Analiza osjetljivosti opcija

Bekavac, Rino

Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku
Sveučilišni diplomski studij matematike
Smjer: financijska matematika i statistika

Rino Bekavac

Analiza osjetljivosti opcija

Diplomski rad

Osijek, 2023.

Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku
Sveučilišni diplomski studij matematike
Smjer: financijska matematika i statistika

Rino Bekavac

Analiza osjetljivosti opcija

Diplomski rad

Mentor: izv. prof. dr. sc. Danijel Grahovac

Osijek, 2023.

Sadržaj

1 Uvod

Unutar posljednjih desetljeća trgovanje opcijama raste iznimno brzo. Ne samo da se tradicionalni trgovci dionica sve više odlučuju na opcije zbog zaštite od rizika, veće financijske poluge te arbitraže, već dramatično raste i broj individualnih trgovaca koji su spremni riskirati svoje novce na dnevnoj bazi. Razlog velikog porasta broja individualnih trgovaca leži u tome što je danas za trgovanje opcijama potreban samo pristup internetu. Također u današnje vrijeme su opcije čest način kompenzacije za zaposlenike pogotovo u tehnološkim kompanijama.

U ovom radu prvo će se objasniti osnovni pojmovi vezani uz opcije, zatim će se uvesti i matematički opisati Black-Scholes-Mertonov (BSM) model. Koristeći BSM model analizirati će se osjetljivost europskih opcija na promjene varijabli na tržištu. Na kraju će se predstaviti napredne strategije trgovanja opcijama te će se analizirati i grafički prikazati promjena vrijednosti portfelja za svaku od tih strategija koristeći se opcijskim grcima.

2 Opcije

Definicija 1. *Europska call opcija je ugovor koji vlasniku daje pravo ali ne i obavezu da kupi dionice po unaprijed utvrđenoj cijeni (cijena izvršenja K) na unaprijed dogovoreni datuma (trenutak dospijeća T).*

Definicija 2. *Europska put opcija je ugovor koji vlasniku daje pravo ali ne i obavezu da proda dionice po unaprijed utvrđenoj cijeni (cijena izvršenja K) na unaprijed dogovoreni datuma (trenutak dospijeća T).*

Ako je sa S_T označena cijena dionice u trenutku dospijeća, a s K cijena izvršenja tada trenutku dospijeća za call opcije postoje dvije mogućnosti:

1. $S_T > K$.
2. $S_T \leq K$.

U prvom slučaju je cijena dionice veća od cijene izvršenja i u tom slučaju vlasnik call opcije iskorištava svoje pravo te kupuje dionice po cijeni K. Vrijednost opcije u trenutku dospijeća je u tom slučaju $S_T - K$. U drugom slučaju je cijena dionice jednaka ili manja od cijene izvršenja te je tada vrijednost opcije jednaka 0, tada vlasnik ne koristi svoju opciju jer na tržištu može kupiti dionice po nižoj ili istoj cijeni.

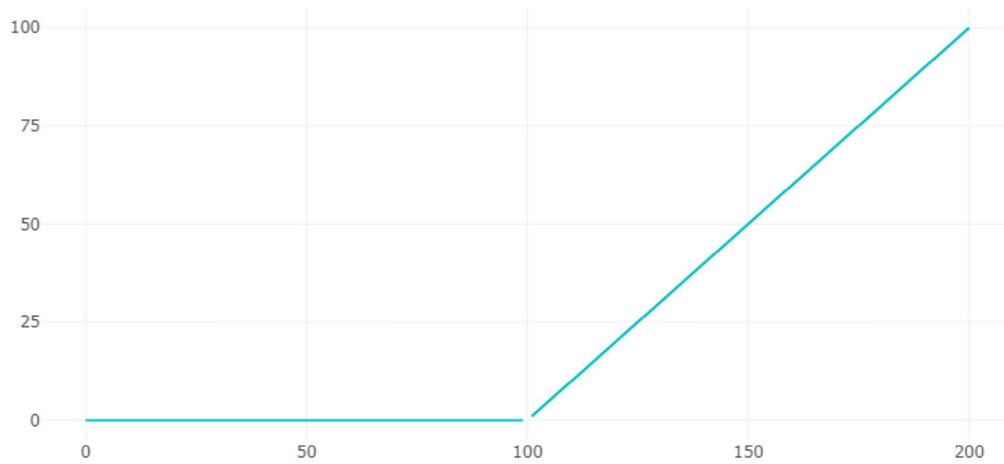
Za slučaj put opcije također postoje dvije mogućnosti:

1. $S_T < K$.
2. $S_T \geq K$.

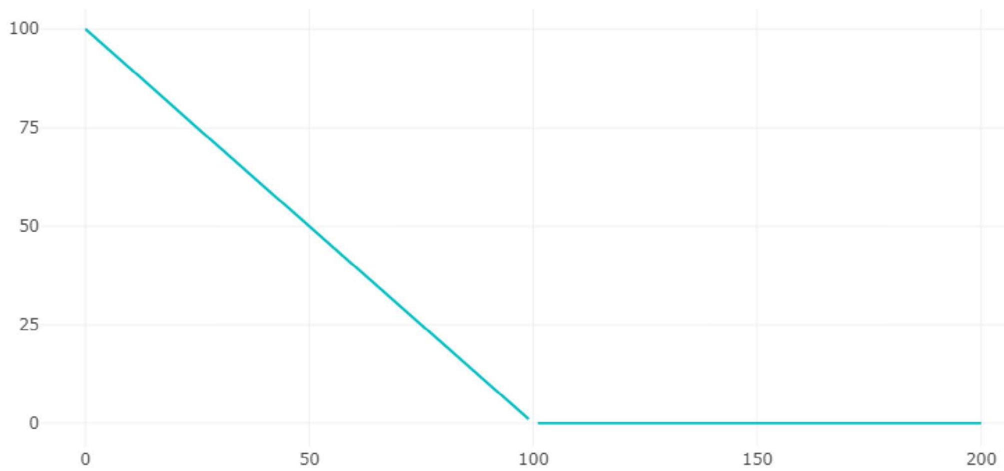
U slučaju da je cijena dionice niža od cijene izvršenja vrijednost put opcije je jednaka $K - S_T$ te tada vlasnik put opcije koristi svoje pravo i prodaje dionice po cijeni izvršenja

K. Ako je cijena dionice viša od cijene izvršenja vrijednost opcije je 0. Vlasnik put opcije ne iskorištava svoje pravo jer na tržištu može prodati dionice po višoj cijeni.

Vrijednosti call i put opcije u trenutku dospijeća s obzirom na cijenu dionice dani su na slikama 1 i 2.



Slika 1: Vrijednost call opcije za cijenu izvršenja $K = 100$



Slika 2: Vrijednost put opcije za cijenu izvršenja $K = 100$

Neka je sa $S_t, t \in [0, T]$ označena vrijednost dionice u nekom trenutku do trenutka dospijeća. Tada se call opcije u trenutku t s obzirom na odnos cijene dionice i cijene izvršenja mogu podijeliti u tri skupine:

1. in the money (ITM) za $S_t > K$.
2. out of the money (OTM) za $S_t < K$.
3. at the money (ATM) za $S_t = K$.

Kako se u današnje vrijeme trgovanje dionicama odvija iznimno brzo tako nije baš uvijek jasno koja je opcija ATM jer je trenutnu cijenu dionice teško odrediti. Zato se često za opcije koje imaju cijenu izvršenja blisku cijeni dionice kaže da su ATM.

Put opcije se također mogu podijeliti u tri skupine po istom kriteriju međutim s različitim predznacima:

1. in the money za (ITM) $S_t < K$.
2. out of the money (OTM) za $S_t > K$.
3. at the money (ATM) za $S_t = K$.

Iz definicija je vidljivo da je za vlasnika opcije njena vrijednost uvijek nenegativan broj dok je za prodavatelja ona uvijek nepozitivan broj. Iz tog razloga kupac opcije prilikom kupovine prodavaču plaća premiju za svoje pravo korištenja opcije. Iz toga se lako zaključuje da kupac call opcije ostvaruje profit samo ako je $S_T - K$ veće od plaćene premije, dok je u suprotnom prodavatelj opcije u profitu. Za put opciju vrijedi da vlasnik ostvaruje profit ako je $K - S_T$ veće od plaćene premije.

Još jedna važna podjela opcija je podjela na europske i američke opcije. Razlika između ove dvije vrste opcija leži u mogućnosti izvršenja. Europske opcije vlasniku daju pravo izvršenja na datum dospijeća dok američke opcije vlasniku daju pravo izvršenja u bilo kojem trenutku do datuma dospijeća.

2.1 Ograničenja na premiju

Kod valuacija europskih opcija važno je primijetiti komponente od kojih se sastoji njena vrijednost. Prva komponenta je intrinzična vrijednost opcije tj. razlika između trenutne cijene dionice i cijene izvršenja. Matematički prikaz intrinzične vrijednosti dan je sljedećim izrazima:

$$
\begin{aligned}
c_t^{real} &= \max(S_t - K, 0), \\
p_t^{real} &= \max(K - S_t, 0),
\end{aligned}
$$

gdje je c_t^{real} intrinzična vrijednost call opcije, p_t^{real} intrinzična vrijednost put opcije, K cijena izvršenja i S_t trenutna cijena dionice.

Druga komponenta vrijednosti opcije je vremenska. Ona se dobije oduzimanjem intrinzične vrijednosti od plaćene premije. Na njenu ukupnu vrijednost utječu volatilnost, vrijeme do dospijeća, kamatna stopa, i ostali faktori koji utječu na šansu da opcija postane ITM. Važna komponenta vremenske vrijednosti je implicirana volatilnost koja se može shvatiti kao očekivanje sudionika tržišta o tome kolike će se promjene cijena događati. Naime, što se očekuju veće promjene cijena, to je šansa da opcija postane ITM veća. Iz ovog razloga rastom implicirane volatilnosti raste cijena opcija. Također duže vrijeme do dospijeća daje veće šanse za pozitivnim ishodom pa rastom vremena do dospijeća raste vremenska vrijednost opcije. U slučaju dvije opcije na istu dionicu s istom cijenom izvršenja uvijek će biti skuplja ona s dužim vremenom do dospijeća.

Kako bi se osiguralo da na tržištu ne postoji šansa za arbitražom postoje ograničenja na premiju za call i put opcije te određeni uvjeti na odnos između cijene europske call i put opcije. Prvo razmotrimo gornje ograde na cijene opcija. U daljnjem radu će s c_t i p_t označavati vrijednost europskih call i put opcija u trenutku t. Tako su c_0 i p_0 početne cijene opcija a c_T i p_T cijene opcija u trenutku dospijeća. Po [2. str $238-241$] za gornje ograde opcija vrijede sljedeće jednadžbe:

1. $c_t \leq S_t$,
2. $p_t \leq Ke^{-r(T-t)}$,

gdje je r nerizična kamatna stopa, a $T-t$ vrijeme do dospijeća. Ukoliko bi vrijedilo $c_t > S_t$ trgovac bi u trenutku t mogao kupiti dionice po cijeni S_t te prodati call opcije po cijeni c_t i time bi u trenutku dospijeća ostvario profit u minimalnoj vrijednosti $S_t - c_t$. Drugi izraz govori da cijena put opcije ne može biti veća od sadašnje vrijednosti cijene izvršenja. U slučaju kad bi vrijedila suprotna jednakost trgovac bi u trenutku t mogao prodati put opciju i investirati novac po nerizičnoj kamatnoj stopi te time u trenutku dospijeća realizirati bezrizičan profit.

