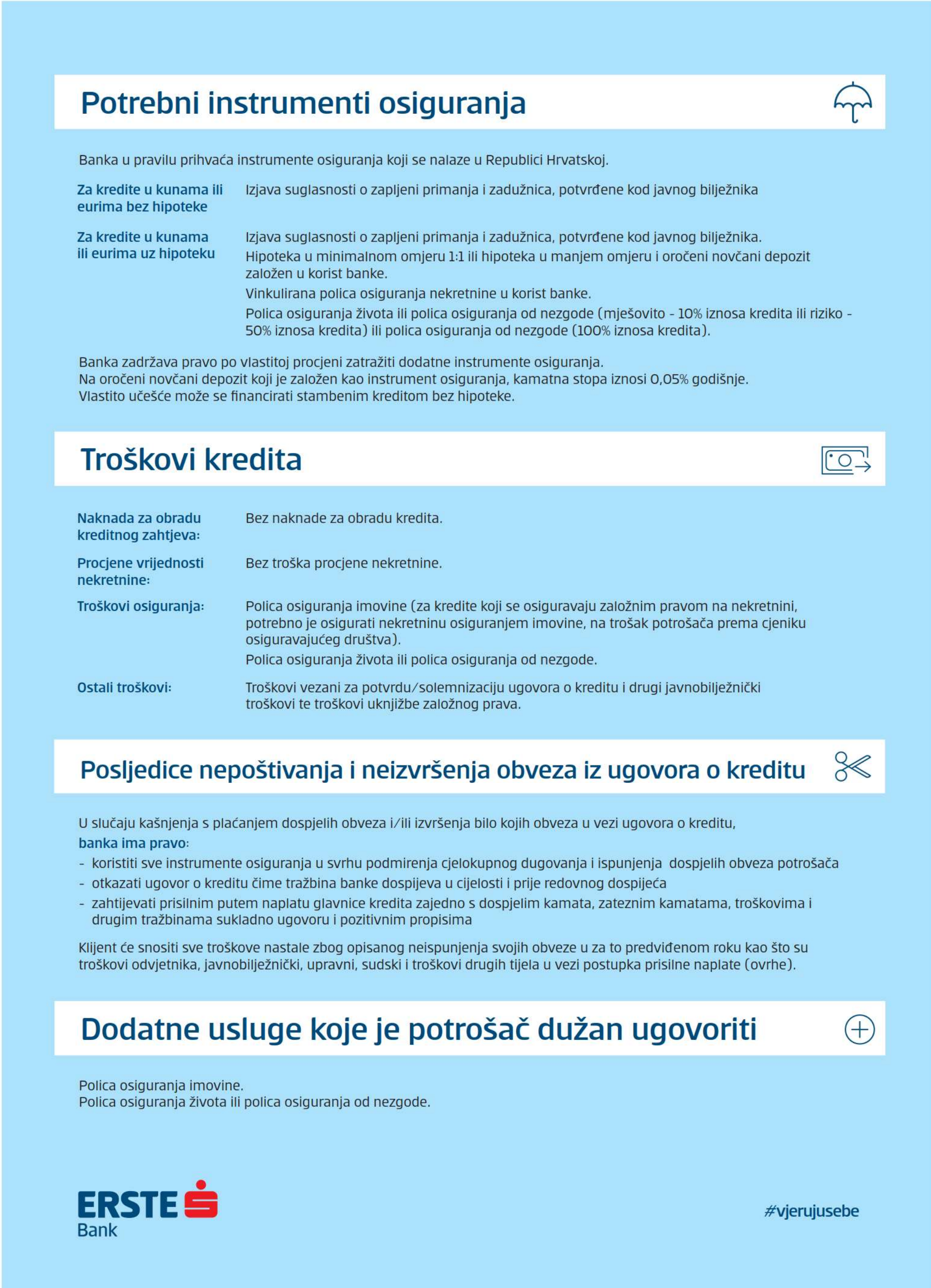
ERSTE Bank

#vjerujusebe

Pravo na odustanak od ugovora o kreditu

Korisnik kredita može odustati od ugovora o kreditu, bez navođenja razloga samo ako u roku od 14 dana od dana sklapanja ugovora o tome u pisanom obliku obavijesti Erste banku.

Ako korisnik kredita ostvari svoje pravo na odustanak od ugovora o kreditu, a Erste banka mu je već isplatila sredstva, korisnik kredita je u obvezi, u roku od 30 dana od dana obavještavanja banke o odustanku od ugovora o kreditu, vratiti banci sva isplaćena sredstva, uvećana za ugovornu kamatu koja teče na iznos isplaćenih sredstava od dana isplate sredstava korisniku kredita pa do dana povrata.



Potrebni instrumenti osiguranja

Banka u pravilu prihvaća instrumente osiguranja koji se nalaze u Republici Hrvatskoj.

Za kredite u kunama ili eurima bez hipoteke	Izjava suglasnosti o zapljeni primanja i zadužnica, potvrđene kod javnog bilježnika
Za kredite u kunama ili eurima uz hipoteku	Izjava suglasnosti o zapljeni primanja i zadužnica, potvrđene kod javnog bilježnika. Hipoteka u minimalnom omjeru 1:1 ili hipoteka u manjem omjeru i oročeni novčani depozit založen u korist banke. Vinkulirana polica osiguranja nekretnine u korist banke. Polica osiguranja života ili polica osiguranja od nezgode (mješovito - 10% iznosa kredita ili riziko - 50% iznosa kredita) ili polica osiguranja od nezgode (100% iznosa kredita).

Banka zadržava pravo po vlastitoj procjeni zatražiti dodatne instrumente osiguranja.
Na oročeni novčani depozit koji je založen kao instrument osiguranja, kamatna stopa iznosi 0,05% godišnje.
Vlastito učešće može se financirati stambenim kreditom bez hipoteke.

