

# Neki elementi mirovinskog osiguranja

---

Šakić, Andrea

Master's thesis / Diplomski rad

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Mathematics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:126:638666>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-04**



**mathos**

Repository / Repozitorij:

[Repository of School of Applied Mathematics and Informatics](#)



Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku  
Odjel za matematiku  
Diplomski studij matematike  
Financijska matematika i statistika

**Andrea Šakić**  
**Neki elementi mirovinskog osiguranja**

Diplomski rad

Osijek, 2021.

Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku  
Odjel za matematiku  
Diplomski studij matematike  
Financijska matematika i statistika

**Andrea Šakić**  
**Neki elementi mirovinskog osiguranja**

Diplomski rad

Mentor: izv. prof. dr. sc. Tomislav Marošević

Osijek, 2021.

# Sadržaj

Uvod	1
<b>1 Općenito o sustavu mirovinskog osiguranja u Republici Hrvatskoj</b>	<b>2</b>
1.1 Pojmovno definiranje mirovinskog sustava . . . . .	2
1.2 Uloga mirovinskih sustava . . . . .	3
1.3 Povijest sustava mirovinskog osiguranja u Republici Hrvatskoj . . . . .	4
1.4 Mirovinski sustav Republike Hrvatske danas . . . . .	5
<b>2 Sustav kapitalizirane štednje</b>	<b>9</b>
<b>3 Modeli izračuna mirovine temeljeni na individualnoj kapitaliziranoj štednji</b>	<b>11</b>
3.1 Izračun individualne kapitalizirane štednje u trenutku odlaska u mirovinu . . . . .	13
3.2 Modeli izračuna pojedinačne mirovine . . . . .	14
3.2.1 Model 1.1. . . . .	14
3.2.2 Model 1.2. . . . .	15
3.2.3 Model 1.3. . . . .	17
3.3 Modeli izračuna zajedničke mirovine . . . . .	18
3.3.1 Model 2.1. . . . .	18
3.3.2 Model 2.2. . . . .	19
3.4 Primjer izračuna pojedinačne i zajedničke mirovine s obzirom na model . . . . .	21
<b>4 (Ne)održivost hrvatskog mirovinskog sustava</b>	<b>24</b>
Literatura	27
Sažetak	28
Summary	29
Životopis	30

# Uvod

Mirovinski sustavi u suvremenom dobu imaju izuzetno značajnu funkciju. Oni prvenstveno postoje radi osiguranja financijske sigurnosti starijim osobama po umirovljenju, kao i osiguranja zaposlenih u slučaju gubitka radne sposobnosti. Mirovinski sustavi postoje i radi osiguranja neopterećenosti ukupne nacionalne ekonomije financijskom sigurnošću starijih osoba te onih koji su izgubili radnu sposobnost. Mirovinski sustav se razlikuje od zemlje do zemlje. No, ono što je zajedničko velikoj većini mirovinskih sustava suvremenog doba, upravo je trenutna ili buduća neodrživost, a što se smatra posljedicom produljenja životnog vijeka tj. starenjem stanovništva.

Hrvatski mirovinski sustav također je mirovinski sustav čija je budućnost ugrožena što postojećim problemima što nadolazećim, a koji ukazuju na njegovu neodrživost. Suočen s problemom starenja stanovništva, ali i negativnim demografskim kretanjima tj. odlaskom populacije mladih iz Republike Hrvatske, hrvatski mirovinski sustav jest neodrživ. Iako je provedena reforma mirovinskog sustava, stvarni učinci po njezinom provođenju nisu polučeni. Provođenje stvarne reforme mirovinskog sustava već se godinama, moguće je reći i desetljećima, nameće kao nužnost ukoliko se budućim, ali i sadašnjim hrvatskim umirovljenicima želi osigurati primjerena starost.

Sam predmet izrade ovog rada razmatranje je nekih elemenata mirovinskog osiguranja. Problematika rada, razmatrana je u okviru pet poglavlja. U uvodnom poglavlju su dane uvodne odrednice u samu problematiku rada. U drugom poglavlju govori se o općim odrednicama sustava mirovinskog osiguranja u Republici Hrvatskoj pri čemu je mirovinski sustav pojmovno definiran, utvrđena je uloga mirovinskog sustava, obrađena je i povijest sustava mirovinskog osiguranja Republike Hrvatske dok je posebna pozornost stavljena na mirovinski sustav Republike Hrvatske danas. U drugom poglavlju opisuje se sustav kapitalizirane štednje dok je u trećem poglavlju pozornost usmjerena modelima izračuna mirovine temeljenim na individualnoj kapitaliziranoj štednji i to izračun individualne kapitalizirane štednje u trenutku odlaska u mirovinu te modeli izračuna pojedinačne i zajedničke mirovine. O (ne)održivosti hrvatskog mirovinskog sustava govori se u posljednjem poglavlju.

# Poglavlje 1

## Općenito o sustavu mirovinskog osiguranja u Republici Hrvatskoj

### 1.1 Pojmovno definiranje mirovinskog sustava

Mirovinski sustav je od izuzetne važnosti za svaku državu. Korisnici mirovinskog osiguranja žele se zaštititi od rizika starosti, invalidnosti, smrti hranitelja obitelji ili tjelesnog oštećenja. Balog (2011.) mirovinski sustav definira kao skup pravnih normi, financijskih i institucionalnih aranžmana radi zaštite od predhodno navedenih rizika. Nadalje, mirovinski sustav dijeli se na :

- javni ili privatni
- obvezni ili dobrovoljni
- definiranih davanja ili definiranih doprinosa te
- univerzalni.

Mirovinski sustav ima ključnu važnost u svim gospodarskim sustavima. O njegovoj važnosti svjedoče i njegove funkcije među kojima Puljiz (2007) navodi slijedeće:

- mehanizam koji omogućava raspodjelu tijekom životnog vijeka,
- važan oblik individualne i nacionalne štednje,
- održavanje solidarnosti unutar društva te
- redistribucija dohotka i dr.

Mirovinskim osiguranjem se prema Vuković (2007) osiguranici žele zaštititi od rizika:

- starosti,
- invalidnosti te
- smrti hranitelja obitelji.

Javnim mirovinskim sustavom upravlja država ili od nje ovlaštena državna tijela dok privatnim mirovinskim sustavom upravljaju privatne financijske institucije. Ministarstvo rada i mirovinskog sustava je nadležno i za politiku mirovinskog osiguranja u sustavu međugeneracijske solidarnosti te u sustavu utemeljenom na individualiziranoj kapitaliziranoj štednji. U suvremenim uvjetima poslovanja, uloga Ministarstva rada i mirovinskog sustava je osigurati socijalnu sigurnost umirovljenika. S obzirom na to, navedeno ministarstvo, predlaže mjere koje će osigurati održivost mirovinskog osiguranja, ali kojima će se također osigurati pravednije ispunjavanje prava.

## 1.2 Uloga mirovinskih sustava

Mirovinski sustavi svoje korijenje vuku još iz 19. stoljeća kada se javljaju prvi organizirani oblici mirovinskog osiguranja. „Organizirani oblik osiguranja mirovina javio se koncem prošlog stoljeća. Prvi javni sustav mirovinskog osiguranja pokrenuo je njemački kancelar Otto von Bismarck 1889. godine.“ Glavni razlog za pokretanje javnog mirovinskog osiguranja bio je težak položaj radništva te težnja njemačke vlasti da spriječi socijalna previranja. U suvremenim uvjetima se sve više potiče briga za općim dobrom koja se smatra prihvatljivim i poželjnim stanjem. Mirovinska društva u suvremenim uvjetima poslovanja, imaju trostruku ulogu: redistribuciju, štednju te osiguranje. S tim u svezi, potrebno je istaknuti kako se uloga mirovinskih sustava može sažeti u tri načela:

- osigurati starijim osobama financijsku sigurnost nakon umirovljenja
- osigurati sve zaposlene u slučaju gubitka radne sposobnosti te
- ne opteretiti ukupnu nacionalnu ekonomiju preteškim teretom u postizanju prva dva navedena cilja.

Posredni i neposredni oblici financiranja mirovinskog sustava od strane države su:

- financiranje mirovinskih naknada ukupnoj populaciji ili dijelu populacije,
- ohrabrivanje i stimuliranje (uključujući i prisilu) drugih socijalnih aktera da financiraju mirovinsko osiguranje,
- zakonsko reguliranje poslova i nadzor rada svih tijela koja sudjeluju u provedbi mirovinskog osiguranja,
- pružanje tehničke pomoći (prikupljanje i obrada demografskih i ekonomskih podataka, informiranje i sl.)
- edukacija građana.

Mirovinski sustav financira se i od strane poslodavaca. Financirajući mirovinski sustav, poslodavci financiraju svoje zaposlenike. Financiranje mirovinskih naknada od strane poslodavaca može biti zakonski nametnuto, ali isto tako ono može biti i dobrovoljno. Nadalje, motivi su za dobrovoljno financiranje mirovinskog osiguranja od strane poslodavaca sljedeći:

- privlačenje i zadržavanje kvalitetnijih zaposlenika,
- lakše provođenje ukupne kadrovske politike,
- korištenje poreznih olakšica i drugih poslovnih stimulacija koje država odobrava u cilju ohrabriranja mirovinskog osiguranja,
- poticanje lojalnosti i dodatnog vezanja zaposlenika za tvrtku,
- paternalizam,
- želju za boljim nadzorom izdvojenih doprinosa.