Po [2. str. $238-241$] za donje ograde cijena opcije vrijede sljedeći izrazi:

1. $c_t \geq \max(S_t - Ke^{-r(T-t)}, 0)$.
2. $p_t \geq \max(Ke^{-r(T-t)} - S_t, 0)$.

Prvi izraz tvrdi da je cijena call opcije uvijek veća ili jednaka razlici trenutne cijene dionice i sadašnje vrijednosti cijene izvršenja. U suprotnom bi trgovac mogao shortati dionicu, kupiti call opciju te investirati novac po nerizičnoj kamatnoj stopi i time bi se napravila arbitraža. Izraz za donju granicu cijene put opcije tvrdi da je cijena put opcije uvijek veća ili jednaka razlici sadašnje vrijednosti cijene izvršenja i trenutne cijene dionice. U suprotnom trgovac bi mogao stvoriti arbitražu ako posudi novac po nerizičnoj kamatnoj stopi te s tim novcem kupi dionice i put opcije. U trenutku dospijeća bi ostvario profit.

2.2 Put-call paritet

Osim što cijene opcija moraju ostati unutar donje i gornje granice da se ne bi mogla ostvariti arbitraža međusobne cijene call i put opcija moraju također biti u ravnoteži. Prema [4] put-call paritet dan je sljedećom formulom:

$$c_t = p_t + S_t - Ke^{-r(T-t)} \tag{1}$$

Put-call paritet tvrdi da cijena call opcije mora biti jednaka zbroju cijene put opcije i sadašnje vrijednosti dionice umanjene za sadašnju vrijednost cijene izvršenja. Ukoliko ovaj izraz ne bi vrijedio trgovac bi mogao ostvariti arbitražu na tržištu koristeći nesklad u cijenama.

3 Black-Scholes-Mertonov model

Najzastupljeniji model za valuaciju europskih opcija je Black-Scholes-Mertonov (BSM) model. Model je nastao 1973. godine. Jedna od pretpostavi modela je ta da cijene dionica prate geometrijsko Brownovo gibanje pa su prema [5] u nastavku dane definicije Brownovog gibanja i geometrijskog Brownovog gibanja.

Definicija 3. *Slučajni proces* $\{W_t, t \geq 0\}$ *na vjerojatnosnom prostoru* $\{\Omega, F, P\}$ *naziva se Brownovo gibanje ako za njega vrijedi:*

1. $W_0 = 0$ *g.s. odnosno* $P(B_0 = 0) = 1$.
2. $W_t - W_S \sim N(0, t-s), \forall t, s$ *takve da* $t > s \geq 0$ *odnosno prirasti Brownovog gibanja na jednakim vremenskim intervalima su jednako distribuirani (stacionarnost prirasta).*
3. $\forall t_0, ...t,_n \geq 0$ *t.d. je* $t_0 < ... < t_n$ *slučajne varijable* $W_{t_1} - W_{t_0}, ..., W_{t_n} - W_{t_{n-1}}$ *su nezavisne, odnosno prirasti Brownovog gibanja na disjunktnim vremenskim intervalima su nezavisni (nezavisnost prirasta).*

Definicija 4. *Geometrijsko Brownovo gibanje je slučajan proces* $\{W_t, t \geq 0\}$ *gdje je:*

$$S_t = S_0 e^{\sigma W_t + (\alpha - 1/2\sigma^2)t}, \alpha \in \mathbb{R}, \sigma > 0,$$

pri čemu je $\{W_t, t \geq 0\}$ *Brownovo gibanje.*

3.1 BSM formula

Bitan pojam pri izvođenju BSM formule je replicirajući portfelj. To je portfelj čija je vrijednost u bilo kojem trenutku do dospijeća jednaka vrijednosti opcije. Cijena opcije u trenutku $t = 0$ bit će jednaka vrijednosti replicirajućeg portfelja u trenutku $t = 0$. Kako se portfelj sastoji od dva instrumenta od kojih je prvi novac koji se može posuđivati i ulagati po neprekidnoj kamatnoj stopi, a drugi dionica za čiju se cijenu pri modeliranju koristi Brownovo gibanje. Kako je geometrijsko Brownovo gibanje rješenje sljedeće stohastičke diferencijalne jednadžbe tako je prema [5] BSM model dan s:

$$dS(t) = \alpha S(t)dt + \sigma S(t)dW(t).$$

Jasno je vidljivo da je vrijednost novca jednaka razlici vrijednosti portfelja i vrijednosti dionica. Tako je na intervalu $[t, t+dt]$ promjena vrijednosti portfelja dana sljedećim izrazom:

$$\begin{aligned} dV(t) &= \delta(t)dS(t) + r(V(t) - \delta(t)S(t))dt, \\ dV(t) &= \delta(t)(\alpha S(t)dt + \sigma S(t)dW(t) + r(V(t) - \delta(t)S(t))dt, \\ dV(t) &= rV(t)dt + \delta(t)(\alpha - r)S(t)dt + \delta(t)\sigma S(t)dW(t), \end{aligned}$$

gdje je $V(t)$ vrijednost portfelja te $\delta(t)$ broj dionica.

Koristeći funkciju $e^{-rt}x$ u Itovoj formuli[1] dobiju se jednadžbe za sadašnju vrijednost cijene dionice i portfelja:

$$d(e^{-rt}S(t)) = (\alpha - r)e^{-rt}S(t)dt + \sigma e^{-rt}S(t)dW(t),$$

$$d(e^{-rt}V(t)) = \delta(t)d(e^{-rt}S(t)). \tag{2}$$

BSM model pretpostavlja da vrijednost opcije u trenutku t ovisi o vremenu do dospijeća, cijeni dionice, cijeni izvršenja, volatilnosti i kamatnoj stopi. Kako je cijena izvršenja unaprijed dogovorena a volatilnost i kamatna stopa se po pretpostavci ne mijenjaju kroz život opcije tako se vrijednost call opcije može označiti kao funkcija od t i $S(t)$ tj. $c(t, S(t))$. Važno je napomenuti kako je cijena call opcije slučajan proces. Kako bi se izračunala funkcija $c(t, S(t))$ koristi se Itova formula te se raspisom dobiva sljedeći izraz:

$$\begin{aligned} dc(t, S(t)) = [c_t(t, S(t)) + \alpha S(t)c_x(t, S(t)) + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2(t)c_{xx}(t, S(t))]dt \\ + \sigma S(t)c_x(t, S(t)))dW(t). \end{aligned}$$

Koristeći diskontni faktor uz Itovu formulu dobiva se sadašnja vrijednost call opcije:

$$\begin{aligned} d(e^{-rt}c(t, S(t))) = e^{-rt}[-rc(t, S(t)) + c_t(t, S(t)) + \alpha S(t)c_x(t, S(t)) + \\ \frac{1}{2}\sigma^2 S^2(t)c_{xx}(t, S(t))]dt + e^{-rt}\sigma S(t)c_x(t, S(t)dW(t). \end{aligned} \tag{3}$$

Kako bi se zadovoljila pretpostavka replicirajućeg portfelja potrebno je da vrijedi sljedeća jednadžba:

$$d(e^{-rt}V(t)) = d(e^{-rt}c(t, S(t))).$$

Lijevi dio jednadžbe predstavlja sadašnju vrijednost portfelja koji je prikazan u jednadžbi (2) dok desni predstavlja sadašnju vrijednost call opcije koja je prikazana u jednadžbi (3). Kako bi se došlo do rješenja izjednačavaju se članovi. Prvo rješavajući članove uz $dW(t)$ se dolazi do sljedećeg zaključka:

$$\delta(t) = c_x(t, s(t)).$$

Izraz s desne strane se naziva delta funkcije te je jako bitna mjera rizika pa će stoga biti detaljnije objašnjena u kasnijim poglavljima. Rješavanjem članova uz dt se dolazi do sljedeće jednadžbe:

$$rc(t, S(t)) = c_t(t, S(t)) + rS(t)c_x(t, S(t)) + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2(t)c_{xx}(t, S(t)).$$

Da bi se pronašla funkcija za vrijednost call opcije treba se riješiti parcijalna diferencijalna jednadžba:

$$c_t(t, x) + rxc_x(t, x) + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 c_{xx}(t, x) = rc(t, x).$$

[1] Za više detalja oko Itove formule pogledati [5].

Riješavanjem ove jednadžbe uz početni uvjet $c(T,x) = \max(x-K,0)$ se dolazi do BSM formule koja glasi:

$$c(T-t, S_t, K, r, \sigma) = S_t N(d_1(T-t, S)) - Ke^{-r(T-t)} N(d_2(T-t, S_t)),$$

gdje su:

1. $d_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}}[\log\frac{S_t}{K} + (r + \frac{\sigma^2}{2})(T-t)]$,
2. $d_2 = \frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}}[\log\frac{S_t}{K} + (r - \frac{\sigma^2}{2})(T-t)] = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$,
3. $T-t$ vrijeme do dospijeća,
4. K cijena izvršenja,
5. σ volatilnost,
6. r kamatna stopa,
7. S_t trenutna cijena dionice,
8. N funkcija distribucije standardne normalne distribucije.

Koristeći formulu put-call pariteta (1) dolazi se do funkcije za vrijednost put opcije uz iste oznake kao i kod call opcije te ona glasi:

$$p(T-t, S_t, K, r, \sigma) = Ke^{-r(T-t)} N(-d_2((T-t), S_t)) - S_t(-d_1(T-t, S_t))$$

Uz izvedene BSM formule za cijene opcija važno je napomenuti pretpostavke modela:

1. tržište je efikasno (sve informacije su poznate svima, nema troškova transakcija, sudionici su racionalni, mogućnost posuđivanja i ulaganja novca po istim stopama),
2. nema isplate dividendi za vrijeme života opcije,
3. kamatna stopa i volatilnost su konstantni,
4. kontinuirana promjena cijene dionice,
5. cijena dionice ima lognormalnu distribuciju.