Troškovi kredita

Naknada za obradu kreditnog zahtjeva:	Bez naknade za obradu kredita.
Procjene vrijednosti nekretnine:	Bez troška procjene nekretnine.
Troškovi osiguranja:	Polica osiguranja imovine (za kredite koji se osiguravaju založnim pravom na nekretnini, potrebno je osigurati nekretninu osiguranjem imovine, na trošak potrošača prema cjeniku osiguravajućeg društva). Polica osiguranja života ili polica osiguranja od nezgode.
Ostali troškovi:	Troškovi vezani za potvrdu/solemnizaciju ugovora o kreditu i drugi javnobilježnički troškovi te troškovi uknjižbe založnog prava.

Posljedice nepoštivanja i neizvršenja obveza iz ugovora o kreditu

U slučaju kašnjenja s plaćanjem dospjelih obveza i/ili izvršenja bilo kojih obveza u vezi ugovora o kreditu,
banka ima pravo:
- koristiti sve instrumente osiguranja u svrhu podmirenja cjelokupnog dugovanja i ispunjenja dospjelih obveza potrošača
- otkazati ugovor o kreditu čime tražbina banke dospijeva u cijelosti i prije redovnog dospijeća
- zahtijevati prisilnim putem naplatu glavnice kredita zajedno s dospjelim kamata, zateznim kamatama, troškovima i drugim tražbinama sukladno ugovoru i pozitivnim propisima

Klijent će snositi sve troškove nastale zbog opisanog neispunjenja svojih obveze u za to predviđenom roku kao što su troškovi odvjetnika, javnobilježnički, upravni, sudski i troškovi drugih tijela u vezi postupka prisilne naplate (ovrhe).

Dodatne usluge koje je potrošač dužan ugovoriti

Polica osiguranja imovine.
Polica osiguranja života ili polica osiguranja od nezgode.

ERSTE Bank

#vjerujusebe

Slika 4.1: Opće informacije o stambenom kreditu Erste banke

Napomena 4.2. *Prema Zakonu o potrošačkom kreditiranju [14, Članak 11.b] vrijedi:*

1) ***Maksimalna dopuštena kamatna stopa na stambene kredite s ugovorenom promjenjivom kamatnom stopom***

   a) *u kunama bez valutne klauzule,*

   b) *u EUR i u kunama s valutnom klauzulom u EUR,*

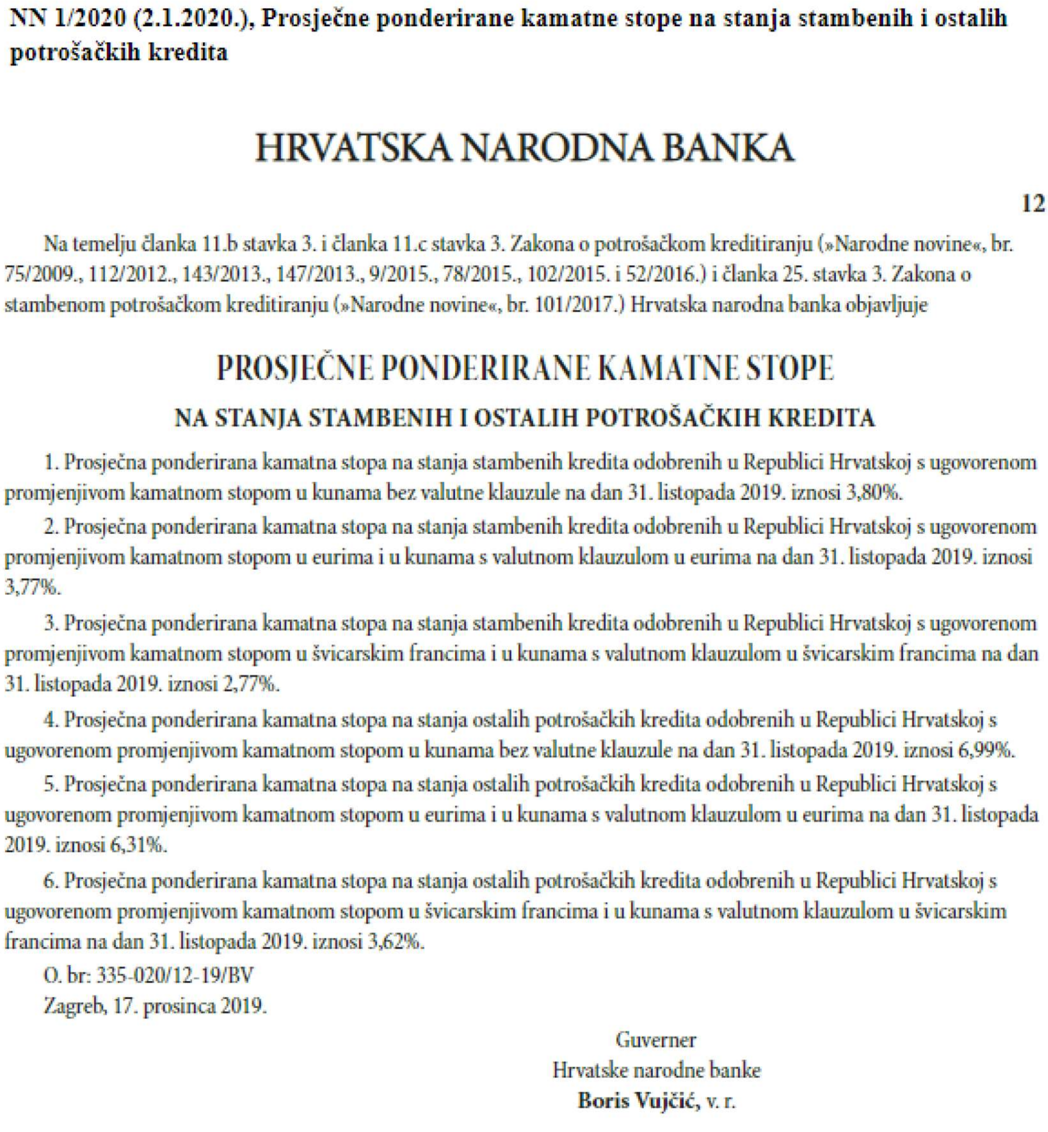
   c) *u CHF i u kunama s valutnom klauzulom u CHF*

   ne smije biti viša od prosječne ponderirane kamatne stope na stanja takvih kredita odobrenih u Republici Hrvatskoj, određene za svaku od valuta, uvećane za $\frac{1}{3}$.