Uz navedeno, kao izvor osiguranja potrebno je navesti i financiranje mirovinskog osiguranja od strane pojedinca. Dobrovoljni sustav mirovinskog osiguranja nudi osiguranicima dvije mogućnosti. Jedna od mogućnosti je ulaganje dodatnih sredstava u obvezni mirovinski fond dok je pak druga mogućnost ulaganja sredstava u institucije koje nude dodatno osiguranje. Kod dobrovoljnog mirovinskog osiguranja, osiguranici mogu dobrovoljno prekinuti svoje osiguranje te povući sredstva.

### 1.3 Povijest sustava mirovinskog osiguranja u Republici Hrvatskoj

U tradicionalnom društvu obitelj je bila obvezna brinuti o djeci, nemoćnima te ljudima starije životne dobi. Tijekom predindustrijskog doba u našim krajevima skrbničku ulogu nad starima i nemoćnima imale su kućne zadruge. Danas je takva situacija u većini nerazvijenih zemalja dok razvijene zemlje svijeta imaju mirovinske sustave kao formalni oblik zbrinjavanja navedenog stanovništva. Primjera radi, ” u sedam razvijenih zemalja svijeta je samo 23 % ljudi starijih od 65 početkom 90-tih godina prošloga stoljeća živjelo zajedno sa svojom djecom (World Bank, 1994.). Izdvajanje starih ljudi posljedica je procesa individualizacije, odnosno disolucije obitelji koji je znatno uznapredovao u razvijenom dijelu svijeta.” (V.Puljiz, 2007., str.165). Krajem 19. i početkom 20. stoljeća socijalno zakonodavstvo se iz Njemačke preko Austrije proširilo na teritorij današnje Hrvatske. Pravo na prve mirovine imale su pojedine kategorije državnih službenika ili vojnici, odnosno njihove obitelji. Prvi puta Nikola Škrlec Lomnički u svome djelu *Projectum legum* spominje tzv. udovičke blagajne. One su služile za plaćanje mirovina siromašnim udovicama nižih državnih dužnosnika. S druge strane, plemići su imali feudalne posjede i povlastice i stoga njihove udovice nisu imale pravo koristiti mirovinu iz udovičkih blagajni.

Godine 1870. u *Narodnim novinama* objavljen je zakonski članak ”*U pogledu mirovinah organah središnje vlade faktično obstojavše od god. 1849. do god. 1867.*” Tim je zakonom uređeno mirovinsko osiguranje državnih službenika i podvornika kao i članova njihovih obitelji. Također vrijedi podsjetiti da je dva desetljeća prije toga, 1850. godine, utemeljena *Zaklada Jelačić-Bana* s ciljem da bude ”na potpori vojnikah, koji su u godinama obnemogli i siromašnih obitelji onih vojnikah koji su istih godina pred neprijateljem pali ili usljed ratne službe umrli



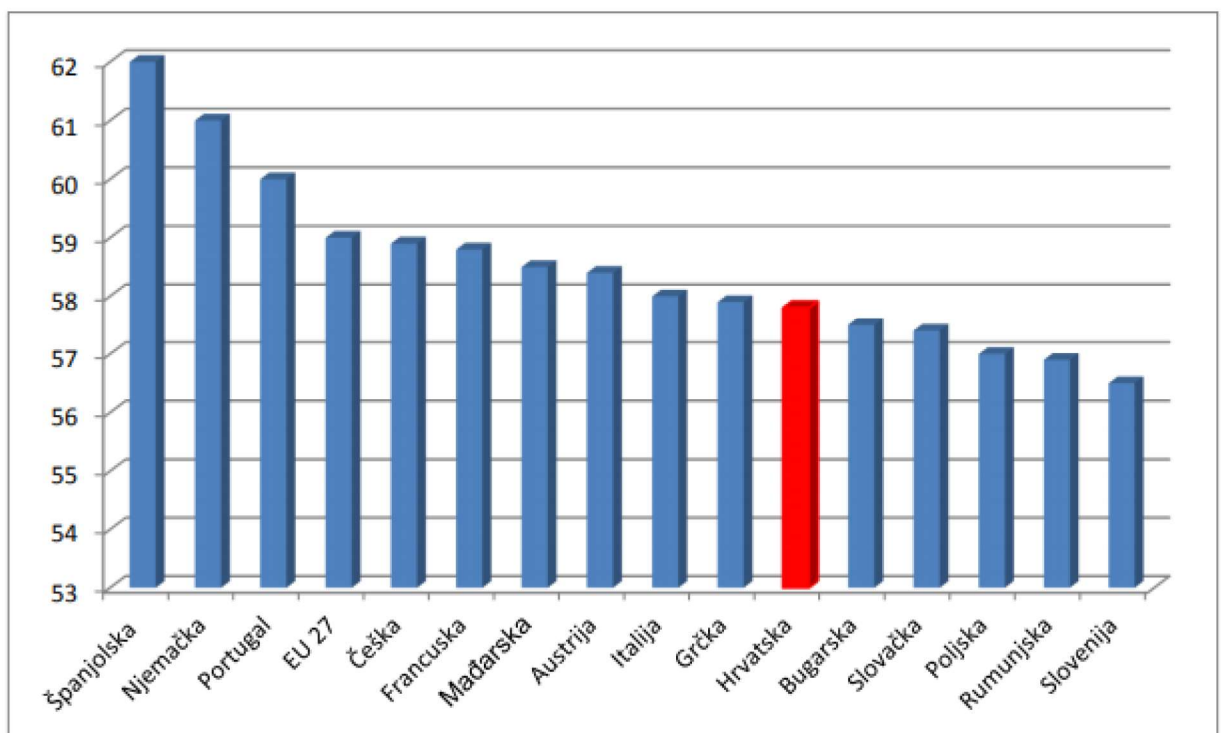
a rodом su iz kraljevinah: Dalmacije, Hrvatske i Slavonije, iz srbske Vojvodine i iz vojničke krajine” (V. Puljiz, 2007., str. 166). Poticaj za nastanak mirovinskog osiguranja bilo je osnivanje udruga uzajamne pomoći, tzv. bratinskih blagajni, koje su prvi organizirali rudari, profesija izložena najvećim pogibeljima. Prva rudarska bratinska blagajna u Hrvatskoj osnovana je u 1833. godine u Rudama kod Samobora. Rudarske bratinske blagajne osnovane su i u drugim mjestima Hrvatske. Osnivanje bratinskih blagajni potaknuo je austrijski rudarski zakon iz 1854. godine koji je vlasnike rudnika obvezao na osiguranje rudara od nesreće na poslu i u vrijeme starosti. Propisano je da dvije trećine doprinosa u bratinske blagajne uplaćuju radnici, a jednu trećinu poslodavci. Bratinske su blagajne potom osnivali željeznički, građevinski i tipografski radnici. Vrijedi spomenuti da su prije Prvog svjetskog rata hrvatske banke, prvenstveno one sa sjedištem u Zagrebu, također organizirale vlastite zaklade iz koji su svojim namještenicima osiguravale skromne mirovine. Takva su socijalna davanja imala različite nazive: *mirovinama* su nazivana davanja koja su ostvarivali javni i državni službenici, a *rente i potpore* su dobivali drugi službenici. Rente su se davale za slučaj invalidnosti uslijed nesreće na poslu, a potpore su isplaćivane temeljem općeg mirovinskog osiguranja u slučaju starosti i iznemoglosti. Treba reći da su tijekom prvog svjetskog rata zbog velike inflacije, a potom zbog propasti Austro-Ugarske Monarhije, mirovinski fondovi osiguranja radnika službenika uglavnom propali (V. Puljiz, 2007., str.166/167).

Godine 1919. stvaranjem Države Srba, Hrvata i Slovenaca započinje novo poglavlje hrvatskog mirovinskog osiguranja. 1922. godine donesen je *Zakon o osiguranju radnika (ZOR)* kojim je uvedeno jedinstveno općeobvezno socijalno osiguranje radnika. Taj zakon propisao je jedinstveno obvezno osiguranje radnika od glavnih socijalnih rizika kao što su bolesti, starost te nesreće na poslu. Tim zakonom su bili obuhvaćeni rizici starosti, invalidnosti i smrti. Prema Bismarckovom zakonu predviđeno je da se mirovinski fondovi financiraju doprinosima poslodavaca i radnika, dok je osiguranje radnika od nesreće na poslu poslodavac trebao financirati svojim doprinosima iz dohodka. U tom vremenu osnivaju se upravljačka tijela za osiguranje radnika. Poslodavci i radnici izdvajali su 3 % na osiguranu zaradu kako bi se mirovinsko osiguranje moglo financirati. Tada je dobna granica za starosnu mirovinu bila 70 godina. Mirovina se mogla ostvariti i na temelju invalidnosti odnosno trajne nesposobnosti za obavljanje posla. Kako bi takav sustav funkcionirao pri Središnjem uredu socijalnog osiguranja ustanovljena je funkcija povjerenika ministra financija. Nakon drugog svjetskog rata, mirovinski sustav temeljio se na međugeneracijskoj solidarnosti. Dakle, mirovine aktualnih umirovljenika financirali su aktivni osiguranici.