4 Osjetljivost cijene opcija

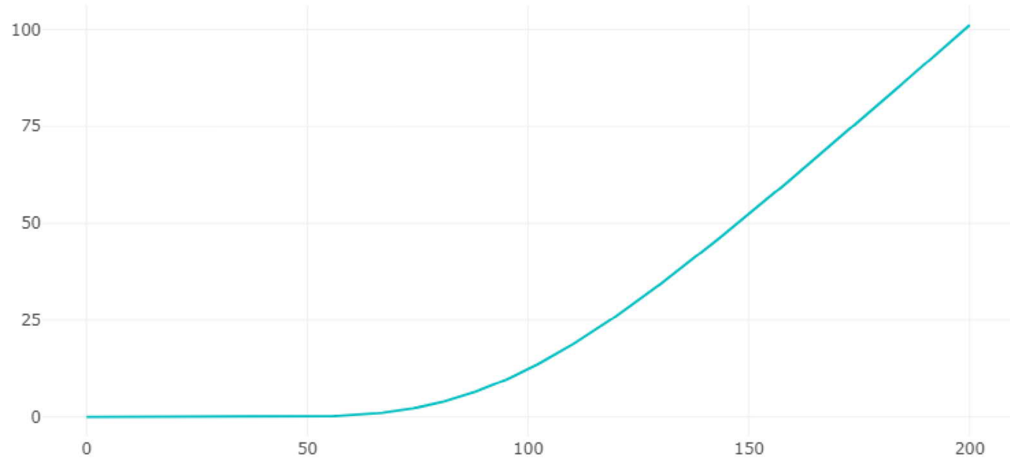
Iz BSM modela je vidljivo da cijena opcije ovisi o sljedećim varijablama: cijeni izvršenja, cijeni dionice, vremenu do dospijeća, volatilnosti te kamatnoj stopi. Da bi se provela analiza utjecaja varijabli na cijenu opcije promatrati će se promjena vrijednosti jedne varijable u BSM modelu uz ostale varijable fiksirane. Nakon toga će se u sljedećim potpoglavljima promatrati parcijalne derivacije BSM formule po zadanim varijablama da se vidi utjecaj promjene svake varijable na promjenu cijene opcije. Te derivacije se unutar BSM modela nazivaju grci.

Cijena izvršenja je unaprijed dogovorena i fiksirana te se time ne mijenja kroz vrijeme. Kako opcija ima svoju intrinzičnu vrijednost tj. razliku između cijene izvršenja i trenutne cijene dionice te ekstrinzičnu vrijednost tj. vremensku vrijednost tako uz sve ostale varijable fiksirane viša cijena izvršenja vodi nižoj vrijednosti call opcije te višoj vrijednosti put opcije te obrnuto niža cijena izvršenja vodi višoj vrijednosti call opcije te nižoj vrijednosti put opcije. Prema [1. str 221. i 229.] deriviranjem BSM formule za call i put opciju po cijeni izvršenja dobiju se sljedeće jednadžbe:

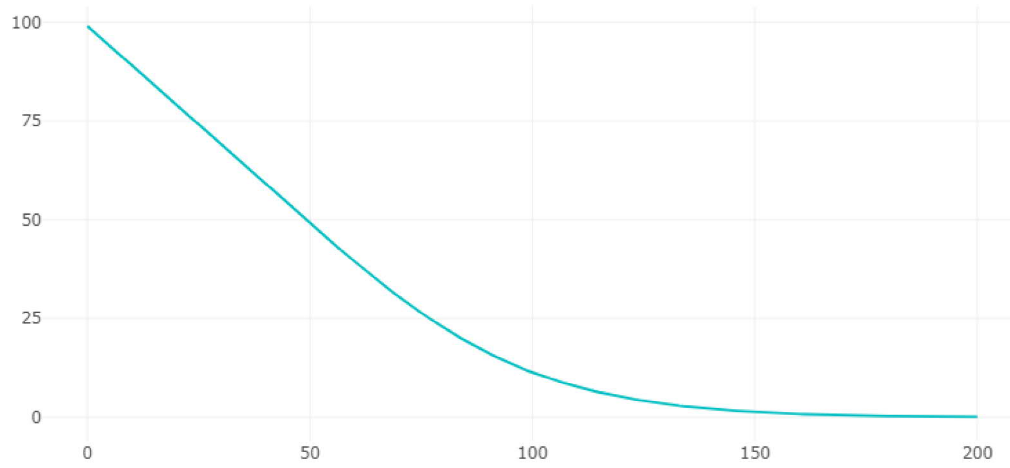
$$\frac{dc}{dK} = -e^{-rt}N(d_2) \leq 0,$$
$$\frac{dp}{dK} = -e^{-rt}N(d_2) + e^{-rt} \geq 0,$$

što potvrđuje prethodno iznesene izjave.

Slično kao i u slučaju s cijenom izvršenja, zbog svoje intrinzične vrijednosti rastom cijene dionice raste vrijednost call opcije a pada vrijednost put opcije te s padom cijene dionice pada vrijednost call opcije te raste vrijednost put opcije. Na grafovima su na y-osi prikazane vrijednosti za c_0 i p_0 s obzirom na cijenu dionice. Treba napomenuti kako će u ovom poglavlju $T = 1$ značiti da do dospijeća ima jedna godina.

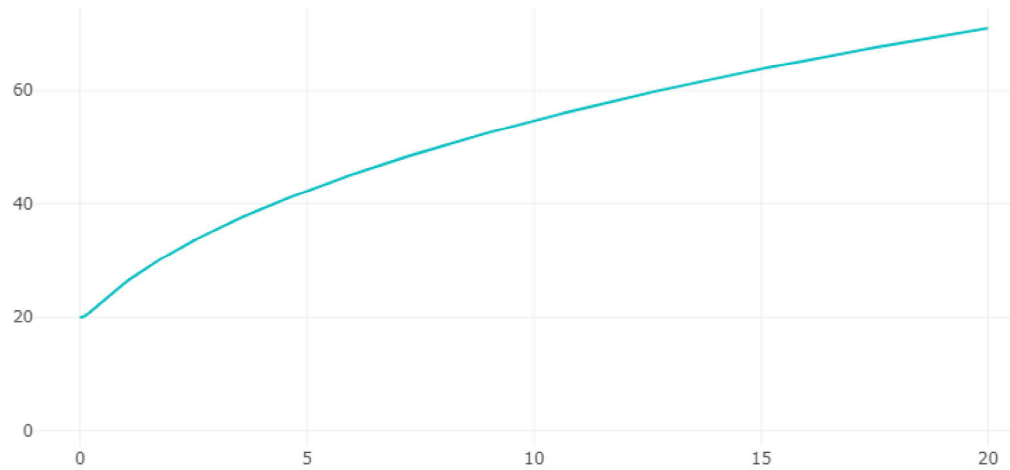


Slika 3: Vrijednost call opcije s obzirom na cijenu dionice za $K = 100, r = 1\%, T = 1, \sigma = 30\%$

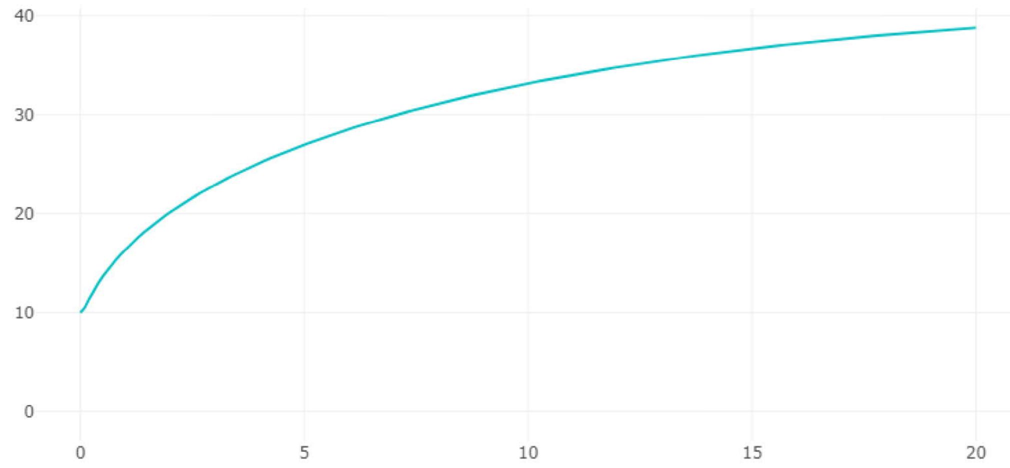


Slika 4: Vrijednost put opcije s obzirom na cijenu dionice za $K = 100, r = 1\%, T = 1, \sigma = 30\%$

Kako call (put) opcija vlasniku daje pravo ali ne i obavezu da kupi (proda) dionice na određeni datuma, te činjenice da vrijednost opcije ne može pasti ispod nule dok gornja ograda na vrijednost opcije ne postoji, tako i duže vrijeme do dospijeća daje veće šanse za pozitivan ishod. Samim time duže vrijeme do dospijeća sa sobom nosi i veću premiju. Na sljedećim slikama su na y-osi prikazane vrijednosti c_0 i s_0, a na x-osi $T - t, t \in [0, T], T = 20$.



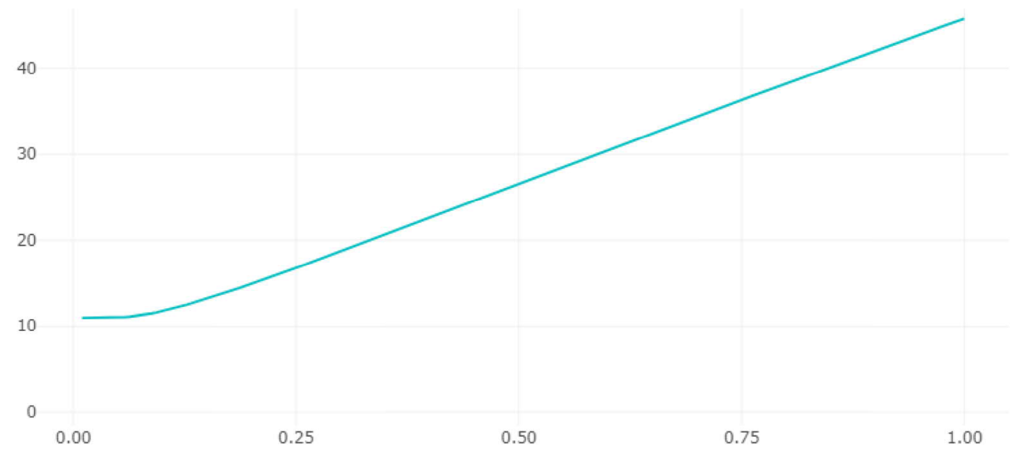
Slika 5: Vrijednost call opcije s obzirom na vrijeme do dospijeća za $S = 120, K = 100, r = 1\%, \sigma = 30\%$



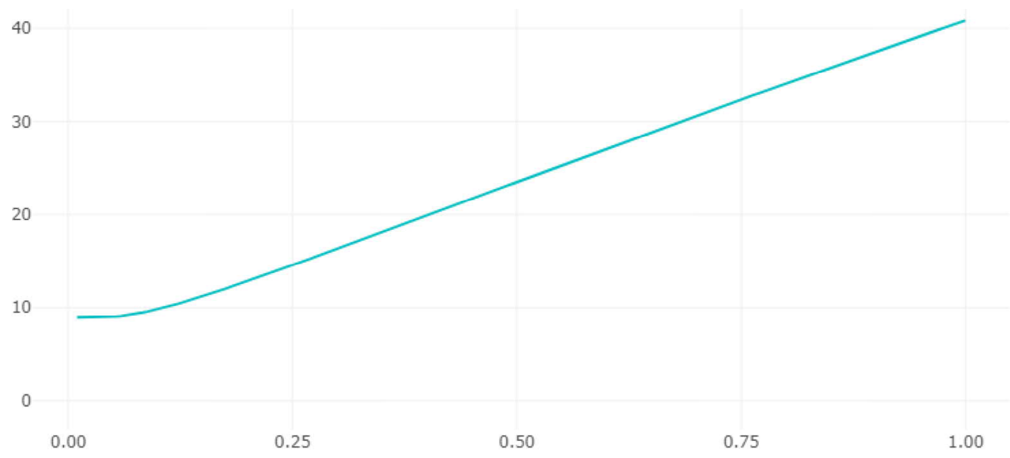
Slika 6: Vrijednost put opcije s obzirom na vrijeme do dospijeća za $S = 90, K = 100, r = 1\%, \sigma = 30\%$

Također se da primjetiti da se vrijednost opcije približava svojoj intrinzičnoj vrijednosti kako se smanjuje vrijeme do dospijeća, te u trenutku izvršenja je njena vrijednost jednaka intrinzičnoj vrijednosti.