2) *Maksimalna dopuštena kamatna stopa na stambene potrošačke kredite koji nisu obuhvaćeni stavkom 1. ovoga članka ne smije biti viša od najniže prosječne ponderirane kamatne stope na stanja stambenih kredita odobrenih u Republici Hrvatskoj, određenih za svaku od valuta, uvećane za $\frac{1}{3}$.*

Prema Zakonu o potrošačkom kreditiranju [14, Članak 20.a] vrijedi:
***Maksimalna efektivna kamatna stopa za stambene kredite** u skladu s ovim Zakonom jednaka je stopi zakonskih zateznih kamata. (Zatezna kamatna stopa je kamatna stopa koja se primjenjuje kada dužnik zakasni s ispunjenjem novčane obveze i utvrđuje se sukladno Zakonu o obveznim odnosima, vidi [13].)*

Prosječne ponderirane kamatne stope prema podacima dostupnim na dan 31. listopada Hrvatska narodna banka dužna je objaviti u "Narodnim novinama" 1. siječnja, a podatke dostupne na dan 30. travnja dužna je objaviti 1. srpnja.
Na sljedećoj slici pogledajmo prosječne kamatne stope objavljene u Narodnim novinama 1. siječnja 2020. godine.



NN 1/2020 (2.1.2020.), Prosječne ponderirane kamatne stope na stanja stambenih i ostalih potrošačkih kredita

HRVATSKA NARODNA BANKA

12

Na temelju članka 11.b stavka 3. i članka 11.c stavka 3. Zakona o potrošačkom kreditiranju (»Narodne novine«, br. 75/2009., 112/2012., 143/2013., 147/2013., 9/2015., 78/2015., 102/2015. i 52/2016.) i članka 25. stavka 3. Zakona o stambenom potrošačkom kreditiranju (»Narodne novine«, br. 101/2017.) Hrvatska narodna banka objavljuje

PROSJEČNE PONDERIRANE KAMATNE STOPE
NA STANJA STAMBENIH I OSTALIH POTROŠAČKIH KREDITA

1. Prosječna ponderirana kamatna stopa na stanja stambenih kredita odobrenih u Republici Hrvatskoj s ugovorenom promjenjivom kamatnom stopom u kunama bez valutne klauzule na dan 31. listopada 2019. iznosi 3,80%.

2. Prosječna ponderirana kamatna stopa na stanja stambenih kredita odobrenih u Republici Hrvatskoj s ugovorenom promjenjivom kamatnom stopom u eurima i u kunama s valutnom klauzulom u eurima na dan 31. listopada 2019. iznosi 3,77%.

3. Prosječna ponderirana kamatna stopa na stanja stambenih kredita odobrenih u Republici Hrvatskoj s ugovorenom promjenjivom kamatnom stopom u švicarskim francima i u kunama s valutnom klauzulom u švicarskim francima na dan 31. listopada 2019. iznosi 2,77%.

4. Prosječna ponderirana kamatna stopa na stanja ostalih potrošačkih kredita odobrenih u Republici Hrvatskoj s ugovorenom promjenjivom kamatnom stopom u kunama bez valutne klauzule na dan 31. listopada 2019. iznosi 6,99%.

5. Prosječna ponderirana kamatna stopa na stanja ostalih potrošačkih kredita odobrenih u Republici Hrvatskoj s ugovorenom promjenjivom kamatnom stopom u eurima i u kunama s valutnom klauzulom u eurima na dan 31. listopada 2019. iznosi 6,31%.

6. Prosječna ponderirana kamatna stopa na stanja ostalih potrošačkih kredita odobrenih u Republici Hrvatskoj s ugovorenom promjenjivom kamatnom stopom u švicarskim francima i u kunama s valutnom klauzulom u švicarskim francima na dan 31. listopada 2019. iznosi 3,62%.

O. br: 335-020/12-19/BV
Zagreb, 17. prosinca 2019.

Guverner
Hrvatske narodne banke
Boris Vujčić, v. r.

Slika 4.2: Prosječne ponderirane kamatne stope stambenih i ostalih potrošačkih kredita

Primjer 4.1. Klijent se odlučio za stambeni kredit za adaptaciju u Erste banci. Iznos kredita je 50 000 HRK. Rok otplate kredita je 5 godina. Kredit se otplaćuje u mjesečnim anuitetima. Kamatna stopa je fiksna za cijeli period otplate. Za izračun je korišten online kreditni kalkulator Erste banke.

Mjesečni anuitet: 909.59 HRK
Nominalna kamatna stopa: 3.50%
Efektivna kamatna stopa: 3.56%
Ukupne kamate: 4575.23 HRK

Otplatni plan izgleda ovako:

	Datum dospijeća	Isplata kredita	Otplatni obrok	Otplatna kvota	Uplata kamate	Druge uplate	Stanje kredita
0.	01.02.2020.	50.000,00 HRK				0,00 HRK	
1.	01.03.2020.		909,59 HRK	763,75 HRK	145,83 HRK		49.236,25 HRK
2.	01.04.2020.		909,59 HRK	765,98 HRK	143,61 HRK		48.470,26 HRK
3.	01.05.2020.		909,59 HRK	768,22 HRK	141,37 HRK		47.702,05 HRK
4.	01.06.2020.		909,59 HRK	770,46 HRK	139,13 HRK		46.931,59 HRK
5.	01.07.2020.		909,59 HRK	772,70 HRK	136,88 HRK		46.158,89 HRK
6.	01.08.2020.		909,59 HRK	774,96 HRK	134,63 HRK		45.383,93 HRK
7.	01.09.2020.		909,59 HRK	777,22 HRK	132,37 HRK		44.606,71 HRK
8.	01.10.2020.		909,59 HRK	779,48 HRK	130,10 HRK		43.827,23 HRK
9.	01.11.2020.		909,59 HRK	781,76 HRK	127,83 HRK		43.045,47 HRK
10.	01.12.2020.		909,59 HRK	784,04 HRK	125,55 HRK		42.261,43 HRK
11.	01.01.2021.		909,59 HRK	786,32 HRK	123,26 HRK		41.475,11 HRK
12.	01.02.2021.		909,59 HRK	788,62 HRK	120,97 HRK		40.686,49 HRK
13.	01.03.2021.		909,59 HRK	790,92 HRK	118,67 HRK		39.895,57 HRK
14.	01.04.2021.		909,59 HRK	793,23 HRK	116,36 HRK		39.102,35 HRK