## 1.4 Mirovinski sustav Republike Hrvatske danas

Usvajanjem Ustava Republike Hrvatske u prosincu 1990. godine, mirovinsko osiguranje predstavlja pravo zaposlenih i njihovih članova obitelji na socijalnu sigurnost i socijalno osiguranje. Nakon stjecanja neovisnosti, svi zakoni i propisi o mirovinskom osiguranju ostali su više manje isti kao u Jugoslaviji. Mirovinski sustav tijekom ranih devedesetih u privatizaciji državnih poduzeća imao je ulogu u prijenosu sredstava u mirovinske fondove. Nominalna vrijednost prenesenih sredstava od 1365 trgovačkih društava iznosila je 4.2 milijarde njemačkih maraka. Zbog

lošeg upravljanja sredstvima te uslijed velikog broja stečaja poduzeća, ta vrijednost se smanjila na 2 milijarde njemačkih maraka. Mirovinski sustav Republike Hrvatske znatno se pogoršao uslijed krize, rata te tranzicije. Broj umirovljenika značajno se povećao, a broj zaposlenih smanjio. To je veliki problem koji slikovito možemo objasniti na sljedeći način: prije rata, na četiri osiguranika dolazio je jedan umirovljenik, dok danas na jednak broj osiguranika dolaze tri umirovljenika. Na razini članica EU, stanovništvo Hrvatske dosta rano odlazi u mirovinu, u prosjeku s 58 godina (vidi Sliku 1.). Do neodrživosti financijskog sustava dovodi razmjerno dugo primanje mirovina. S obzirom na to, u Hrvatskoj mirovine iznose 41% prosječne plaće što je vrlo malo. Taj problem mogao bi se riješiti ako bi se odradio puni radni vijek, pa bi tada mirovina iznosila 60% prosječne plaće.



Slika 1. Prosječna dob umirovljenja u državama članicama EU

Od neovisnosti Hrvatska je imala jednu reformu mirovinskog sustava koja se provela u dvije faze. Prva faza bila je 1999. godine s ciljem smanjivanja priljeva novih osiguranika u sustav, sređivanja pravnog i financijskog stanja mirovinskog sustava, smanjenje mirovinskih izdataka te dugoročna stabilizacija i održivost mirovinskog sustava.

Reforma iz 1999. godine bila je nužna. U javnosti plasirani razlozi provođenja same reforme bili su prvenstveno gospodarske/privatizacijske prirode. Već tada su se pojavila negativna demografska kretanja koja su ukazivala na starenje stanovništva, a za što je bilo nužno provesti reformu mirovinskog sustava. No, stvarni razlozi provođenja reforme mirovinskog sustava 1999. godine bili su prešućeni javnosti te Milidrag Šmid (2011) navodi sljedeće stvarne razloge provođenja reforme mirovinskog sustava iz 1999. godine:

- drastičan pad zaposlenosti kao posljedice hrvatskog modela privatizacije i ratnih razaranja pri čemu je izgubljeno oko 600.000 radnih mjesta;
- neodgovorno upravljanje imovinom javnog mirovinskog fonda;
- zloupotreba mirovinskog fonda kao socijalnog amortizera (rano umirovljenje, dokup staža),
- dug umirovljenicima što je potvrđeno presudom Ustavnog suda iz 1998. godine.

Reforma mirovinskog sustava iz 1999. godine trebala je rezultirati boljim financijskim položajem umirovljenika, ali i poticanjem gospodarskog rasta. Jurlina Alibegović (2000) je naveo sljedeće ciljeve koji su trebali biti zadovoljeni reformom mirovinskog sustava iz 1999. godine:

- visina mirovine bi trebala u što većoj mjeri ovisiti o uplatama doprinosa iz prošlosti,
- smanjenje poticaja za ranije umirovljenje,
- pomicanje dobne granice umirovljenja,
- poboljšanje ubiranja i kontrole ubiranja doprinosa državnog i privatnog sektora,
- reguliranje upravljanja sredstvima mirovinskih fondova u uvjetima nerazvijenog i nestabilnog bankarskog i financijskog sustava kao i
- maksimalno ograničavanje opterećenosti proračuna.

Sama reforma mirovinskog sustava iz 1999. godine bila je zasnovana na promjeni zakonodavnih propisa. Donošenjem novog Zakona o mirovinskom osiguranju, 1. siječnja 1999. godine, uveden je i nov način izračuna mirovine pri čemu se vrijednost mirovine temeljila na umnošku najpovoljnijeg prosječnog vrijednosnog boda, mirovinskog staža te polaznog faktora koji je bio izjednačen s umnoškom osobnog faktora, mirovinskog faktora te aktualne vrijednosti mirovine. Nadalje, stupanjem na snagu novog Zakona o mirovinskom osiguranju, došlo je i do ukidanja prava na minimalnu mirovinu, prava na zaštitu dodatka uz mirovinu, prava na novčanu naknadu za tjelesno oštećenje zbog bolesti i ozljeda izvan rada kao prava na staž po toj osnovi i dr. Nadalje, stupanjem na snagu novog Zakona o mirovinskom osiguranju, 01. siječnja 1999. uveden je i drugi stup mirovinskog osiguranja koji se temelji na individualnoj kapitaliziranoj štednji te treći stup dobrovoljnog mirovinskog osiguranja. Kada je pak riječ o učincima provedene reforme iz 1999. godine, oni još uvijek nisu jasni pri čemu je potrebno istaknuti neodrživost hrvatskog mirovinskog sustava kao problematiku s kojom se hrvatski mirovinski sustav suočava i danas.

Hrvatski mirovinski sustav je zasnovan na sljedećem zakonodavnom okviru:

- Zakonu o mirovinskom osiguranju
- Zakonu o obveznim mirovinskim fondovima
- Zakonu o dobrovoljnim mirovinskim fondovima
- Zakonu o mirovinskim osiguravajućim društvima
- pripadajućim podzakonskim aktima.

Odredbama Zakona o mirovinskom osiguranju (NN 157/13), sustav mirovinskog osiguranja u Republici Hrvatskoj čine:

- obvezno mirovinsko osiguranje na temelju generacijske solidarnosti
- obvezno mirovinsko osiguranje na temelju individualne kapitalizirane štednje te
- dobrovoljno mirovinsko osiguranje na temelju dobrovoljne kapitalizirane štednje.

Potrebno je istaknuti kako je mirovina neotuđivo osobno, materijalno pravo koje nije moguće prenijeti na drugoga. Odredbama Zakona o mirovinskom osiguranju (NN 157/13) definirana su i prava iz mirovinskog osiguranja:

- starosna mirovina,
- prijevremena starosna mirovina,
- starosna mirovina za dugogodišnjeg osiguranika te
- prijevremena starosna mirovina zbog stečaja poslodavca.

Nadalje, sustav mirovinskog osiguranja u Hrvatskoj se temelji na tri stupa. Prvom stupu koji se naziva stupom generacijske solidarnosti, drugom stupu koji predstavlja individualnu kapitaliziranu štednju te trećem stupu koji kao i drugi stup predstavlja individualnu kapitaliziranu štednju. Prva dva stupa mirovinskog osiguranja su obvezna dok je treći dobrovoljan. Prvi stup mirovinskog osiguranja podrazumijeva izdavanje sredstava od strane zaposlenih tzv. mirovinskih doprinosa koji su namijenjeni financiranju mirovina sadašnjih umirovljenika. Stopa koja se izdvaja za potrebe prvog stupa mirovinskog osiguranja zakonodavno je definirana i iznosi 15 % od bruto plaće zaposlenog.

Drugi stup mirovinskog osiguranja predstavlja osobnu imovinu osiguranika koji je svaki zaposleni obavezan izdvajati. Drugi stup mirovinskog osiguranja je također obavezan. No, za razliku od prvog stupa, osiguranici imaju pravo odabrati obvezni mirovinski fond kao i kategoriju fonda u koju će ulagati. Ulaganjem u drugi stup, osiguranici ostvaruju pravo na prinos od ulaganja. U drugi stup zaposlenici uplaćuju 5 % svoje bruto plaće. Treći stup mirovinskog osiguranja stup je koji u koji zaposlenici mogu dobrovoljno ulagati te on kao takav predstavlja stvar osobnog izbora. Ulaganjem u treći stup mirovinskog osiguranja u Republici Hrvatskoj, umirovljenici sami biraju visinu uloga u fond kao i učestalost ulaganja.

## Poglavlje 2

# Sustav kapitalizirane štednje

S obzirom na način financiranja prema ([1], str. 15) postoje tri glavna načina financiranja, odnosno vrste mirovinskih sustava:

- PAYGO
- kapitaliziranje
- knjigovodstveno rezerviranje.