Volatilnost predstavlja „brzinu" kretanja cijene dionice tj. koliko velike promjene cijena se očekuju kroz neki vremenski period. Kao i kod vremena do dospijeća veća volatilnost nosi veće šanse za pozitivan ishod pa time i veće premije. Na sljedećim slikama su na y-osi prikazane vrijednosti c_0 i p_0 s obzirom na volatilnost.

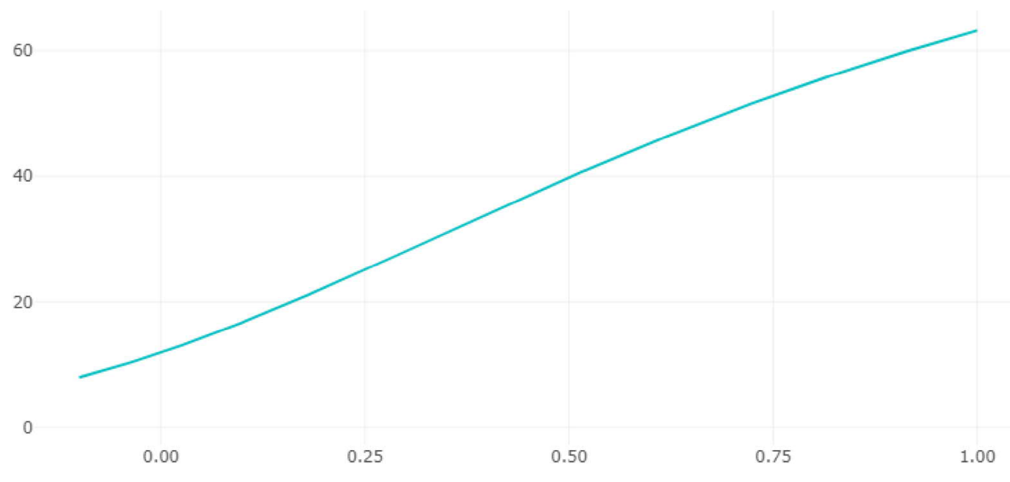


Slika 7: Vrijednost call opcije s obzirom na volatilnost za $S = 110, K = 100, r = 1\%, T = 1$

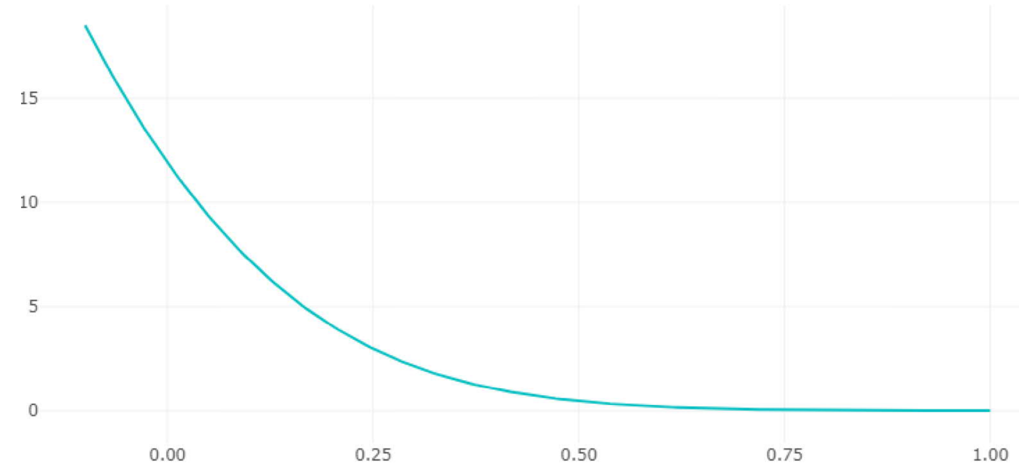


Slika 8: Vrijednost put opcije s obzirom na volatilnost za $S = 90, K = 100, r = 1\%, T = 1$

Kako prodaja/kupnja rezultira kreditom/debitom tako kamatne stope utječu na cijenu opcija budući sa sobom nose „carrying costove". Naime call opcija je zamjena za kupovinu dionica međutim cijena opcije je puno manja nego cijena dionice pa samim time kupovinom opcije ostavlja se više novaca koji se mogu uložiti za ukamaćivanje po danoj kamatnoj stopi. Budući viša kamatna stopa privlači ulagače na ulaganje u banke, a ne trošenje u druge investicije tako call opcije postaju primamljivije rastom kamatnih stopa. Budući rastom kamatnih stopa više ljudi ulaže u call opcije onda potražnja raste pa time i njihova cijena. S druge strane put opcija zamjenjuje prodaju dionica te zbog manje novčane vrijednosti u odnosu na dionice prodavač dobiva manji kredit. Manjim iznosom kredita trgovac ima manje novaca za ukamaćivati tako vrijednost put opcija pada rastom kamatnih stopa. Na sljedećim slikama su na y-osi prikazane vrijednosti za c_0 i p_0 s obzirom na kamatnu stopu.



Slika 9: Vrijednost call opcije s obzirom na kamatnu stopu za $S = 100, K = 100, T = 1, \sigma = 30\%$



Slika 10: Vrijednost put opcije s obzirom na kamatnu stopu za $S = 100, K = 100, T = 1, \sigma = 30\%$

4.1 Delta

Delta opisuje promjenu vrijednosti opcije s obzirom na promjenu cijene dionice. U okviru BSM modela deltu možemo precizno definirati kao parcijalnu derivaciju BSM formule po cijeni dionice. Parcijalnom derivacijom BSM formule po cijeni dionice uz napomenu da je $n(x)$ funkcija gustoće normalne distribucije dolazi se do izraza za deltu uz oznaku $\frac{dc}{dS} = \Delta_c$:

$$\begin{aligned}\Delta_c &= \frac{d}{dS_t}(S_tN(d_1) - Ke^{-r(T-t)}N(d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)})),\\ &= \frac{d}{dS_t}(S_tN(d_1)) - \frac{d}{dS_t}(Ke^{r(T-t)}N(d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)})),\\ &= (N(d_1) + S_tn(d_1)\frac{d}{dS_t}(d_1)) - Ke^{-r(T-t)}n(d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)})\frac{d}{dS_t}(d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)}),\\ &= N(d_1) + S_tn(d_1)\frac{d(d_1)}{dS_t} - Ke^{-r(T-t)}n(d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)})\frac{d(d_1)}{dS_t}. \end{aligned} \tag{4}$$

Korištenjem funkcije gustoće normalne distribucije pokaže se da za $n(d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)})$ vrijedi sljedeće:

$$n(d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)}) = n(d_1)\frac{S_t}{K}e^{r(T-t)}. \tag{5}$$

Uvrštavanjem jednadžbe (5) u jednadžbu (4) dobiva se sljedeći izraz:

$$\begin{aligned}\Delta_c &= N(d_1) + S_tn(d_1)\frac{d(d_1)}{dS_t} - Ke^{-r(T-t)}n(d_1)\frac{S_t}{K}e^{r(T-t)}\frac{d(d_1)}{dS_t},\\ &= N(d_1) + S_tn(d_1)\frac{d(d_1)}{dS_t} - S_tn(d_1)\frac{d(d_1)}{dS_t} = N(d_1)\\ &= N(\frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}}[\log\frac{S_t}{K} + (r + \frac{\sigma^2}{2})(T-t)]) \geq 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Sličnim postupkom uz korištenje činjenice da za normalnu distribuciju vrijedi: $N(-x) = 1 - N(x)$ se dolazi do delte put opcije. Ona ima sljedeći oblik:

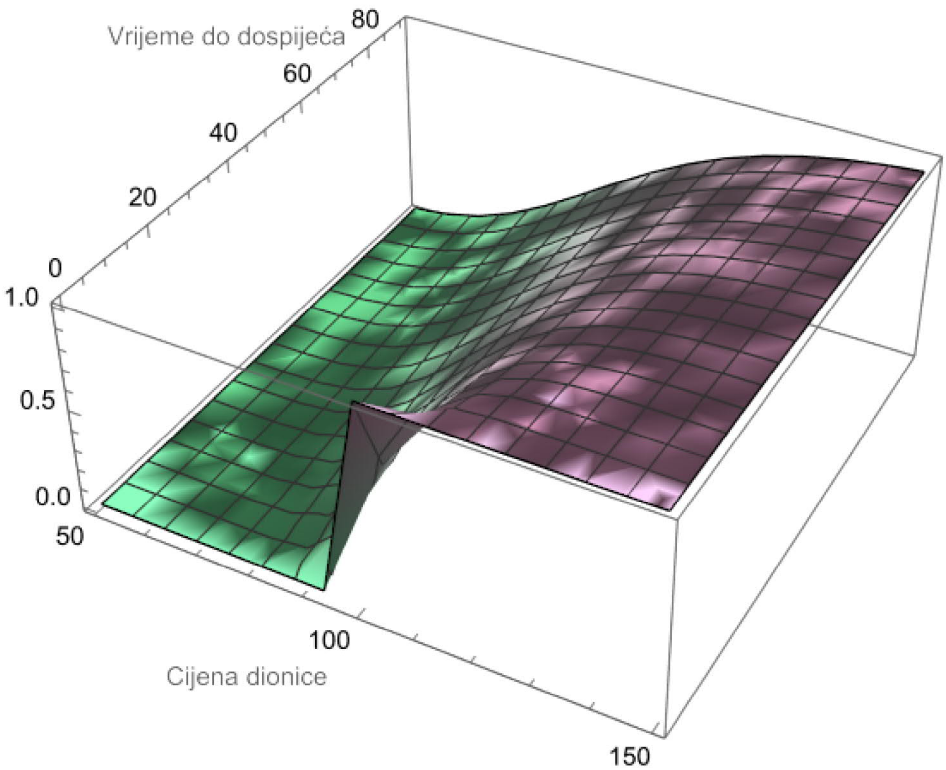
$$\Delta_p = \frac{dp}{dS_t} = N(d_1) - 1 = N(\frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}}[\log\frac{S_t}{K} + (r + \frac{\sigma^2}{2})(T-t)]) - 1 \leq 0.$$

Jasno je vidljivo da je delta call opcije uvijek pozitivna dok je delta put opcije uvijek negativna. Ovo matematički potvrđuje prethodno donesene zaključke da rastom cijene dionice raste cijena call opcije a pada cijena put opcije i obrnuto.