15.	01.05.2021.		909,59 HRK	795,54 HRK	114,05 HRK		38.306,81 HRK
16.	01.06.2021.		909,59 HRK	797,86 HRK	111,73 HRK		37.508,95 HRK
17.	01.07.2021.		909,59 HRK	800,19 HRK	109,40 HRK		36.708,76 HRK
18.	01.08.2021.		909,59 HRK	802,52 HRK	107,07 HRK		35.906,24 HRK
19.	01.09.2021.		909,59 HRK	804,86 HRK	104,73 HRK		35.101,38 HRK
20.	01.10.2021.		909,59 HRK	807,21 HRK	102,38 HRK		34.294,18 HRK
21.	01.11.2021.		909,59 HRK	809,56 HRK	100,02 HRK		33.484,61 HRK
22.	01.12.2021.		909,59 HRK	811,92 HRK	97,66 HRK		32.672,69 HRK
23.	01.01.2022.		909,59 HRK	814,29 HRK	95,30 HRK		31.858,40 HRK
24.	01.02.2022.		909,59 HRK	816,67 HRK	92,92 HRK		31.041,73 HRK
25.	01.03.2022.		909,59 HRK	819,05 HRK	90,54 HRK		30.222,68 HRK
26.	01.04.2022.		909,59 HRK	821,44 HRK	88,15 HRK		29.401,24 HRK
27.	01.05.2022.		909,59 HRK	823,83 HRK	85,75 HRK		28.577,41 HRK
28.	01.06.2022.		909,59 HRK	826,24 HRK	83,35 HRK		27.751,17 HRK
29.	01.07.2022.		909,59 HRK	828,65 HRK	80,94 HRK		26.922,53 HRK
30.	01.08.2022.		909,59 HRK	831,06 HRK	78,52 HRK		26.091,46 HRK

31.	01.09.2022.		909,59 HRK	833,49 HRK	76,10 HRK		25.257,98 HRK
32.	01.10.2022.		909,59 HRK	835,92 HRK	73,67 HRK		24.422,06 HRK
33.	01.11.2022.		909,59 HRK	838,36 HRK	71,23 HRK		23.583,70 HRK
34.	01.12.2022.		909,59 HRK	840,80 HRK	68,79 HRK		22.742,90 HRK
35.	01.01.2023.		909,59 HRK	843,25 HRK	66,33 HRK		21.899,65 HRK
36.	01.02.2023.		909,59 HRK	845,71 HRK	63,87 HRK		21.053,93 HRK
37.	01.03.2023.		909,59 HRK	848,18 HRK	61,41 HRK		20.205,75 HRK
38.	01.04.2023.		909,59 HRK	850,65 HRK	58,93 HRK		19.355,10 HRK
39.	01.05.2023.		909,59 HRK	853,13 HRK	56,45 HRK		18.501,97 HRK
40.	01.06.2023.		909,59 HRK	855,62 HRK	53,96 HRK		17.646,34 HRK
41.	01.07.2023.		909,59 HRK	858,12 HRK	51,47 HRK		16.788,22 HRK
42.	01.08.2023.		909,59 HRK	860,62 HRK	48,97 HRK		15.927,60 HRK
43.	01.09.2023.		909,59 HRK	863,13 HRK	46,46 HRK		15.064,47 HRK
44.	01.10.2023.		909,59 HRK	865,65 HRK	43,94 HRK		14.198,82 HRK
45.	01.11.2023.		909,59 HRK	868,17 HRK	41,41 HRK		13.330,65 HRK
46.	01.12.2023.		909,59 HRK	870,71 HRK	38,88 HRK		12.459,94 HRK

47.	01.01.2024.		909,59 HRK	873,25 HRK	36,34 HRK		11.586,69 HRK
48.	01.02.2024.		909,59 HRK	875,79 HRK	33,79 HRK		10.710,90 HRK
49.	01.03.2024.		909,59 HRK	878,35 HRK	31,24 HRK		9.832,55 HRK
50.	01.04.2024.		909,59 HRK	880,91 HRK	28,68 HRK		8.951,65 HRK
51.	01.05.2024.		909,59 HRK	883,48 HRK	26,11 HRK		8.068,17 HRK
52.	01.06.2024.		909,59 HRK	886,06 HRK	23,53 HRK		7.182,11 HRK
53.	01.07.2024.		909,59 HRK	888,64 HRK	20,95 HRK		6.293,47 HRK
54.	01.08.2024.		909,59 HRK	891,23 HRK	18,36 HRK		5.402,24 HRK
55.	01.09.2024.		909,59 HRK	893,83 HRK	15,76 HRK		4.508,41 HRK
56.	01.10.2024.		909,59 HRK	896,44 HRK	13,15 HRK		3.611,97 HRK
57.	01.11.2024.		909,59 HRK	899,05 HRK	10,53 HRK		2.712,92 HRK
58.	01.12.2024.		909,59 HRK	901,67 HRK	7,91 HRK		1.811,25 HRK
59.	01.01.2025.		909,59 HRK	904,30 HRK	5,28 HRK		906,94 HRK
60.	01.02.2025.		909,59 HRK	906,94 HRK	2,65 HRK		0,00 HRK