Izraz kapitaliziranje predstavlja situacije u kojima se novac izdvaja prije dospjeća naknada. To nudi širok spektar mogućnosti među kojima su:

- Jednokratna uplata unaprijed. Ako se očekuje da će sredstva biti dovoljna za podmirenje naknadnih troškova, tada se ona izdvajaju odmah kada je naknada obećana.
- Završno kapitaliziranje. Sredstva za koja se smatra da će biti dostatna za namirenje serije mirovinskih obroka izdvajaju se tek nakon dospjeća prvog obroka.
- Redoviti doprinosi. Sredstva se postepeno uvećavaju sve do razine za koju se smatra da će biti dostatna za namirenje naknada kroz razdoblje između obećanja naknade i trenutka kada će prva naknada biti plativa.
- Upravo-na-vrijeme kapitaliziranje. Sredstva za koja se smatra da će biti dostatna za namirenje troška naknada izdvajaju se tek kada se dogodi rizik u vezi s budućim financiranjem naknada (npr. stečaj).

Sustav mirovinskog osiguranja koji se temelji na individualnoj kapitaliziranoj štednji funkcionira tako da svaki član sheme izdvaja određeni iznos i plaća doprinose sam ili umjesto njega to čini poslodavac te se navedeni iznos akumulira sve do trenutka umirovljenja. Uobičajeno je da se u takvim mirovinskim sustavima osigura naknada u slučaju smrti tijekom zaposlenja.

Mirovinsko osiguranje s obzirom na način definiranja mirovinske naknade prema Bakić (2007) dijeli se na sljedeći način:

- shema definiranih naknada
- shema definiranih doprinosa
- hibridna shema.

Kod sheme definiranih naknada unaprijed su zadane naknade te je ostavljena mogućnost da one budu fiksne, povezane s nekim razdobljem zaposlenja i da ovise o nekim oblicima inflacije. S druge strane, shema definiranih doprinosa ili alternativno "kupovina novca" sastoji se od naknada koji kao doprinos plaćaju poslodavac i zaposlenik. Taj iznos akumulira se na posebnom računu svakog pojedinog člana. Sheme definiranih doprinosa fleksibilnije su u odnosu na sheme definiranih naknada. Svaki pojedini član ima pravo izbora načina isplate naknade. Postoji mogućnost mirovinske naknade za uzdržavane članove obitelji ili godišnje povećanje mirovine, ali tek kada je u trenutku isplate. Za razliku od sheme definiranih naknada, kod sheme definiranih doprinosa poznat je trošak i poslodavca i članova, ali visina naknade je nepoznata unaprijed. Hibridna shema je kombinacija predhodno navedenih shema koja nudi sve njihove najbolje i najgore karakteristike. Veliki je izbor alternativnih tipova hibridnih shema i one mogu biti u obliku potpora koje su djelomično definirane, a djelomično ovisne o akumuliranim sredstvima.

Kada stekne uvjete za mirovinu, osiguranik prenosi svoj kapital iz mirovinskoga fonda čiji je do tada bio član u mirovinsko osiguravajuće društvo. S mirovinskim osiguravajućim društvom osiguranik sklapa ugovor o isplati mirovine u jednom od 2 moguća oblika: pojedinačna ili zajednička mirovina, starosna ili privremena, od kojih svaka može biti doživotna ili doživotna sa zajamčenim razdobljem isplate. Ako član obveznoga fonda umre prije nego što je počeo koristiti mirovinu, sredstva uštedena na njegovu osobnom mirovinskom računu, koja su nasljedna, pripast će zakonskim nasljednicima

## Poglavlje 3

# Modeli izračuna mirovine temeljeni na individualnoj kapitaliziranoj štednji

Koristeći se principima financijske matematike u okviru ovog poglavlja odredit ćemo formule za izračunavanje visine individualne kapitalizirane štednje u trenutku odlaska u mirovinu. Zatim ćemo odrediti modele izračuna mirovine, ovisno o mogućnosti nasljeđivanja radi li se o pojedinačnoj ili zajedničkoj mirovini. Pritom svaki od navedenih modela može imati zajamčeno razdoblje isplate ako se tako ugovori. Osnovno je pravilo da ako u vrijeme umirovljenja nemate supružnika, morate izabrati jedan od dva oblika pojedinačne mirovine. Kao što smo već rekli, zaposlenik za vrijeme svog radnog vijeka, ovisno o propisanoj stopi doprinosa izdvaja i uplaćuje određeni iznos bruto dohodka u drugi stup mirovinskog sustava. Taj iznos se za vrijeme cijelog perioda uplaćivanja mjesečno ukamaćuje po konstantnoj kamatnoj stopi uz pretpostavku da realna plaća raste po zadanoj konstantnoj godišnjoj stopi. Određivanjem formule za izračunavanje individualne kapitalizirane štednje rješava se problem vrednovanja uplaćenih doprinosa na dan odlaska u mirovinu. Drugi problem s kojim se suočava mirovinsko osiguravajuće društvo jest kako procijeniti razdoblje za vrijeme kojeg će umirovljenik primati mirovinu. Aktuarska matematika je disciplina koja se bavi tom problematikom. Koristit ćemo složeno, dekurzivno ukamaćivanje uz mjesečnu konformnu kamatnu stopu koja je izvedena iz godišnjeg kamatnjaka. Očekivano trajanje života osiguranika dobiva se iz tablica smrtnosti ili tablica doživljenja. Tablica smrtnosti konstruirana je na temelju podataka o broju ukupnog stanovništva Republike Hrvatska bez kategoriziranja na muške i ženske osobe. Vremensko razdoblje korišteno u ovom radu je mjesec. Također, u spomenutim izračunima spominje se da je maksimalna dob doživljenja 103 godine. Prema [6] sljedećim oznakama definirani su parametri, uvjeti i veličine potrebni za izvođenje formula.

Parametri:

- vrijeme uplaćivanja doprinosa u II. stup (godine):  $n$
- godišnja stopa prinosa:  $p$
- mjesečna konformna stopa prinosa:  $p_m$

- godišnja stopa rasta realnih plaća:  $i$
- bruto plaća:  $W$
- mjesečna stopa prinosa u II. stup:  $t$
- dob umirovljenja osobe (godine):  $M$
- zajamčeno razdoblje (godine):  $Z$
- dob supružnika (godine):  $B$
- dob supružnika u trenutku smrti osiguranika (godine):  $S$
- očekivano trajanje mirovine (godine):  $T$
- očekivano trajanje života osiguranika (godine) dobi  $x$  (godine):  $T(x)$
- broj živih osoba dobi  $x$  mjeseci:  $l_x$

Uvjeti:

- $-100 \leq p \leq 100$
- $-100 \leq i \leq 100$
- $0 \leq t \leq 100$
- $B \geq 50$
- $Z \geq 5$

Oznake:

- mjesečni doprinos u prvoj godini:  $R$
- kapitalizirana individualna štednja osobe dobi  $M$  u trenutku odlaska u mirovinu:  $C_M$
- iznos mjesečne mirovine:  $P$
- broj umrlih osoba dobi  $x$  mjeseci:  $d_x$

Pomoćne formule:

$$r = 1 + \frac{p}{100} ; r_m = 1 + \frac{pm}{100} \left( r_m = r^{\frac{1}{12}} \right) ; q = 1 + \frac{i}{100} ; R = \frac{t}{100} W ; d_x = l_x - l_{x+1}$$



### 3.1 Izračun individualne kapitalizirane štednje u trenutku odlaska u mirovinu

Formulu za izračun individualne kapitalizirane štednje u trenutku odlaska u mirovinu izvodit ćemo na primjeru osobe dobi  $M$  godina koja je doprinose u drugi mirovinski stup uplaćivala  $n$  godina. Pretpostavka je da osoba počinje uplaćivati doprinose, krajem svakog mjeseca, sa navršenih  $M-n$  godina. Uz mjesečno ukamaćivanje, osiguranik na kraju prve godine uplaćivanja doprinosa na svom računu ima sljedeću količinu novca:

$$S^1 = \sum_{k=1}^{12} R r_m^{k-1} = R \frac{r_m^{12} - 1}{r_m - 1} = \frac{R(r-1)}{r_m - 1} .$$

Mjesečni doprinos se u drugoj godini povećava u ovisnosti o stopi  $i$ , stoga vrijednost uplata postaje  $Rq$ . Na kraju druge godine uplaćivanja vrijednost tih uplata je sljedeća:

$$S^2 = Rq \frac{r-1}{r_m - 1} .$$

Dakle, vrijednost dvanaest uplata  $Rq^{n-1}$  na kraju  $n$ -te godine je

$$S^n = Rq^{n-1} \frac{r-1}{r_m - 1} .$$

Općenito, temeljem dvanaest uplata te godine, osoba će na kraju  $j$ -te godine imati svotu  $S^j$ . Uz godišnje ukamaćivanje vrijednost svota, za  $j=1, \dots, n$ , na kraju  $n$ -te godine jednaka je

$$C_M = S^1 r^{n-1} + S^2 r^{n-2} + \dots + S^{n-1} r + S^n = R \frac{r-1}{r_m - 1} r^{n-1} + Rq \frac{r-1}{r_m - 1} r^{n-2} + \dots + Rq^{n-1} \frac{r-1}{r_m - 1}$$

Sređivanjem izvedene formule dobivamo da je individualna kapitalizirana štednja osobe dobi  $M$  u trenutku odlaska u mirovinu sljedeća:

$$C_M = R \frac{r-1}{r_m - 1} \frac{r^n - q^n}{r - q} .$$

U ovisnosti o stopi prinosa i godišnjoj stopi rasta realnih plaća, individualna kapitalizirana štednja osobe dobi  $M$  u trenutku odlaska u mirovinu računa se uz pomoć sljedećih formula.