Prema [4. poglavlje 6.] izvan okvira BSM modela delta se može definirati kao broj dionica koje je potrebno kupiti da bi vlasniku bilo isto posjeduje li dionice ili opciju. Neka je primjerice delta opcije 0.6. Kako opcija daje pravo kupovine 100 dionica tada sa svakom jediničnom promjenom vrijednosti dionice vrijednost opcije raste za 60 novčanih jedinica. Delta u ovoj definiciji govori vlasniku opcije da mu je s obzirom na promjenu cijene dionice isto posjeduje li tu jednu opciju ili 60 dionica. Naime ako cijena dionice naraste za 1 NJ tada će vrijednost portfelja od 60 dionica narasti za 60 NJ. S druge strane vrijednost portfelja s opcijom će narasti također za 60 NJ. Ova definicija se često koristi ukoliko investitor želi koristiti deltu kao sredstvo za zaštitu od rizika.

Prema [4. poglavlje 6.] ponekad se delta definira i kao vjerojatnost da će opcija završiti ITM. Ova definicija nikako nije matematički točna međutim navedena je zbog svoje široke uporabe. Obično će trgovci opcijama za call opciju s deltom 0.75 reći da ima 75 posto šanse da završi ITM dok će za onu s deltom 0.2 reći da ima 20 posto šanse. Isto vrijedi za put opcije samo sa suprotnim predznacima.

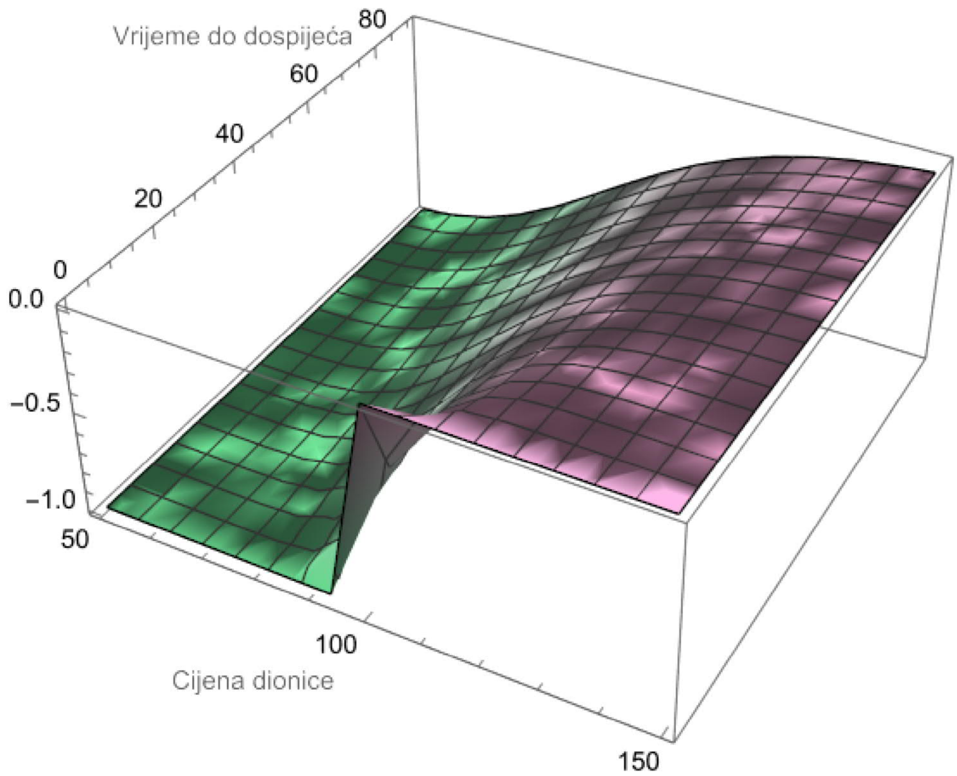
Vrijednost delte kroz život opcije nije konstantna. Na nju utječu različiti faktori međutim najviše cijena dionice. Na grafu je dana delta call opcije s obzirom na cijenu dionice i vrijeme do dospijeća.



Slika 11: Vrijednost delte call opcije s obzirom na cijenu dionice i vrijeme do dospijeća za $K = 100$

Vidljivo je da je delta za call opciju nenegativan broj manji od 1. Što je cijena dionice dalja od cijene izvršenja tako delta poprima rubne vrijednosti. Ako je opcija iznimno ITM tada je njena delta jako blizu 1 te se opcija ponaša slično kao i dionica dok je u slučaju da je opcija jako OTM njena delta blizu 0 te promjene cijene dionice jako malo mijenjaju cijenu opcije. Iz grafa se također da primjetiti da i istek vremena utječe na deltu opcije. Naime u slučaju da je cijena dionice konstantna i veća od cijene izvršenja tada smanjenje vremena do dospijeća približava vrijednost delte jedinici. U suprotnom slučaju ako je cijena dionice konstanta i niža od cijene izvršenja protek vremena približava deltu nuli jer se smanjuje šansa da opcija postane profitabilna. Delta najveće oscilacije s protekom vremena ima za cijene dionice koje su blizu cijeni izvršenja. Takvim opcijama je delta jako blizu 0.5 te se jako brzo mijenja.

Na sljedećem grafu je dana delta put opcije:



Slika 12: Vrijednost delte put opcije s obzirom na cijenu dionice i vrijeme do dospijeća za $K = 100$

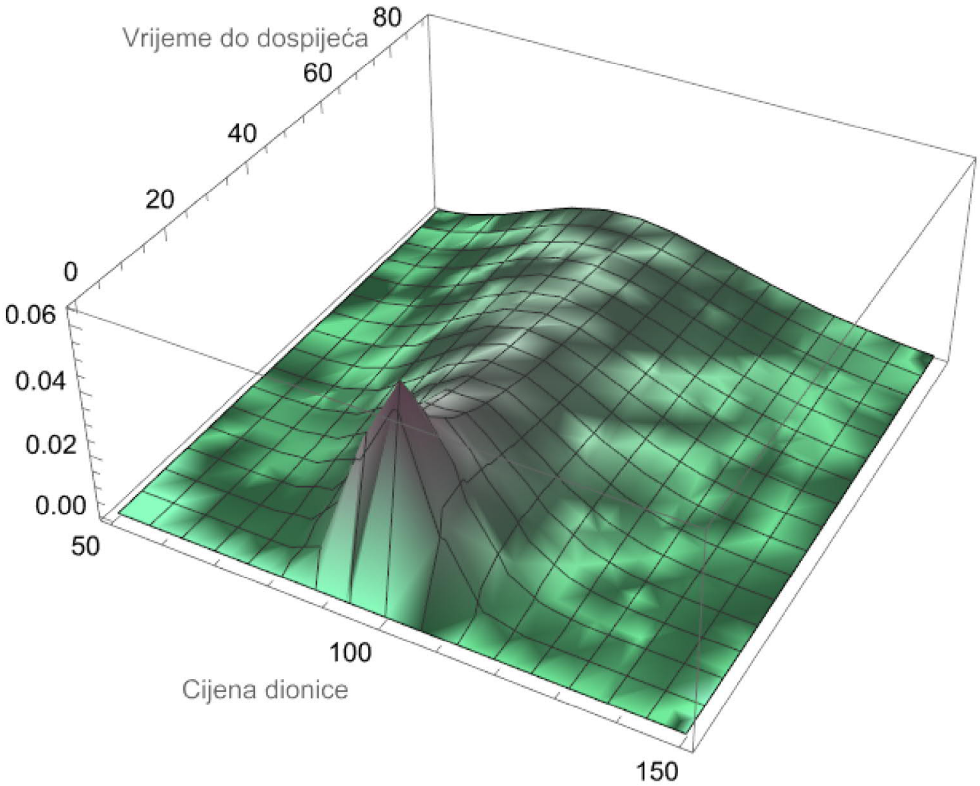
Lako se da primjetiti da je delta put opcije simetrična delti call opcije. Samo za nju vrijedi da je uvijek nepozitivan broj veći od -1. Svi efekti koje je promjena cijene dionice imala na deltu call opcije su suprotni onima koje ima na vrijednost put opcije. Dok je efekt isteka vremena jako sličan. U slučaju da cijena dionice nije blizu cijeni izvršenja prolaskom vremena se vrijednosti delte približavaju rubnim vrijednostima dok je za cijenu dionice blizu cijeni izvršenja delta približno jednaka 0.5 te je jako promjenjiva.

4.2 Gamma

Promjenom cijene dionice mijenja se cijena opcije te vrijednost delte. Kako je vidljivo sa slike 11 i slike 12 promjena delte nije konstantna. Što je cijena dionice bliža cijeni izvršenja to je nagib delte veći i time se brže mijenja. U slučaju rubnih vrijednosti nagib delte se smanjuje i time se ona sporije mijenja. Promjena delte naziva se gamma. Gamma predstavlja drugu derivaciju BSM formule po cijeni dionice odnosno derivacija delte uz oznake $\frac{d^2c}{dS^2} = \Gamma$ i korištenje jednadžbe (6) dobiva se na sljedeći način:

$$\begin{aligned}\Gamma &= \frac{d}{dS_t}N(d_1),\\ &= n(d_1)\frac{d}{dS_t}(d_1),\\ &= \frac{1}{S_t\sigma\sqrt{(T-t)}}n(d_1)\\ &= \frac{1}{S_t\sigma\sqrt{T-t}}n(\frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}}[\log\frac{S_t}{K}+(r+\frac{\sigma^2}{2})(T-t)])\geq 0.\end{aligned}$$

Lako se zaključi da je gamma put opcije jednaka gammi call opcije te nenegativna. Kao i delta gamma nije konstantna jer kad bi bila uz uvjet da cijena dionice može rasti neograničeno delta bi morala izaći iz svojih granica. Na slici je dana gamma call i put opcije:



Slika 13: Vrijednost gamme call i put opcije s obzirom na cijenu dionice i vrijeme do dospijeća za $K = 100$

Uspoređujući grafove gamme i delte vidljivo je da tamo gdje delta ima najveći nagib gamma ima najveću vrijednost i to je kad je cijena dionice blizu cijeni izvršenja. Također je vidljivo da kako se vrijeme do dospijeća smanjuje tako se gamma ITM i OTM opcija smanjuje dok gamma ATM opcija raste.