Slika 4.3: Otplatni plan

4.3 Lombardni kredit

Lombardni kredit spada također u vrlo stare kreditne poslove. Temelj ovog kreditnog posla je zalog realnih pokretnih vrijednosti. Osnovicu za ovaj kreditni posao čini tržišna vrijednost založene stvari. Zbog zaštite interesa vjerovnika iznos kredita je uvijek niži od te tržišne vrijednosti zaloga. Prednost ovih kredita je u tome da njihov tražitelj ostaje vlasnik nad založenom stvari i što se odobravaju bez izračuna kreditne sposobnosti. Lombardni kredit nenamjenski je gotovinski kredit koji omogućuje isplatu gotovinskih sredstava uz istovremeno ostvarivanje prinosa u obliku kamata ili rasta vrijednosti. U slučaju ne vraćanja kredita vjerovnik prodaje založene stvari putem licitacije i iz ostvarene prodajne cijene podmiruje svoja potraživanja. Ukoliko se prodajom ostvari veća cijena od odobrenog kredita, taj iznos pripada dužniku, odnosno vlasniku založene stvari.

Na temelju proučavanja općih informacija o lombardnim kreditima od nekoliko banaka, u nastavku ćemo istaknuti okvirno što se u praksi u bankama najčešće nudi glede ove vrste kredita.

Opis glavnih značajki

Vrsta kredita:

- lombardni kredit uz oročeni depozit
- lombardni kredit uz stambenu štednju
- lombardni kredit na temelju udjela u investicijskom fondu

- lombardni kredit uz policu osiguranja
- lombardni kredit na temelju zaloga vrijednosnih papira

  **najčešći su lombardni krediti uz oročeni depozit i uz policu osiguranja života*

Valuta:

- lombardni kredit u kunama
- lombardni kredit uz valutnu klauzulu u EUR

Korisnici: Fizičke osobe (potrošači) s prebivalištem u Republici Hrvatskoj, vlasnici nenamjenski oročenih depozita i police osiguranja života. Minimalna dob podnositelja zahtjeva je 18 godina.

Namjena: nenamjenski kredit

Iznos:

- do 95% iznosa glavnice depozita
- do 85% iznosa otkupne vrijedosti police osiguranja života

Rok otplate:

- do 10 godina

  **navedeni podaci su prosječni, rokovi otplate se razlikuju od banke do banke*

Rok oročavanja depozita:

- depozit se najčešće oročava na mjesec dana duži rok od datuma dospijeća zadnjeg anuiteta po kreditu

Kamatna stopa:

- **fiksna kamatna stopa**: nepromjenjiva tijekom cijelog roka otplate kredita
- kamatna stopa na kredit je viša od kamatne stope ugovorene na garantni depozit

Metoda obračuna kamatne stope:

- dekurzivno proporcionalna metoda obračuna kod kredita uz policu osiguranja života
- konformna metoda obračuna kod kredita uz oročeni depozit

Instrumenti osiguranja:

- založno pravo na oročeni depozit
- zadužnica korisnika kredita potvrđena kod javnog bilježnika i založno pravo na polici osiguranja života

Način korištenja kredita:

- gotovinskom isplatom na transakcijski račun korisnika kredita otvorenog u banci
- gotovinskom isplatom na transakcijski tekući račun u drugoj banci

Otplata kredita:

- jednakim mjesečnim anuitetima ili u mjesečnim ratama
- jednokratnom otplatom glavnice kredita po dospijeću kredita, uz obvezno mjesečno plaćanje kamate

Prijevremena otplata kredita:

- korisnik kredita ima pravo u svakom trenutku izvršiti prijevremenu djelomičnu ili konačnu otplatu kredita
- za prijevremenu djelomičnu ili konačnu otplatu kredita ne plaća se naknada
- za prijevremenu otplatu korisnik kredita podnosi pisani zahtjev

Rizici:

- **rizik promjene tečaja**
- **rizik gubitka posla ili dijela prihoda**

Troškovi kredita:

- **naknada za obradu**: najčešće 0.5% od iznosa kredita s tim da je određen maksimalan mogući iznos naknade
- **ostali troškovi**: troškovi vezani za ovjeru ugovora o kreditu i zadužnice kod javnog bilježnika

Pravo na odustanak od ugovora o kreditu:

- korisnik kredita može odustati od ugovora o kreditu u roku od 14 dana od dana sklapanja ugovora bez navođenja razloga, ali o tome treba, u pisanom obliku, obavijestiti banku

Valja napomenuti da se uvjeti pod kojima se izdaje lombardni kredit razlikuju od banke od banke, stoga, za svaku pojedinu banku, opće informacije o lombardnom kreditu možemo pronaći na njezinoj službenoj stranici. Primjera radi, pogledajmo kako izgledaju opće informacije o lombardnom kreditu u Privrednoj banci Zagreb.