- Ako je stopa prinosa jednaka nuli i različita od godišnje stope rasta realnih plaća, tj.  $r = r_m = 1$ , tada je  $C_M = 12R \frac{q^n - 1}{q - 1}$ .
- S druge pak strane, ako je stopa prinosa različita od nule i jednaka godišnjoj stopi rasta realnih plaća, tj.  $r = q$ , tada je  $C_M = R \frac{r - 1}{r_m - 1} n r^{n-1}$ .
- Posljedni slučaj, ako su stopa prinosa i godišnja stopa rasta realnih plaća jednake nuli tada je  $C_M = 12nR$ .

Dakle, u trenutku odlaska u mirovinu osoba dobi  $M$  raspolaže sa svotom  $C_M$ . Izračunata svota će se umanjiti za 5% nakon uplate osiguravajućem društvu. Stoga je individualna kapitalizirana štednja osobe dobi  $M$  nakon odlaska u mirovinu i uplate osiguravajućem društvu jednaka  $0.95C_M$ .

## 3.2 Modeli izračuna pojedinačne mirovine

Prije samog izvođenja izraza za izračun potrebno je objasniti pojam pojedinačne mirovine. Pojedinačna doživotna mirovina osiguraniku omogućuje doživotno primanje mirovine. Ona može biti pojedinačna bez zajamčenog razdoblja i sa zajamčenim razdobljem. Početni iznos mirovine ovisi o dobi korisnika mirovine i iznosu jednokratne uplate. Ako se osoba odluči za pojedinačnu doživotnu mirovinu, ostvarit će najviši iznos mirovine. Međutim, u tom slučaju nakon njezine smrti, nitko ne nasljeđuje mirovinska prava. Postoje tri modela za izračun iznosa pojedinačne mirovine koje ćemo objasniti u sljedećem dijelu rada.

### 3.2.1 Model 1.1.

Prvi model izračuna mjesečne pojedinačne mirovine temelji se na očekivanom trajanju mirovine koja je jednaka očekivanom trajanju života osiguranika, tj.  $T = T(x)$ . Potrebni podaci nalaze se u tablicama smrtnosti. Dakle, kada osiguranik u dobi  $M$  godina odlazi u mirovinu uz pretpostavku o trajanju mirovine od  $T = T(M)$  godina, suma svih diskontiranih vrijednosti mjesečnih mirovina  $P$ , koje se isplaćuju unaprijed na početku svakog mjeseca, izjednačava se sa kapitaliziranom štednjom umanjenom za troškove uplate osiguravajućem društvu, prema gore navedenom, u iznosu od 5%. Pogledajmo računski izraz:

$$0.95C_M = P + \frac{P}{r_m} + \dots + \frac{P}{r_m^{12T-1}} = P \cdot \frac{r_m(r_m^{12T} - 1)}{r_m^{12T}(r_m - 1)},$$

odnosno

$$0.95C_M = P \cdot \frac{r_m(r^T-1)}{r^T(r_m-1)}.$$

Zanima nas iznos mjesečne mirovine,  $P$ . Iz prethodnog retka slijedi da je iznos mjesečne mirovine jednak sljedećem:

$$P = 0.95C_M \cdot \frac{r^T(r_m-1)}{r_m(r^T-1)}.$$

S obzirom na stopu prinosa postoje dva načina računanja iznosa mjesečne mirovine:

- Ako je stopa prinosa jednaka nuli, tada je  $r = r_m = 1$  pa je iznos mjesečne mirovine dan izrazom  $P = 0.95 \cdot \frac{C_M}{12T}$
- Ako je stopa prinosa jednaka  $-100$ , tada je  $r = r_m = 0$  pa je  $P = 0$ .

### 3.2.2 Model 1.2.

Izračunavanje mjesečnih mirovina u Modelu 1.2. temelji se na štednji  $C_M$  koju osoba u dobi  $M$  godina generira tijekom radnog staža od  $n$  godina. Prilikom odlaska u mirovinu računa se očekivana vrijednost diskontiranih iznosa mjesečnih anuiteta uz vjerojatnost smrti u određenom mjesecu. Generirana štednja i očekivana vrijednost diskontiranih iznosa mjesečnih anuiteta moraju biti jednake. Npr. ako osigurana osoba u dobi  $M$  godina umre za mjesec dana, tada je diskontirana vrijednost jedne mjesečne mirovine

$$C_1 = P.$$

Ako se to dogodi za dva mjeseca, onda je diskontirana vrijednost za dvije mjesečne mirovine

$$C_2 = P + \frac{P}{r_m} = \sum_{k=1}^2 \frac{P}{r_m^{k-1}}.$$

Za izvođenje općenitog slučaja razmišljamo analogno. Dakle, ako osigurana osoba umre za  $j$  mjeseci, onda je diskontirana vrijednost za  $j$  mjesečnih mirovina dana izrazom

$$C_j = \sum_{k=1}^j \frac{P}{r_m^{k-1}} = P \cdot \frac{(r_m^j-1)}{r_m^{(j-1)}(r_m-1)}$$

pri čemu je  $j=1, \dots, 12 \cdot (103 - M)$ .

Sa  $q_j$  označit ćemo vjerojatnost smrti osigurane osobe u dobi  $M$  godina pri čemu  $j$  označava mjesec. Uz pretpostavku da su u tablicama smrtnosti dani podaci o broju godina živih osoba u određenom mjesecu, a ne godini, tada je vjerojatnost smrti osigurane osobe u dobi  $M$  nakon  $j$  mjeseci definirana kao

$$q_j = \frac{l_{12M+j-1} - l_{12M+j}}{l_{12M}}$$

Očekivana vrijednost diskontiranog iznosa mora biti jednaka kapitaliziranoj štednji umanjenoj za 5% troškova, odnosno

$$0.95C_M = \sum_{j=1}^{12(103-M)} q_j \cdot C_j$$

Iskoristiti ćemo izvedeni izraz za diskontiranu vrijednost mjesečnih mirovina  $C_j$ . Nakon uvrštavanja  $C_j$  u prethodnu formulu, pri čemu je  $j=1, \dots, 12(103-M)$ , dobivamo sljedeće:

$$0.95C_M = \frac{P}{r_m - 1} \cdot \sum_{j=1}^{12(103-M)} q_j \cdot \frac{r_m^j - 1}{r_m^{j-1}}.$$

Daljnjim sređivanjem predhodno navedenog izraza dobivamo da je, primjenom modela 1.2. iznos mjesečne mirovine jednak:

$$P = 0.95C_M \cdot (r_m - 1) \cdot \left( \sum_{j=1}^{12(103-M)} q_j \frac{r_m^j - 1}{r_m^{j-1}} \right)^{-1}.$$

U ovisnosti o stopi prirasta imamo dva moguća načina računanja iznosa anuiteta.

- Ako je stopa prirasta jednaka nuli, tada je  $r = r_m = 1$ . Iznos mjesečne mirovine tada je jednak

$$P = 0.95C_M \cdot \left( \sum_{j=1}^{12(103-M)} q_j j \right)^{-1}.$$

- Ako je stopa prirasta jednaka -100, tada je  $r = r_m = 0$ . Onda je iznos mjesečne mirovine

$$P = 0.$$

### 3.2.3 Model 1.3.

U ovom modelu iznos mjesečne mirovine temelji se na principu da ono što osiguranici uplate zajedno je jednako preuzetoj obvezi za te osiguranike. Za razliku od prethodnih modela, u ovom se promatra grupa osoba iste dobi  $M$  godina i štednja  $C_M$  koju je ta grupa generirala tijekom svog radnog vijeka. Sa  $l_{12M}$  označavamo broj živih osoba dobi  $M$  godina. Pretpostavimo da je u prvoj godini uplaćivanja mjesečni doprinos kod svih jednak 1, tj.  $R = 1$ . Iznos kapitalizirane štednje kod osoba dobi  $M$  godina sa jednakim brojem godina radnog staža u novom mirovinskom sustavu od  $n$  godina iznosi  $l_{12M}C_M$ . Dakle, taj iznos treba biti dostatan za ispunjavanje preuzetih obveza prema toj grupi osiguranika. U prvom mjesecu isplate mirovine mora se isplatiti  $l_{12M}$ , u drugom mjesecu  $l_{12M+1}$ , u trećem mjesecu  $l_{12M+2}$ , u četvrtom mjesecu  $l_{12M+3}$  i tako analogno za svaki idući mjesec. U posljednjem mjesecu mora se isplatiti  $l_{12 \cdot 103 - 1}$  mirovina. Generirana štednja umanjena za 5% troškova u trenutku odlaska u mirovinu mora biti jednaka diskontiranoj vrijednosti svih tih mirovina. Pogledajmo računski izraz:

$$0.95C_M \cdot l_{12M} = l_{12M} \cdot P + l_{12M+1} \cdot \frac{P}{r_m} + l_{12M+2} \cdot \frac{P}{r_m^2} + \dots + l_{1235} \cdot \frac{P}{r_m^{12(103-M)-1}}$$

$$l_{12M} \cdot 0.95 \cdot C_M = P \cdot \sum_{j=1}^{12(103-M)} \frac{l_{12M+j-1}}{r_m^{j-1}}$$

Uz pretpostavku da je rata  $R = 1$ , mjesečna mirovina iznosi

$$P = l_{12M} \cdot 0.95 \cdot C_M \left( \sum_{j=1}^{12(103-M)} \frac{l_{12M+j-1}}{r_m^{j-1}} \right)^{-1}.$$

Kao i u prethodnim modelima, preostaje razmotriti kako se mjesečni anuitet računa u ovisnosti o stopi prirasta.