4.3 Theta

Efekt smanjenja vremena do dospijeća na vrijednost opcije se naziva theta. Kako je vrijeme do dospijeća do sada označavano s $T - t$ tako zavisnost dolazi kroz promjenu od t i uz oznake $\frac{dc}{dt} = \Theta_c$ dana je sljedećom formulom:

$$\begin{aligned}
\Theta_c &= \frac{d}{dt}(S_t N(d_1) - Ke^{-r(T-t)} N(d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)})), \\
&= \frac{d}{dt}(S_t N(d_1)) - \frac{d}{dt}(Ke^{r(T-t)} N(d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)})), \\
&= S_t \frac{d}{dt} N(d_1) - K\frac{d}{dt}(e^{-r(T-t)} N(d_1 - \sigma\sqrt{T-t})) \qquad (7)
\end{aligned}$$

Sada se svaki član rješava zasebno:

$$S_t \frac{d}{dt} N(d_1) = S_t(\frac{d}{dt} N(d_1)) = S_t n(d_1) \frac{d(d_1)}{dt}. \qquad (8)$$

Dok za drugi član uz korištenje formule (5) vrijedi sljedeće:

$$\begin{aligned}
&K\frac{d}{dt}(e^{-r(T-t)} N(d_1 - \sigma\sqrt{T-t})) = \\
&K(e^{-r(T-t)} \frac{d}{dt} N(d_1 - \sigma\sqrt{T-t}) + N(d_1 - \sigma\sqrt{T-t}) \frac{d}{dt} e^{-r(T-t)}), \\
&= Ke^{-r(T-t)} n(d_1 - \sigma\sqrt{T-t})(\frac{d(d_1)}{dt} + \frac{\sigma}{2\sqrt{T-t}}) + KN(d_1 - \sigma\sqrt{T-t}) e^{-r(T-t)} r, \\
&= Ke^{-r(T-t)} n(d_1) \frac{S_t}{K} e^{-r(T-t)} (\frac{d(d_1)}{dt} + \frac{\sigma}{2\sqrt{T-t}}) + KN(d_1 - \sigma\sqrt{T-t}) e^{-r(T-t)} r, \\
&= S_t n(d_1) \frac{d(d_1)}{dt} + S_t N(d_1) \frac{\sigma}{2\sqrt{T-t}} + KN(d_1 - \sigma\sqrt{T-t}) e^{-r(T-t)} r. \qquad (9)
\end{aligned}$$

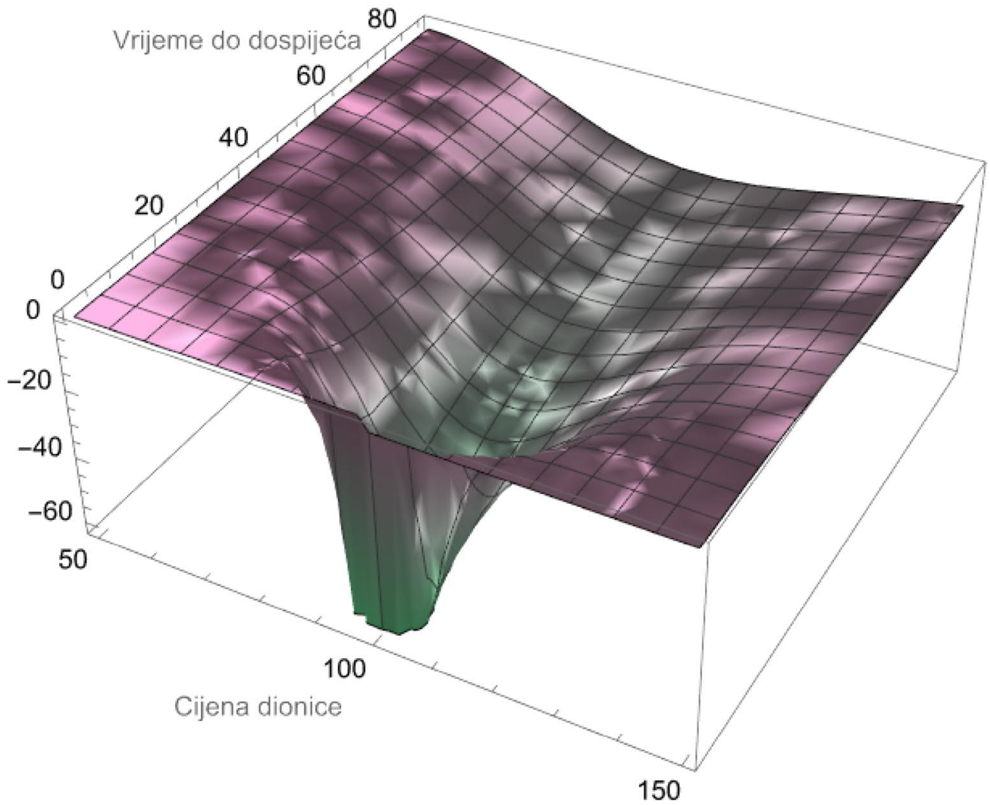
Sada se uvrštavanjem formula (9) i (8) u formulu (7) i sređivanjem izraza dobiva formula za thetu:

$$\begin{aligned}
\Theta_c &= -\frac{S_t n(d_1)\sigma}{2\sqrt{T-t}} - rKe^{-r(T-t)} N(d_1 - \sigma\sqrt{T-t}) \\
&= -\frac{S_t n(\frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}}[\log \frac{S_t}{K} + (r + \frac{\sigma^2}{2})(T-t)])\sigma}{2\sqrt{T-t}} \\
&\quad - rKe^{-r(T-t)} N(\frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}}[\log \frac{S_t}{K} + (r - \frac{\sigma^2}{2})(T-t)])
\end{aligned}$$

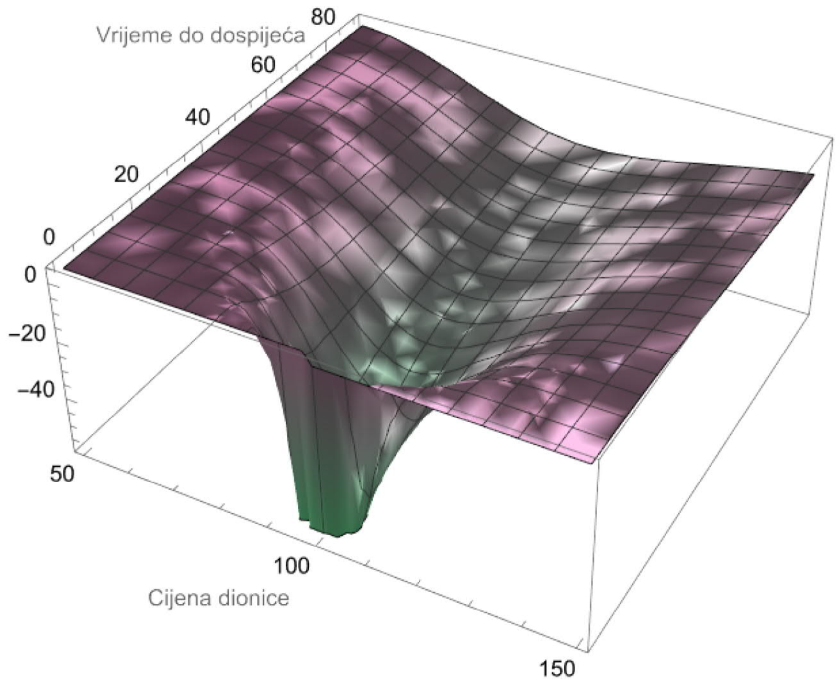
Sličnim postupkom se dolazi do thete za put opciju koja je dana sljedećim izrazom:

$$\begin{aligned}
\Theta_p &= -\frac{S_t n(d_1)\sigma}{2\sqrt{T-t}} + rKe^{-r(T-t)} N(-(d_1 - \sigma\sqrt{T-t})) \\
&= -\frac{S_t n(\frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}}[\log \frac{S_t}{K} + (r + \frac{\sigma^2}{2})(T-t)])\sigma}{2\sqrt{T-t}} \\
&\quad + rKe^{-r(T-t)} N(-(\frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}}[\log \frac{S_t}{K} + (r - \frac{\sigma^2}{2})(T-t)])).
\end{aligned}$$

Kod svih ostalih grka varijabla koja se promatra može i rasti i padati, ali u slučaju thete vrijeme prolazi samo u jednom smjeru - smanjuje se. Postoje i neke nesuglasice oko toga treba li se theta prikazivati u vrijednosti jednog dana, sedam dana ili godine. kao i treba li se računati na bazi od 5 ili 7 radnih dana jer tržište je otvoreno samo 5 dana u tjednu. Ali iako vikendom nije dozvoljeno trgovanje često se dogodi neka vijest koja promjeni stanje na tržištu. Iz ovih razloga najčešće se theta prikazuje u vrijednosti jednog dana na bazi 7 radnih dana. Na slikama su prikazane thete call i put opcija.



Slika 14: Vrijednost thete call opcije s obzirom na cijenu dionice i vrijeme do dospijeća za $K = 100$



Slika 15: Vrijednost thete put opcije s obzirom na cijenu dionice i vrijeme do dospijeća za $K = 100$

Vidljivo je da ATM opcije najbrže gube vrijednost dok OTM opcije najsporije gube vrijednost. Razlog tomu je što ATM opcije imaju najveći udio ekstrinzične vrijednosti u svojoj premiji. Kako se intrinzična vrijednost ne gubi tokom vremena tako at the money opcije s vremenom imaju najviše za izgubiti. Sami prolazak vremena ima utjecaj na thetu. Što je vrijeme do dospijeća duže to theta sporije gubi vrijednost jer je udio dana koji prođe u ostatku vremena do dospijeća manji. Kako se vrijeme do dospijeća približava tako opcije brže gube ekstrinzičnu vrijednost pa theta postaje sve negativnija.