PRIVREDNA BANKA ZAGREB

OPĆE INFORMACIJE O LOMBARDNOM KREDITU

1. Informacije o kreditnoj instituciji		
Naziv kreditne institucije	Privredna banka Zagreb d.d.	
Adresa **Broj telefona** **Elektronička adresa** **Broj telefaksa** **Internetska stranica**	Radnička cesta 50, Zagreb 01 636 0000 pbz@pbz.hr 01 636 0063 www.pbz.hr	
2. Tijelo nadležno za nadzor kreditne institucije		
Naziv tijela	Hrvatska narodna banka	
Adresa **Internetska stranica**	Trg hrvatskih velikana 3, Zagreb www.hnb.hr	
3. Opis glavnih značajki proizvoda		
Vrsta kredita	Lombardni kredit.	
Valuta	Kredit se odobrava u kunama ili uz valutnu klauzulu u EUR.	
Korisnici kredita	Fizičke osobe (rezidenti*), vlasnici nenamjenski oročenih depozita, i police osiguranja života. *Sukladno Zakonu o deviznom poslovanju rezidentima se smatraju fizičke osobe s prebivalištem u Republici Hrvatskoj ili fizičke osobe koje u Republici Hrvatskoj borave na osnovi važeće dozvole boravka u trajanju najmanje 183 dana, osim diplomatskih i konzularnih predstavnika stranih zemalja te članova njihovih obitelji.	
Namjena kredita	Nenamjenski kredit.	
Iznos kredita	Od 10.000 HRK /1.500,00 EUR do 95% iznosa glavnice depozita, odnosno do 85% otkupne vrijednosti police osiguranja života	
Rok otplate	Od 18 do 60 mjeseci.	
	Uz oročeni depozit	**Uz policu osiguranja života**
	Kamatna stopa je fiksna i sastoji se od kamatne stope na depozit važeće u trenutku realizacije kredita uvećane za 1,50 p.p.	2,50% godišnje, fiksno (EKS 3,13%) EKS je izračunat na iznos kredita u visini 15.000,00 EUR, maksimalni rok otplate, naknadu 75,00 EUR te uz otkupnu vrijednost police osiguranja života u visini kredita.
	Točan izračun EKS klijent će dobiti u obrascu prethodnih informacija, koji će mu se uručiti prije potpisivanja ugovora.	
Metoda obračuna kamatne stope	**Dekurzivno proporcionalna metoda obračuna kod kredita uz policu osiguranja života te konformna metoda obračuna kod kredita uz oročeni depozit.**	
Instrumenti osiguranja	Založno pravo na oročeni depozit.	Zadužnica Korisnika kredita potvrđena (solemnizirana) kod javnog bilježnika i založno pravo na polici osiguranja života.
Način korištenja kredita	Kredit se koristi gotovinskom isplatom na transakcijski račun korisnika kredita otvorenog u Banci ili na transakcijski tekući račun u drugoj banci.	
Dodatne usluge	Banka prihvaća policu osiguranja koja ispunjava propisane uvjete izdanu od osiguravajućih društava odobrenih od HANFA-e i navedenih u nastavku: ADRIATIC OSIGURANJE d.d., AGRAM LIFE osiguranje d.d., ALLIANZ ZAGREB d.d., CROATIA osiguranje d.d., ERGO osiguranje d.d., ERGO životno osiguranje d.d., EUROHERC osiguranje d.d., GENERALI OSIGURANJE d.d., GRAWE Hrvatska d.d., HOK - OSIGURANJE d.d., Hrvatsko kreditno osiguranje d.d., IZVOR OSIGURANJE d.d., MERKUR OSIGURANJE d.d., OTP osiguranje d.d., TRIGLAV OSIGURANJE d.d., UNIQA osiguranje d.d., Wiener osiguranje Vienna Insurance Group d.d., Wüstenrot životno osiguranje d.d. **Informativni izračun troškova premija polica osiguranja s osiguravateljima s kojima Banka ima sklopljen ugovor o zastupanju u prodaji osiguranja možete dobiti prilikom prvog informativnog razgovora s osobnim bankarom / menadžerom za odnose s klijentima.**	
Otplata kredita	Jednakim mjesečnim anuitetima ili u mjesečnim ratama ili s jednokratnom otplatom glavnice kredita po dospijeću kredita, uz obvezno mjesečno plaćanje kamate.	
4. Troškovi kredita		
Naknada za obradu kreditnog zahtjeva	0,50% od iznosa kredita. Maksimalni iznos naknade je 900,00 HRK.	
Naknada za prijevremenu otplatu kredita	Bez naknade za prijevremenu djelomičnu ili definitivnu otplatu kredita.	
Ostali troškovi	Ugovor o kreditu se ovjerava kod javnog bilježnika. Solemnizacija Zadužnice.	
5. Rizici		
Tečajni (valutni)	Tečaj se formira pod utjecajem ponude i potražnje na financijskom tržištu. Radi konstantnog mijenjanja tečaja i varijabli koje utječu na iste postoji tečajni rizik. Tečajni rizik predstavlja neizvjesnost vrijednosti domaće valute u odnosu na vrijednost strane valute radi promjene deviznog tečaja. Promjena tečaja može realno smanjiti ili uvećati odnos vrijednosti dviju valuta, a samim time i iznos ugovorene veličine obveza. Stoga je moguća promjena iznosa ugovorne obveze u kunama nastala uslijed promjene tečaja.	
Rizik gubitka posla ili dijela prihoda	Osim rizika povezanog s promjenom tečaja postoji rizik vezano za otplatu kredita uslijed mogućeg gubitka prihoda ili dijela prihoda (gubitak zaposlenja, smanjenja osobnog dohotka i sl.)	