- Ako je stopa prirasta jednaka nuli, tada je  $r = r_m = 1$ . Iznos mjesečne mirovine tada je jednak

$$P = 0.95 \cdot C_M \cdot l_{12M} \cdot \left( \sum_{j=1}^{12(103-M)} l_{12M+j-1} \right)^{-1}.$$

- Ako je stopa prirasta jednaka -100, tada je  $r = r_m = 0$ . Onda je iznos mjesečne mirovine

$$P = 0.$$

### 3.3 Modeli izračuna zajedničke mirovine

Drugi mogući oblik isplate mirovine je zajednička mirovina koja također može biti bez ili sa zajamčenim razdobljem. Osnovni cilj tog oblika mirovine je da u slučaju smrti umirovljenika, njegovu mirovinu može nastaviti primati supružnik sve do svoje smrti ili do kraja zajamčenog razdoblja. U slučaju da se dogodi smrtni slučaj oba supružnika tijekom tog zajamčenog razdoblja, tada imenovani nasljednik nastavlja primati mirovinu sve do kraja zajamčenog razdoblja. U nastavku ćemo odrediti dva modela za izračun zajedničke mirovine bez zajamčenog razdoblja.

#### 3.3.1 Model 2.1.

Kako bi izračunali iznos mjesečne mirovine u Modelu 2.1. promatramo osobu dobi  $M$  godina koja tijekom radnog vijeka u iznosu od  $n$  godina generira štednju  $C_M$ . S  $B$  označimo broj godina supružnika uz pretpostavku da on u trenutku smrti korisnika mirovine ima  $S = B + T(M)$  godina, pri čemu je  $S$  oznaka dobi supružnika u trenutku smrti korisnika mirovine,  $T(M)$  je očekivano trajanje života korisnika u dobi  $M$  godina. U slučaju da je supružnik živ počet će koristiti 60 % mirovine umrlog korisnika u trajanju od  $T(S)$  godina. Ako supružnik nadživi 103 godine, koje smo pretpostavili da su maksimalne, tada je  $T(S) = T(103)$ . Dakle, uz očekivano trajanje života korisnika i supružnika,  $T(M)$  i  $T(S)$  godina, u trenutku odlaska u mirovinu, suma svih diskontiranih vrijednosti  $12T(M)$  mjesečnih anuiteta ili iznosa mirovine  $P$  i, u slučaju da je supružnik u trenutku smrti korisnika mirovine živ,  $12T(S)$  mjesečnih iznosa mirovine u vrijednosti  $0,6P$  kao i u prethodnim modelima mora biti jednaka kapitaliziranoj štednji umanjenoj za troškove osiguravajućem društvu u iznosu od 5%. Odnosno, računski prikaz je sljedeći:

$$\begin{aligned} 0.95 \cdot C_M &= P + \frac{P}{r_m} + \dots + \frac{P}{r_m^{12T(M)-1}} + P_S \cdot \left[ \frac{0.6P}{r_m^{12T(M)}} + \frac{0.6P}{r_m^{12T(M)+1}} + \dots + \frac{0.6P}{r_m^{12T(M)+12T(S)-1}} \right] = \\ &= P \cdot \frac{r_m(r_m^{12T(M)} - 1)}{r_m^{12T(M)}(r_m - 1)} + 0.6P \cdot P_S \frac{r_m(r_m^{12T(S)} - 1)}{r_m^{12[T(M)+T(S)]}(r_m - 1)} = \\ &= P \cdot \frac{r_m}{r_m - 1} \cdot \left( \frac{r_m^{T(M)} - 1}{r_m^{T(M)}} + 0.6 \cdot P_S \frac{r_m^{T(S)} - 1}{r_m^{T(M)+T(S)}} \right). \end{aligned}$$

$P_S$  označava vjerojatnost da je supružnik živ u trenutku smrti korisnika mirovine i računa se kao

$$P_S = \frac{l_{12S}}{l_{12B}}.$$

Sređivanjem tog izraza dobivamo da je iznos mjesečne mirovine dan sljedećim izrazom:

$$P = 0.95 \cdot C_M \frac{r_m - 1}{r_m} \cdot \left( \frac{r^{T(M)} - 1}{r^{T(M)}} \right) + 0.6 \cdot P_S \cdot \frac{r^{T(S)} - 1}{r^{T(M) + T(S)}}^{-1}.$$

Iznos mjesečne mirovine u ovisnosti o stopi prinosa je sljedeći:

- Ako je stopa prinosa jednaka nuli, tada je  $r = r_m = 1$ .

$$P = \frac{0.95 \cdot C_M}{12[T(M) + 0.6 \cdot P_S \cdot T(S)]}.$$

- Ako je stopa prinosa jednaka -100, tada je  $r = r_m = 0$ . Onda je iznos mjesečne mirovine

$$P = 0.$$

### 3.3.2 Model 2.2.

Kako bi izračunali iznos mjesečne mirovine u Modelu 2.2. promatramo osobu dobi  $M$  godina koja tijekom radnog vijeka u iznosu od  $n$  godina generira štednju  $C_M$ . Pretpostavimo da je  $T(S)$  vjerojatno trajanje života supružnika u trenutku smrti osiguranika. U trenutku odlaska u mirovinu, računa se očekivana sadašnja vrijednost mjesečnih mirovina, uz vjerojatnost smrti osiguranika u određenom mjesecu, te vjerojatnost življenja supružnika u trenutku smrti osiguranika. Ta sadašnja vrijednost mora biti jednaka generiranoj štednji  $C_M$  umanjenoj za 5% troškova osiguravajućem društvu. U slučaju da osiguranik umre nakon  $j$  mjeseci,  $P_j = \frac{l_{12B+j}}{l_{12B}}$  predstavlja vjerojatnost da je supružnik živ. Veličina  $q_j = \frac{l_{12M+j-1} - l_{12M+j}}{l_{12M}}$  označava vjerojatnost smrti osiguranika dobi  $M$  godina nakon  $j$  mjeseci.

Npr. ako osiguranik umre nakon mjesec dana  $i$  u trenutku njegove smrti supružnik je živ, tada je sadašnja vrijednost jedne mjesečne mirovine i  $12T(12B+1)$  mjesečnih iznosa u visini od 60% mirovine (jer je zakonom predviđeno najmanje 60%) jednako

$$C_1 = P + P_1 \sum_{k=0}^{12T(12B+1)-1} 0.6 \cdot \frac{P}{r_m^{k+1}} = P + P_1 \cdot 0.6 \cdot P \frac{r^{T(12B+1)} - 1}{r^{T(12B+1)}(r_m - 1)}.$$

Npr. ako osiguranik umre nakon dva mjeseca  $i$  u trenutku njegove smrti supružnik je živ, tada je sadašnja vrijednost dvije mjesečne mirovine i  $12T(12B+2)$  mjesečnih iznosa u visini od 60% mirovine (jer je zakonom predviđeno najmanje 60%) jednako

$$C_2 = \sum_{k=0}^1 \frac{P}{r_m^k} + P_2 \cdot \sum_{k=0}^{12T(12B+2)-1} 0.6 \cdot \frac{P}{r_m^{k+2}} = P \frac{r_m^2 - 1}{r_m(r_m - 1)} + P_2 \cdot 0.6 \cdot \frac{P}{r_m^2} \cdot \frac{r_m(r^{T(12B+2)} - 1)}{r^{T(12B+2)}(r_m - 1)}.$$

Općenito, ako osiguranik umre nakon  $j$  mjeseci u trenutku njegove smrti bračni drug je živ, tada je sadašnja vrijednost  $j$  mjesečne mirovine i  $12T(12B + j)$  mjesečnih iznosa u visini od 60% mirovine (jer je zakonom predviđeno najmanje 60%) jednako

$$C_j = \sum_{k=0}^{j-1} \frac{P}{r_m^k} + P_j \cdot \sum_{k=0}^{12T(12B+j)-1} 0.6 \cdot \frac{P}{r_m^{k+j}} = P \frac{r_m^j - 1}{r_m^{j-1}(r_m - 1)} + P_j \cdot 0.6 \cdot \frac{P}{r_m^j} \cdot \frac{r_m(r^{T(12B+j)} - 1)}{r^{T(12B+j)}(r_m - 1)}.$$