4.4 Vega

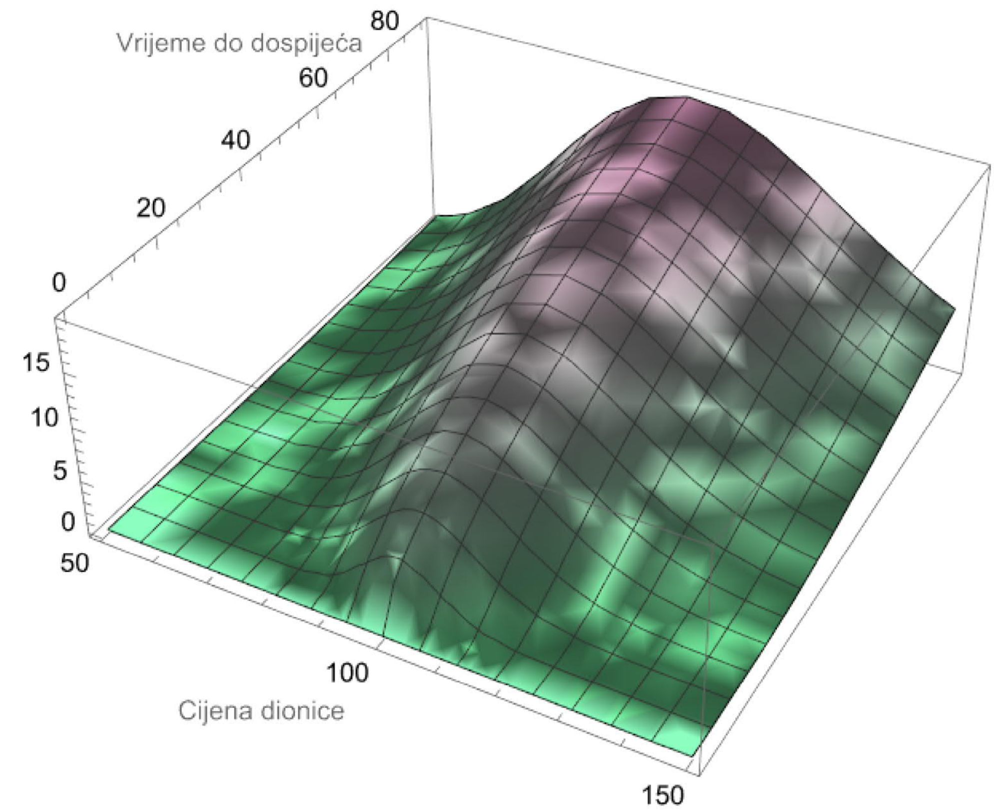
Kako je već zaključeno intrinzična vrijednost opcije ovisi samo o odnosu cijene izvršenja i trenutne cijene dionice. Iz toga slijedi da volatilnost utječe samo na ekstrinzičnu vrijednost opcije. Efekt promjene volatilnosti na vrijednost dionice naziva se vega u oznaci ν. To je parcijalna derivacija BSM formule po volatilnosti i računa se na sljedeći način:

$$
\begin{aligned}
\nu &= \frac{d}{d\sigma}(S_t N(d_1) - Ke^{-r(T-t)}N(d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)})),\\
&= \frac{d}{d\sigma}(S_t N(d_1)) - \frac{d}{d\sigma}(Ke^{-r(T-t)}N(d_1 - \sigma\sqrt{T-t})),\\
&= S_t\frac{d}{d\sigma}(N(d_1)) - Ke^{-r(T-t)}\frac{d}{d\sigma}(N(d_1 - \sigma\sqrt{T-t})),\\
&= S_t n(d_1)\frac{d}{d\sigma}(d_1) - Ke^{-r(T-t)}n(d_1 - \sigma\sqrt{T-t})\frac{d}{d\sigma}(d_1 - \sigma\sqrt{T-t}). \qquad (10)
\end{aligned}
$$

Sada uvrštavanjem formule (5) u formulu (10) imamo sljedeći zapis:

$$\begin{aligned}
\nu &= S_t n(d_1)\frac{d}{d\sigma}(d_1) - Ke^{-r(T-t)}n(d_1-\sigma\sqrt{T-t})\frac{d}{d\sigma}(d_1-\sigma\sqrt{T-t}),\\
&= S_t n(d_1)\frac{d}{d\sigma}(d_1) - Ke^{-r(T-t)}n(d_1)\frac{S_t}{K}e^{r(T-t)}\frac{d}{d\sigma}(d_1-\sigma\sqrt{T-t}),\\
&= S_t n(d_1)\frac{d}{d\sigma}(d_1) - S_t n(d_1)\frac{d}{d\sigma}(d_1-\sigma\sqrt{T-t}),\\
&= S_t n(d_1)\frac{d}{d\sigma}(d_1) - S_t n(d_1)(\frac{d}{d\sigma}(d_1)-\sqrt{T-t}),\\
&= S_t n(d_1)\sqrt{T-t}.\\
&= S_t n(\frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}}[\log\frac{S_t}{K}+(r+\frac{\sigma^2}{2})(T-t)])\sqrt{T-t}.
\end{aligned}$$

Lako se dokaže da je vega put opcije ista kao i vega call opcije prema tome promjena volatilnosti ima isti utjecaj na call i put opcije. Kao što je vidljivo vega je strogo pozitivan broj pa time vrijednosti call i put opcija rastu s rastom volatilnosti i padaju njenim padom. Također je vidljivo da je vega proporcionalna cijeni dionice i vremenu do dospijeća. Na slici je prikazana vega s obzirom na cijenu dionice i vrijeme do dospijeća.



Slika 16: Vrijednost vege call i put opcije s obzirom na cijenu dionice i vrijeme do dospijeća za $K = 100$

Kao što je bio slučaj i s gammom i thetom najveće apsolutne vrijednosti imaju ATM opcije. Važno je primjetiti povezanost vremena do dospijeća i vege. Naime volatilnost i vrijeme do dospijeća najviše utječu na ekstrinzičnu vrijednost opcije. Tako se vega smanjuje smanjenjem vremena do dospijeća. Razlog tome je taj što veće vrijeme do dospijeća daje više vremena volatilnosti da djeluje i napravi opciju profitabilnom.

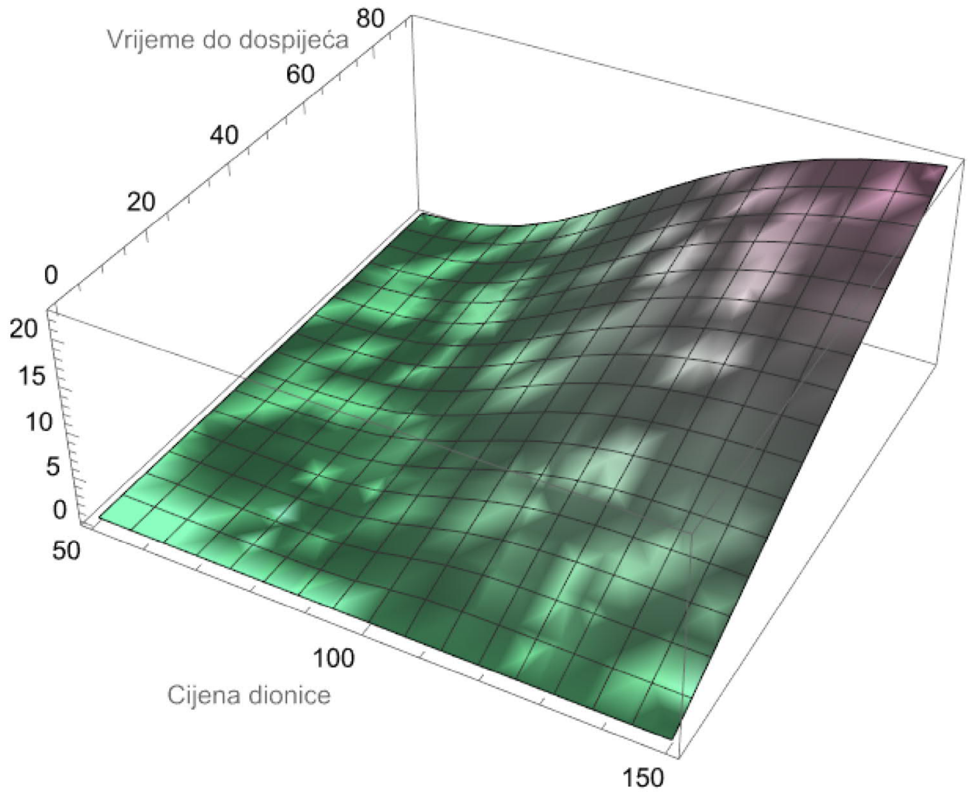
4.5 Rho

Rho (ρ) pokazuje efekt promjene kamatnih stopa na vrijednost opcije. Dobije se kao parcijalna derivacija BSM formule po kamatnoj stopi te je prema [1. str. 221. i 229.] dana je sljedećom jednadžbom:

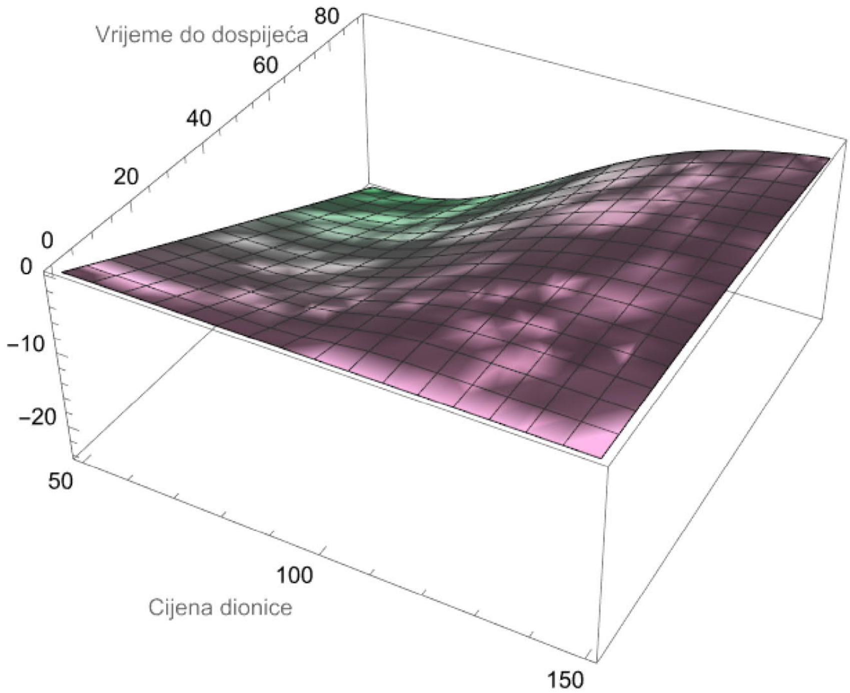
$$\rho_c = \frac{dc}{dr} = Kte^{-rt}N(d_2) = Kte^{-rt}N(\frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}}[\log\frac{S_t}{K} + (r - \frac{\sigma^2}{2})(T-t)]) \geq 0$$

$$\rho_p = \frac{dp}{dr} = -Kte^{-rt}N(-d_2) = -Kte^{-rt}N(-(\frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}}[\log\frac{S_t}{K} + (r - \frac{\sigma^2}{2})(T-t)])) \leq 0$$

Vidljivo je da je rho pozitivan za call opcije dok je negativan za put opcije. Od svih grka rho ima najmanji utjecaj na vrijednost opcije pogotovo za kratkotrajne opcije. Većina trgovaca će za kratkotrajne opcije zanemariti promjenu kamatne stope jer s kraćim vremenom do dospijeća efekt kamatne stope nije dovoljan da bi ga se uzimalo u obzir. Na slikama su dani prikazi rho-a s obzirom na cijenu dionice i vrijeme do dospijeća za call i put opciju:



Slika 17: Vrijednost rho-a call opcije s obzirom na cijenu dionice i vrijeme do dospijeća za $K = 100$



Slika 18: Vrijednost rho-a put opcije s obzirom na cijenu dionice i vrijeme do dospijeća za $K = 100$

Rho za call opciju raste rastom cijene dionice jer time rastu i "carrying costovi" povezani s kupnjom dionice dok je za put opciju situacija obrnuta. Bitno je promotriti i utjecaj vremena do dospijeća na rho. Kako efekt kamatne stope raste s vremenom tako se i apsolutna vrijednost rho-a s povećava vremenom do dospijeća.