PBZ je član grupe INTESA SANPAOLO

Moguće posljedice neispunjavanja ugovornih obveza	U slučaju da Klijent ne ispunjava preuzete ugovorne obveze, bilo zbog gubitka prihoda ili nekog drugog razloga, Banka prije otkazivanja ugovora poduzima mjere naplate dospjelih neplaćenih tražbina što uključuje, ali se ne ograničava na slanje obavijesti i opomena, aktiviranje ugovorenih instrumenata osiguranja (zadužnica, isprava o zapljeni primanja, mjenice i dr.), što u konačnici može rezultirati pokretanjem ovršnog/javnobilježničkog postupka te prodajom založene nekretnine i dr. Za izostale odnosno zakašnjele uplate Banka će obračunavati i naplaćivati zakonsku zateznu kamatu, koja je promjenjiva u skladu s propisima. Stopa zateznih kamata se određuje za svako polugodište, uvećanjem prosječne kamatne stope na stanja kredita odobrenih na razdoblje dulje od godine dana nefinancijskim trgovačkim društvima izračunate za referentno razdoblje koje prethodi tekućem polugodištu, za tri postotna poena i koja na dan izrade ovih Općih informacija iznosi 6,11%, godišnje. Prosječnu kamatnu stopu za referentno razdoblje objavljuje Hrvatska narodna banka svakog 1. siječnja (obuhvaća razdoblje od 1. svibnja do 31. listopada) i 1. srpnja (obuhvaća razdoblje od 1. studenoga do 30. travnja) u Narodnim novinama. U slučaju otkaza ugovora o kreditu i/ili pokretanja postupka prisilne naplate za korisnika kredita može nastati i stvarni trošak koji može biti: trošak pokretanja i vođenja postupka prisilne naplate kod javnog bilježnika, sudova ili Financijske agencije (odvjetnički i javnobilježnički troškovi nastali u ovršnom i/ili parničnom postupku, predujmovi, uključivo nagrade i naknade obračunate sukladno pripadajućim tarifama, sudske pristojbe), trošak dostave pravomoćnih rješenja o ovrsi i drugih osnova za plaćanje Financijskoj agenciji, trošak pristojbi u svrhu provjere statusa osiguranika pri HZMO-u i drugim registrima, trošak provjere prebivališta kao i trošak provjere imovine kod sudova, pravnih osoba i drugih nadležnih tijela sukladno odredbama iz Ovršnog zakona koji vode odgovarajuće upisnike ili registre, kao i drugi troškovi nastali tijekom naplate tražbina a čija vrsta i visina je određena propisom ovisno o vrsti postupka, odnosno odgovarajućom sudskom odlukom, eventualni parnički troškovi.
6. Dodatne informacije	
Zaštita potrošača	Klijent može zatražiti besplatni savjet u Savjetovalištima za zaštitu potrošača u Republici Hrvatskoj. Popis Savjetovališta je dostupan je na internet stranicama Ministarstva gospodarstva, poduzetništva i obrta RH.
7. Prava ugovornih strana prije i/ili nakon sklapanja ugovora o kreditu	
Korisnik kredita	Korisnik kredita ima pravo u roku od 14 dana odustati od ugovora o kreditu bez navođenja razloga. Rok od 14 dana počinje teći od dana sklapanja ugovora o kreditu ili od dana primitka od Banke uvjeta i informacija koje prethode sklapanju ugovora o kreditu. Prilikom odustanka Korisnik kredita je dužan u cilju valjanosti odustanka, a prije isteka roka od 14 dana obavijestiti o tome Banku. Korisnik kredita je dužan obavijest dostaviti Banci pisanim putem ili na nekom drugom trajnom mediju koji je dostupan Banci odnosno platiti Banci glavnicu i kamatu na glavnicu od dana povlačenja novca na osnovi ugovora o kreditu do datuma otplate glavnice bez odgode i ne kasnije od 30 dana nakon što je Banci poslao obavijest o odustanku.
Banka	Banka zadržava pravo odbiti kreditni zahtjev Klijenta ako u trenutku podnošenja zahtjeva ili do trenutka sklapanja ugovora o kreditu ocijeni da ne želi zaključiti ugovor o kreditu, o čemu će ga bez odgađanja obavijestiti pisanim putem.
8. Prijevremena otplata	
Klijent ima pravo u cijelosti ili djelomično otplatiti kredit, sukladno odredbama Zakona o potrošačkom kreditiranju, ali je dužan unaprijed podnijeti pisani zahtjev Banci.	
9. Opći uvjeti poslovanja	
Opći uvjeti poslovanja u kreditnom poslovanju s fizičkim osobama uključujući i Opće uvjeti poslovanja Privredne banke Zagreb d.d., Zagreb, koji su u trenutku realizacije kredita na snazi podložni su promjenama te se tako promijenjeni Opći uvjeti odgovarajuće primjenjuju na kredit u otplati.	
10. Način iznošenja prigovora	
Potrošač može podnijeti pisani prigovor osobno u svim poslovnicama (ispostavama) Banke, putem pošte na adresu: Privredna banka Zagreb d.d., Mjerenje zadovoljstva klijenata i zaštita potrošača, Radnička cesta 44, HR-10000 Zagreb ili na adresu bilo koje poslovnice (ispostave) Banke, telefaksom 01/636 00 63 ili slanjem e-maila na adresu pbz365@pbz.hr Banka je dužna potrošaču izdati Potvrdu o zaprimljenom prigovoru.	
11. Rješavanje sporova	
Ako je Korisnik kredita nezadovoljan odgovorom ili rješenjem Banke na njegov uloženi prigovor, može osim nadzornom tijelu, podnijeti pritužbu ili prijedlog za mirenje Sudu časti pri Hrvatskoj gospodarskoj komori ili bilo kojem centru za mirenje u Republici Hrvatskoj odnosno pokrenuti postupak alternativnog rješavanja domaćih i prekograničnih potrošačkih sporova u skladu sa zakonom kojim se uređuje alternativno rješavanje potrošačkih sporova pri nadležnom tijelu za alternativno rješavanje potrošačkih sporova - Centar za mirenje pri Hrvatskoj gospodarskoj komori, Rooseveltov trg 2, Zagreb, e-mail: mirenje@hgk.hr, mrežna adresa: http://www.hgk.hr/centar-za-mirenje/o-centru-za-mirenje. Za sve sporove koji bi proizašli iz ovog Ugovora biti će mjerodavno hrvatsko pravo, te je u tom slučaju nadležan sud prema sjedištu Banke.	
12. Kontakt	
- besplatni info telefon:	0800 365 365
- e-mail:	pbz365@pbz.hr
- internet stranica Banke:	www.pbz.hr
- poslovnice Banke	
Datum dokumenta:	
1. siječnja 2020.	

PBZ je član grupe INTESA SANPAOLO

Slika 4.4: Opće informacije o lombardnom kreditu PBZ banke

Primjedba 4.1. Na temelju Slike 4.4. uočavamo da su glavne značajke lombardnog kredita koje smo prethodno naveli sadržane i u dokumentu "Opće informacije o lombardnom kreditu PBZ banke". Primijetimo da se mogući iznos lombardnog kredita u PBZ banci kreće se od 10 000 HRK/1500 EUR do 95% iznosa glavnice depozita, odnosno do 85% iznosa otkupne vrijednosti police osiguranja života. Rok otplate kredita je od 18 do 60 mjeseci. Maksimalni iznos naknade za obradu kreditnog zahtjeva je 900 HRK.