Sređivanjem tog izraza, za općeniti slučaj dobivamo sljedeće:

$$C_j = \frac{P}{r_m - 1} \left[ \frac{r_m^j - 1}{r_m^{j-1}} + P_j \cdot 0.6 \cdot \frac{r^{T(12B+j)} - r^j}{r_m^{12T(12B+j)+j-1}} \right], \quad j=1, \dots, 12(103-M)$$

Zatim, izjednačavamo generaliziranu štednju  $C_M$  umanjenju za 5% troškova i očekivanu sadašnju vrijednost, tj.

$$0.95 \cdot C_M = \sum_{j=1}^{12(103-M)} q_j \cdot C_j.$$

Uvrštavanjem poznatih izraza u tu formulu, za  $j=1, \dots, 12(103-M)$  dobivamo sljedeće:

$$0.95 \cdot C_M = \sum_{j=1}^{12(103-M)} q_j \cdot \frac{P}{r_m - 1} \left[ \frac{r_m^j - 1}{r_m^{j-1}} + P_j \cdot 0.6 \cdot \frac{r^{T(12B+j)} - 1}{r_m^{12T(12B+j)+j-1}} \right].$$

Prema tome, mjesečna mirovina je jednaka

$$P = 0.95 \cdot C_M \cdot (r_m - 1) \cdot \left[ \sum_{j=1}^{12(103-M)} q_j \left( \frac{r_m^j - 1}{r_m^{j-1}} + P_j \cdot 0.6 \cdot \frac{r^{T(12B+j)} - 1}{r_m^{12T(12B+j)+j-1}} \right) \right]^{-1}$$

Iznos mjesečne mirovine prema Modelu 2.2. u ovisnosti o stopi prinosa je sljedeći:

- Ako je stopa prinosa jednaka nuli, tada je  $r = r_m = 1$ . Onda je iznos mjesečne mirovine

$$P = 0.95 \cdot \frac{C_M}{\sum_{j=1}^{12(103-M)} q_j [j + P_j \cdot 0.6 \cdot 12 \cdot T(12B+j)]}.$$

- Ako je stopa prinosa jednaka -100, tada je  $r = r_m = 0$ . Onda je iznos mjesečne mirovine

$$P = 0.$$



### 3.4 Primjer izračuna pojedinačne i zajedničke mirovine s obzirom na model

Navedene modele usporedit ćemo na sljedećem primjeru. Promatramo osobu dobi 65 godina koja odlazi u mirovinu uz pretpostavku da je u sustavu provela  $n = 26$  godina. Neka su dani podaci:

- prosječna bruto plaća  $W = 5000$  kn
- mjesečna stopa doprinosa u drugi stup  $t = 5\%$
- realna godišnja stopa kapitalizacije  $p = 6\%$
- godišnja stopa rasta realnih plaća  $i = 3\%$
- akumulirana štednja za 26 godina  $C_{65} = 245790.12$
- štednja umanjena za 5% je  $0.95C_{65} = 233500.61$

Od akumulirane štednje umanjene za 5% isplaćuje se mjesečna mirovina ovisno o odabranom modelu. Ovaj primjer provodimo uz pretpostavku da se štednja dalje ne ukamaćuje ( $p = 0\%$ ) ili se ukamaćuje uz godišnje stope  $p = 2\%$  i  $p = 6\%$ . Kod zajedničke mirovine bez zajamčenog razdoblja izvodi se izračun za dvije dobi bračnog druga,  $B = 59$  i  $B = 90$  godina. Očekivano trajanje života izračunato je po mjesecima, na temelju podataka o broju stanovnika i pretpostavke uniformne distribucije smrti između dviju godina. Prema tome, u *Tablici 1.0.* prikazan je relevantni dio tablice smrtnosti.

Dob u mjesecima	Dob (godine)	Dob (mjeseci)	Broj živih osoba	Broj umrlih osoba	Očekivano trajanje života
708	59		168097,00	205,75	18,50
...	...	...	...	...	...
780	65		150609,00	296,33	14,27
781		1	150312,67	296,34	14,22
782		2	150016,33	296,33	14,16
783		3	149720,00	296,33	14,11
784		4	149423,67	296,34	14,05
785		5	149127,33	296,33	14,00
786		6	148831,00	296,33	13,94
787		7	148534,67	296,34	13,88
788		8	148238,33	296,33	13,83
789		9	147942,00	296,33	13,77
790		10	147645,67	296,34	13,72
791		11	147349,33	296,33	13,66
...	...	...	...	...	...
1080	90		12843,00	263,67	2,87

Tablica 1.0.

U ovisnosti o izboru kamatne stope, *Tablica 1.1.* prikazuje iznos mjesečnih pojedinačnih mirovina.

Kamatnjak	$p = 0$	$p = 2$	$p = 6$
Model 1.1.	1363.59	1564.02	2003.30
Model 1.2.	1363.59	1619.11	2167.96
Model 1.3.	1363.59	1619.11	2167.95

Tablica 1.1.

Analizirajući dobivene podatke, možemo zaključiti sljedeće:

- Ako je stopa kamatnjak, odnosno  $p = 0$ , tada svi modeli daju jednak iznos mjesečnih pojedinačnih mirovina.
- Ako kamatnjak povećamo na 2% ili 6%, tada modeli 1.2. i 1.3. daju veći iznos mjesečne pojedinačne mirovine. To povećanje za  $p = 2$  je 3.52%, a za  $p = 6$  je 8.22%.

Uz već navedene kamatnjake,  $p = 0\%$ ,  $p = 2\%$  i  $p = 6\%$ , te dobi supružnika,  $B = 59$  i  $B = 90$  godina, iznos mjesečne zajedničke mirovine bez zajamčenog razdoblja dan je sljedećim tablicama:

Kamatnjak	$p = 0$	$p = 2$	$p = 6$
Model 2.1.	1081.50	1296.54	1773.79
Model 2.2.	1048.16	1280.12	1797.84

Tablica 1.2. Za dob supružnika  $B=59$

Kamatnjak	$p = 0$	$p = 2$	$p = 6$
Model 2.1.	1363.59	1564.02	2003.30
Model 2.2.	1353.67	1606.46	2147.94

Tablica 1.3. Za dob supružnika  $B=90$

*Tablica 1.2.* napravljena je prema dobi supružnika  $B = 59$  godina, dok je u *Tablici 1.3.* dob supružnika  $B = 90$  godina.

Uspoređujući dobivene rezultate, zaključujemo sljedeće: Za manje kamatnjake, Model 2.1. daje veće iznose u odnosu na Model 2.2. Ta razlika se smanjuje povećanjem kamatnjaka te se u jednom trenutku počinje povećavati, ali u korist Modela 2.2. Iznosi mjesečnih mirovina kod Modela 2.1. su jednaki, a kod Modela 2.2. približno jednaki iznosima pojedinačnih mirovina u slučaju kada je dob supružnika  $B = 90$  godina. To je logično, jer će zbog starosti ta osoba vjerojatno umrijeti u kratkom vremenu te neće nadživjeti osiguranika dobi 65 godina. Uspoređujući dobivene rezultate za pojedinačnu i zajedničku mirovinu uz odabrani kamatnjak  $p = 0$ , osiguranik je prema Modelu 2.2. platio cijenu zajedničke mirovine, što je realno za očekivati. Dakle, Model 2.2. daje vjerodostojnije rezultate u odnosu na Model 2.1, koji usporedno sa pojedinačnom mirovinom nije ništa izgubio, što je nemoguće.

## Poglavlje 4

# (Ne)održivost hrvatskog mirovinskog sustava

Glavna zadaća mirovinskog sustava jest da osigura sigurne, primjerene i stabilne mirovine za sve generacije te da bude održiv. Utjecaj na to imaju demografski procesi: starenje stanovništva, smanjenje fertiliteta i produljenje životnog vijeka koji dovode do povećanja broja umirovljenika. Rastom broja umirovljenika, rastu i mirovinski troškovi te njihov udio u BDP-u. Zbog velikih razlika između prikupljenih doprinosa i mirovinskih izdataka zemlje su primorane napraviti mirovinsku reformu. Te reforme mogu biti strukturne ili parametarske. Prva velika mirovinska reforma u Republici Hrvatskoj bila je strukturna i dogodila se sa zakašnjenjem, 2002. godine.

Kada je riječ o održivosti hrvatskog mirovinskog sustava, potrebno je istaknuti kako on trenutno nije održiv te se suočava s brojnim problemima. Razlozi neodrživosti hrvatskog mirovinskog sustava su brojni. Među njima je svakako potrebno istaknuti demografsko - organizacijske razloge koje Bejaković razlikuje od biološkog starenja napominjući kako se radi o fenomenu koji pogađa sve razvijene i srednje razvijene zemlje. Starenje stanovništva obilježeno je povećanim udjelom starijih od 65 godine što se smatra rezultatom produljenja života, ali i smanjenja broja novorođenih.