Napomena 4.3. *Prema Zakonu o potrošačkom kreditiranju [14, Članak 11.c] vrijedi:*

1) ***Maksimalna dopuštena kamatna stopa na ostale potrošačke kredite s ugovorenom promjenjivom kamatnom stopom*** *(osim stambenih)*

   a) u kunama bez valutne klauzule,

   b) u EUR i u kunama s valutnom klauzulom u EUR,

   c) u CHF i u kunama s valutnom klauzulom u CHF

   ne smije biti viša od prosječne ponderirane kamatne stope na stanja takvih kredita odobrenih u Republici Hrvatskoj, određene za svaku od valuta, uvećane za $\frac{1}{2}$.

2) Maksimalna dopuštena kamatna stopa na ostale potrošačke kredite koji nisu obuhvaćeni stavkom 1. ovoga članka ne smije biti viša od najniže prosječne ponderirane kamatne stope na stanja kredita iz stavka 1. ovoga članka uvećane za $\frac{1}{2}$.

Prema Zakonu o potrošačkom kreditiranju [14, Članak 20.a] vrijedi:
Maksimalna efektivna kamatna stopa za potrošačke kredite *sukladno ovome Zakonu jednaka je stopi zakonskih zateznih kamata uvećanoj za dva postotna boda.*

Literatura

[1] D. Bakić, D. Francišković, *Financijska i aktuarska matematika*, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Osijek, 2013.

[2] S. A. Broverman, *Matematics of Investment and Credit*, ACTEX Publications, Inc., Winsted, Connecticut, 5th Edition, 2010.

[3] S. A. Broverman, *Solution Manual for Matematics of Investment and Creditt - 5th edition,*, ACTEX Publication, Inc., Winsted, 2010.

[4] B. Bubalović, *Modeli otplate zajma u formi matematičkog modela*, Diplomski rad, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Osijek, 2012.

[5] M. Crnjac, D. Jukić, R. Scitovski, *Matematika*, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Osijek, 1994.

[6] B. Šego, Z. Lukač, *Financijska matematika*, Ekonomski fakultet u Zagrebu, Zagreb, 2014.

[7] A. Šegota, *Financijska matematika*, Ekonomski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka, 2012.

[8] *Kreditini kalkulator Erste banke*: https://www.erstebank.hr/hr/gradjanstvo/krediti/stambeni-krediti

[9] *Odluka o efektivnoj kamatnoj stopi*: https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/full/2017_10_105_2417.html

[10] *Službena stranica Erste banke*: https://www.erstebank.hr/hr/gradjanstvo

[11] *Službena stranica Hrvatske narodne banke*: https://www.hnb.hr/

[12] *Službena stranica Privredne banke Zagreb*: https://www.pbz.hr/gradjani

[13] *Zakon o obveznim odnosima*: https://www.zakon.hr/z/75/Zakon-o-obveznim-odnosima

[14] *Zakon o potrošačkom kreditiranju*: https://www.zakon.hr/z/517/Zakon-o-potro%C5%A1a%C4%8Dkom-kreditiranju

Modeli otplate zajma

Sažetak

U svakodnevnom životu često se susrećemo s pojmovima zajma i kredita. Zbog manjka financijskih sredstava ljudi i poduzeća posuđuju novac najčešće od banaka, ali također i od drugih financijskih institucija. Kredit je novac koji davatelj kredita (vjerovnik) daje na korištenje korisniku kredita (dužniku), sa ili bez namjene, a koji je korisnik kredita obvezan vratiti uz ugovorenu kamatu u određenom roku. U radu smo se najprije upoznali s osnovnim pojmovima kamatnog računa i načinima obračuna kamate te financijskim rentama, a zatim smo došli do zajmova. Prikazano je pet najčešćih modela otplate zajma. Također je objašnjeno što je to interkalarna kamata i konverzija zajma. U posljednjem poglavlju istražili smo kakva je praksa u poslovnim bankama glede nekih vrsta kredita te smo na taj način zaključili kako se teorija zaista primjenjuje u praksi.

Ključne riječi: zajam, kredit, kamatni račun, kamatna stopa, kamate, anticipativni obračun kamata, dekurzivni obračun kamata, financijska renta, sadašnja vrijednost, anuitet, otplatna kvota, otplata zajma, interkalarna kamata, konverzija zajma, stambeni kredit, lombardni kredit

Loan repayment models

Summary

Loans and credits are something we often encounter in our everyday lives. Due to a lack of financial resources, people and companies borrow money most often from banks, but sometimes also from other financial institutions. A loan is the sum of money that the creditor gives to the debtor, with or without a defined purpose, that the debtor must return at an interest rate over an arranged period of time. This paper first discusses terms like interest rate measurement, ways of calculating interest, and annuity certain, before moving on to the topic of loans. It gives an overview of five most common models of loan repayment, and the terms intercalary interest and loan conversion are also discussed. The last chapter discusses the way banks approach different types of loans in order to see how the theoretical notions are applied in real life.

Keywords: credit, loan, interest rate measurement, interest rate, interest, anticipative interest rate, decursive interest rate, annuity certain, current value, annuity, principal repaid, loan repayment, intercalary interest rate, loan conversion, apartment building loans, lombard credit

Životopis

Rođena sam 26. prosinca 1994. godine u Slavonskom Brodu. Osnovnu školu "Viktor Car Emin" u Donjim Andrijevcima pohađala sam u razdoblju od 2001. do 2009. godine. Nakon završene osnovne škole 2009. godine upisujem Ekonomsko - birotehničku školu u Slavonskom Brodu koju završavam 2013. godine i stječem zanimanje ekonomist. Nakon završene srednje škole, 2013. godine odlučujem upisati Preddiplomski studij matematike na Odjelu za matematiku Sveučilišta J.J. Strossmayera u Osijeku. Akademski naziv sveučilišne prvostupnice matematike stječem 2017. godine uz mentorstvo doc. dr. sc. Slobodana Jelića i završni rad "Razni načini zadavanja vjerojatnosti". Iste godine upisala sam Diplomski studij financijske matematike i statistike također na Odjelu za matematiku u Osijeku. Tijekom diplomskog studija odradila sam stručnu praksu u Privrednoj banci Zagreb d.d. u Slavonskom Brodu u Centru za poslovanje s poduzećima.