Uz prethodno navedeni razlog, među demografsko - organizacijskim razlozima starenja stanovništva, potrebno je istaknuti i sljedeće razloge prema Bejaković:

- smanjivanje broja osoba u radnoj dobi i pad zaposlenosti te pogoršanje odnosa broja umirovljenika i osiguranika,
- pogoršanje omjera broja uplatitelja doprinosa i umirovljenika zbog nisko utvrđene zakonske dobi za odlazak u starosnu i prijevremenu mirovinu,
- učestalo prijevremeno umirovljenje zbog mogućnosti ostvarenja starosne mirovine neovisno o starosti,
- široko primjenjivana definicija invalidnosti zbog čega je mnoštvo osoba ostvarilo pravo na invalidsku mirovinu,

- velika rasprostranjenost povlaštenih mirovina koje su obično vezane za pojedine djelatnosti ili zanimanja,
- znatno smanjivanje broja osiguranika zbog zatvaranja poduzeća i ograničavanja mogućnosti zapošljavanja.

Neodrživosti hrvatskog mirovinskog sustava pridonose i financijsko - sustavni razlozi koji obilježavaju sustav međugeneracijske solidarnosti. Bejaković navodi sljedeće financijsko - sustavne razloge koji obilježavaju sustav međugeneracijske solidarnosti: osiguranici koji su sudjelovali u sustavu pri njegovom osnivanju plaćali su doprinose po puno nižim stopama nego dok primaju mirovinu po višim stopama tereteći na taj način sadašnje zaposlene. Nadalje, potrebno je istaknuti kako ne postoji povezanost između mirovinskih doprinosa i isplata budući da se sve uplate troše na financiranje današnjih umirovljenika. Svakako je važno ukazati i na problem visine mirovine koja ne ovisi o uplaćenim doprinosima pri čemu mirovinski sustav obilježava solidarnost u pomaganju siromašnima što se ujedno smatra i faktorom koji demotivira "bogatije" da duže rade.

Prethodno navedeni razlozi karakteristični su poglavito za tranzicijske zemlje među kojima je još uvijek i Republika Hrvatska. Uz sve pobrojane razloge, važno je istaknuti i određene specifičnosti hrvatskog mirovinskog sustava. Prvenstveno je riječ o Domovinskom ratu koji je povećao broj starosnih i obiteljskih mirovina na koje su imali pravo stradali ili njihove obitelji no, još uvijek isplaćuju se tzv. partizanske mirovine vezane za drugi svjetski rat. Jednako tako, Bejaković navodi kako je Republika Hrvatska preuzela obvezu isplate mirovina umirovljenicima koje su stekli u bivšim državama Jugoslavije što dodatno opterećuje hrvatski mirovinski sustav.

O važnosti održivosti mirovina i mirovinskih sustava svjedoči i europska mirovinska politika. Europski mirovinski sustav se suočava s problemom financijske održivosti i osiguranjem primjerenih prihoda europskim građanima. Osnovni ciljevi mirovinske politike i politike umirovljenja na razini Europske unije su prema Europa.eu:

- omogućavanje primjerenog dohotka u starijoj dobi uz istodobno osiguranje financijske održivosti
- te povećanje zaposlenosti.

Ispunjenje prethodno navedenih ciljeva zbog ubrzanog starenja europskog stanovništva, smatra se posebno izazovnim. Važno je naglasiti kako mirovine trebaju omogućiti dovoljno dugo trajanje te moraju biti dostatne za uzdržavanje tj. primjeren život svakog pojedinca.

Miletić (2018) navodi kako sve zemlje članice Europske unije se oslanjaju na izračun državnih mirovina pomoću ostvarenih plaća te kao takve pružaju invalidske i mirovine uzdržanih članova napominjući pri tome kako ukupno devet zemalja članica ima obvezne mirovine iz drugog stupa dok je u osam zemalja članica Europske unije obvezna mirovina iz trećeg stupnja. Kada je pak riječ o visini mirovine u Europskoj uniji, potrebno je reći kako visina mirovine u Velikoj Britaniji (prije izlaska Velike Britanije iz Europske unije) i Nizozemskoj je značajno veća nego li je to slučaj u drugim europskim zemljama. Promišljajući

o održivosti mirovinskog sustava, potrebno je obraditi i pojam primjerene mirovine. Sam termin primjerene mirovine moguće je različito tumačiti s čime se slažu i Nestić i Tomić (2012) koji navode kako s jedne strane primjerena mirovina označava zaštitu od siromaštva u starosti dok s druge strane može označiti zahtijevanje omogućavanja zadržavanja ranijeg načina života i samog socijalnog položaja. Članice Europske unije (EU-15) su još 2001. godine postavile ciljeve primjerenosti mirovine, a koje čine:

- sprječavanje siromaštva među starijim osobama,
- održavanjem životnog standarda nakon umirovljenja te
- poticanja unutargeneracijske i međugeneracijske solidarnosti.

Smatra se kako je upravo pitanje primjerene mirovine izuzetno značajno u analizi postojećih mirovinskih sustava, ali i mirovinskih politika te mirovinskih reformi. U cilju definiranja primjerene mirovine, razvijeni su i pokazatelji temeljem kojih se mjeri primjerenost mirovinskih sustava, a među kojima je potrebno istaknuti: indeks siromaštva, modificiranu verziju stope zamjene te pokazatelje solidarnosti i redistribucije. Nadalje, dva su modela temeljem kojih Europska komisija razmatra primjerenost i održivost mirovina (Nestić i Tomić, 2012):

- mjere Odbora za socijalnu zaštitu koji putem svoje radne skupine razvija mjerenje socijalne primjerenosti mirovina te
- mjere Odbora za ekonomsku politiku koji putem svoje radne skupine razvija mjere fiskalne održivosti.

# Literatura

- [1] D. Bakić, Mirovinsko osiguranje, PMF-Matematički odjel, Zagreb, 2007.
- [2] D. Jurlina Alibegović, Reforma mirovinskog sustava: zašto i kako? Ekonomski trendovi i ekonomska politika, Vol. 10. (2000.), No. 79., str. 60. - 87.
- [3] Z. Miletić, Komparativna analiza pokazatelja održivosti i adekvatnosti mirovinskih sustava Sjedinjenih Američkih Država i Europske unije, 2018., <https://hrcak.srce.hr/file/316231>, pristupljeno 20.12.2020.
- [4] J. Milidrag Šmid, Reforma mirovinskog sustava u Republici Hrvatskoj, 2011., dostupno na: <http://socijalno-partnerstvo.hr/wp-content/uploads/2013/04/Izvje%C5%A1taj-Reforma-mirovinskog-sustava-u-Republici-Hrvatskoj.pdf>, pristupljeno 20. prosinca 2020.
- [5] D. Nestić, I. Tomić, Primjerenost mirovina u Hrvatskoj: što mogu očekivati budući umirovljenici? Privredna kretanja i ekonomska politika, Vol. 22 (2012.) , No. 130, str. 61. – 100.
- [6] K. Šorić, Izračun mirovine na temelju individualne kapitalizirane štednje, Ekonomski fakultet, Zagreb
- [7] URL: [https://ec.europa.eu/info/sites/info/files/file\\_import/european-semester\\_thematic-factsheet\\_adequacy-sustainability-pensions\\_hr.pdf](https://ec.europa.eu/info/sites/info/files/file_import/european-semester_thematic-factsheet_adequacy-sustainability-pensions_hr.pdf), pristupljeno 28.12.2020.
- [8] URL: <https://www.ijf.hr/upload/files/file/AMS/zbornik.pdf>, pristupljeno 28.12.2020.

# Sažetak

U ovom radu razmatrani su neki elementi mirovinskog osiguranja. Teorijski je obrađena problematika suvremenih mirovinskih sustava kao uvertira u problematiku izračuna mirovine danas. Pri tome je posebna pozornost stavljena upravo na modele izračuna mirovine temeljene na individualnoj kapitaliziranoj štednji i to modele izračuna pojedinačne mirovine i modele izračuna zajedničke mirovine bez zajamčenog razdoblja i sa zajamčenim razdobljem, obzirom na hrvatski mirovinski sustav. Objašnjena je matematička pozadina svakog od promatranih modela izračuna mirovine u okviru ovog rada.

**Ključne riječi:** mirovinski sustav, pravedna mirovina, sustav kapitalizirane štednje, modeli izračuna mirovine



# Summary

In this paper, some elements of pension insurance are considered. The problems of modern pension systems are theoretically treated as an overture to the problems of calculating pensions today. Special attention was paid to pension calculation models based on individual capitalized savings and individual pension calculation models and joint pension calculation models without a guaranteed period and with a guaranteed period. The mathematical background of each of the observed models of calculating pensions within this paper is explained.

**Key words:** pension system, capitalized saving system, pension calculation models

# Životopis

Rođena sam 11.04.1994. u Osijeku. 2009. godine završavam Osnovnu školu Ivana Filipovića u Osijeku te iste godine upisujem I. gimnaziju u Osijeku. Nakon završetka srednjoškolskog obrazovanja upisujem Odjel za matematiku na Sveučilištu J.J. Strossmayera u Osijeku. 2018. godine završavam preddiplomski studij matematike s temom *Direktan i semidirektan produkt grupa* kod mentora izv.prof.dr.sc. Ivana Matića te tako stječem akademski naziv prvostupnica matematike. Iste godine upisujem diplomski studij financijske matematike i statistike na Odjelu za matematiku.