5 Napredne strategije trgovanja

U prošlom poglavlju uvedeni su grci $(\Delta, \Gamma, \Theta, \nu, \rho)$ koji su dobiveni parcijalnim derivacijama BSM formule po zadanim varijablama. Drugi pogled na njih je da oni predstavljaju mjere rizika s kojom se susreće trgovac tj. kako promjene varijabli na tržištu utječu na vrijednost portfelja trgovca. Tako delta predstavlja rizik smjera cijene dionica, gamma rizik od brzine tržišta, theta rizik vremena, vega rizik volatilnosti te rho rizik kamatne stope. Također treba napomenuti da veća apsolutna vrijednost svakog grka dovodi do većeg rizika u slučaju da se tržište ne ponaša po očekivanjima trgovca, ali i dovodi do veće zarade u slučaju da je trgovac u pravu. U dosadašnjem radu promatrale su se vrijednosti grka za jednu opciju. Međutim ako trgovac kupi više opcija tada je vrijednost svakog grka za taj portfelj suma vrijednosti grka svake opcije. Primjerice ako trgovac kupi 3 opcije čija je delta 0.5 tada će portfelj imati deltu 1.50. Isto vrijedi i za svakog drugog grka. Također kako se na tržištu opcije ne moraju nužno kupovati već se mogu i prodati tako portfelj s prodanim opcijama ima istu apsolutnu vrijednost svih grka kao i onaj s kupljenim ali sa suprotnim predznacima. U tablici su predstavljeni predznaci za svakog od grka s obzirom na to je li opcija call ili put te je li prodana ili kupljena.

	delta	gamma	theta	vega	rho
Kupovina call opcije	+	+	-	+	+
Prodaja call opcije	-	-	+	-	-
Kupovina put opcije	-	+	-	+	-
Prodaja put opcije	+	-	+	-	+
Kupovina dionice	+	0	0	0	0
Prodaja dionice	-	0	0	0	0

Tablica 1: Predznaci grka s obzirom na opcije

Bitno je napomenuti da za put opcije Theta nije uvijek negativna međutim slučajevi su toliko rijetki da će se u ovom radu zanemariti. Također je zbog vrijednosti koje će biti predstavljene važno napomenuti da kupovina jedne opcije označava pravo na kupovinu ili prodaju 100 dionica.

U nastavku će grafički biti predstavljene napredne strategije trgovanja opcijama. Analizirat će se grci za svaku odabranu strategiju kao i njihova promjena s obzirom na protek vremena i promjenu cijene dionice. Za izračun grka korišteni su alati Options calculator[2] i The options Lab[3]. Analiza će se izvršiti na opcijama na dionice Tesle. U trenutku pisanja rada cijena dionice Tesle je 163 dolara, vrijeme do dospijeća je 43 dana. Grafovi su napravljeni uz pomoć alata The Options Lab. Podatci za vrijednosti opcija su preuzeti sa službene Nasdaq[4] stranice i dani su na slici.

Jun 2	63.85	-3.15 ▼	--	--	2	--	100.00	0.35	+0.02 ▲	--	--	349	2882
Jun 2	--	--	--	--	--	--	105.00	0.46	+0.13 ▲	--	--	203	67
Jun 2	55.00	--	--	--	1	--	110.00	0.61	+0.19 ▲	--	--	96	10
Jun 2	50.95	-16.95 ▼	--	--	2	4	115.00	0.88	+0.31 ▲	--	--	451	1111
Jun 2	44.15	-24.30 ▼	--	--	8	1	120.00	1.24	+0.46 ▲	--	--	350	17
Jun 2	44.08	-0.07 ▼	--	--	2	--	125.00	1.41	+0.45 ▲	--	--	445	335
Jun 2	34.65	-17.15 ▼	--	--	9	12	130.00	2.10	+0.87 ▲	--	--	462	136
Jun 2	34.50	-16.97 ▼	--	--	1	2	135.00	2.79	+1.17 ▲	--	--	425	374
Jun 2	26.80	-18.67 ▼	--	--	9	11	140.00	3.60	+1.48 ▲	--	--	601	47
Jun 2	22.80	-16.33 ▼	--	--	89	14	145.00	4.68	+1.99 ▲	--	--	554	348
Jun 2	18.40	-18.90 ▼	--	--	87	10	150.00	6.00	+2.50 ▲	--	--	482	130
Jun 2	15.50	-17.58 ▼	--	--	57	13	155.00	8.40	+3.91 ▲	--	--	436	308
Jun 2	13.65	-14.85 ▼	--	--	467	7	160.00	9.70	+4.05 ▲	--	--	1021	166
Jun 2	11.20	-14.00 ▼	--	--	471	16	165.00	12.15	+4.95 ▲	--	--	968	119
Jun 2	8.60	-13.10 ▼	--	--	728	123	170.00	15.45	+6.55 ▲	--	--	176	156
Jun 2	7.05	-12.12 ▼	--	--	1185	54	175.00	18.95	+8.14 ▲	--	--	175	141
Jun 2	5.50	-9.62 ▼	--	--	992	230	180.00	21.75	+8.71 ▲	--	--	221	228
Jun 2	4.15	-8.42 ▼	--	--	462	202	185.00	25.37	+9.92 ▲	--	--	63	98
Jun 2	3.05	-7.35 ▼	--	--	609	108	190.00	29.45	+11.45 ▲	--	--	97	145
Jun 2	2.30	-6.20 ▼	--	--	220	73	195.00	33.15	+12.85 ▲	--	--	25	4
Jun 2	1.81	-4.94 ▼	--	--	1410	788	200.00	38.38	+13.78 ▲	--	--	15	38
Jun 2	1.38	-4.10 ▼	--	--	252	48	205.00	43.96	+17.14 ▲	--	--	13	8
Jun 2	1.10	-3.40 ▼	--	--	782	129	210.00	47.00	+14.12 ▲	--	--	8	59
Jun 2	0.90	-2.61 ▼	--	--	214	89	215.00	48.36	+17.21 ▲	--	--	65	1

Slika 19: Options chain za opcije Tesle

Kako je vrijeme do dospijeća veoma kratko te kako i inače trgovci ne daju preveliku važnost rho-u, tako će se u nastavku promatrati svi grci osim rho-a. Uz ovo važno je napomenuti

[2]https://www.optionseducation.org/toolsoptionquotes/optionscalculator
[3]https://www.theoptionslab.com/home
[4]https://www.nasdaq.com/market-activity/quotes/option-chain

kako trgovac iako ne može iskoristiti svoje pravo izvršenja prije trenutka dospijeća on u bilo kojem trenutku može preprodati svoje opcije te time realizirati profit ili gubitak.

5.1 Covered call

Covered call strategija se sastoji od kupovine dionica te prodaje call opcije na istu dionicu. Prodajom call opcije trgovac zarađuje premiju te se na taj način štiti od pada cijene dionice. Strategija se koristi ukoliko se očekuje umjereni rast cijene dionice a trgovac se želi umanjiti rizik u slučaju da cijena dionice padne. Naime u slučaju da posjeduje samo dionice pad cijene bi mu donosio gubitak ali zaradom premije dopušta da cijena dionice padne u vrijednosti premije te da na taj način ne realizira gubitak. U tablici je su dane detaljne vrijednosti ove strategije.

	Cijena	Količina	Delta	Gamma	Theta	Vega
165 Call	1121$	-1	-51.53	-1.33	14.81	-22.30
Dionica	163$	100	1	0	0	0
Ukupno	$-15179$$	-	48.47	-1.33	14.81	-22.30

Tablica 2: Detalji covered call strategije

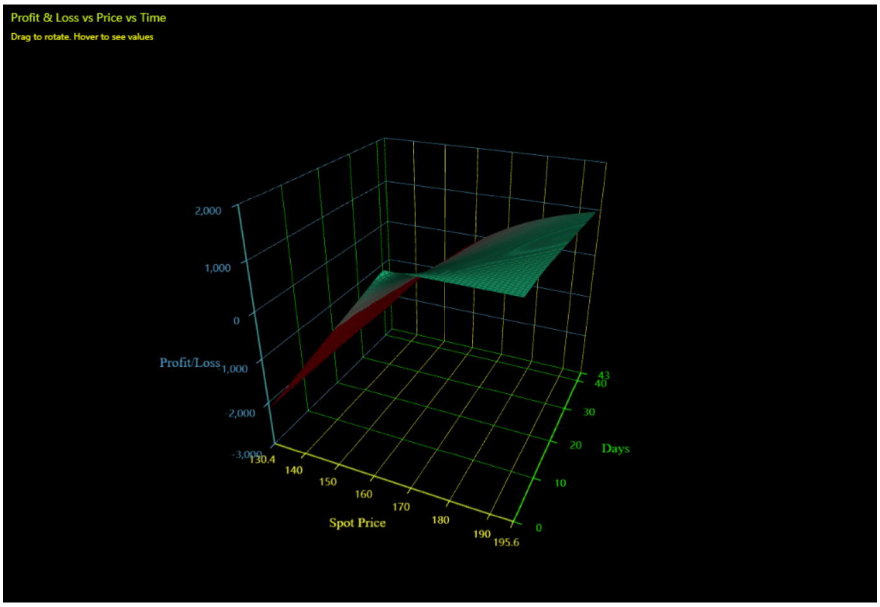
Maksimalan rizik	15179$
Cijena dionice pri maksimalnom riziku	0$
Maksimalan profit	1321$
Cijena dionice pri maksimalnom profitu	$S \geq 165$$
Gornja granica profitabilnosti	-
Donja granica profitabilnosti	151.79$

Tablica 3: Intervali profitabilnosti covered call strategije

Kao što je vidljivo delta ove strategije je uvijek pozitivna ali manja ili jednaka 1 jer se strategija sastoji od kupnje dionica čija je delta uvijek 1 i prodaje call opcije čija je delta između 0 i 1. Kako su svi ostali grci osim delte za dionice jednaki 0 tako su vrijednosti ostalih grka za ovu strategiju jednaki prodaji call opcije tj. negativna vega i gama te pozitivna theta. Na slici je prikazan diagram profita u trenutku dospijeća.

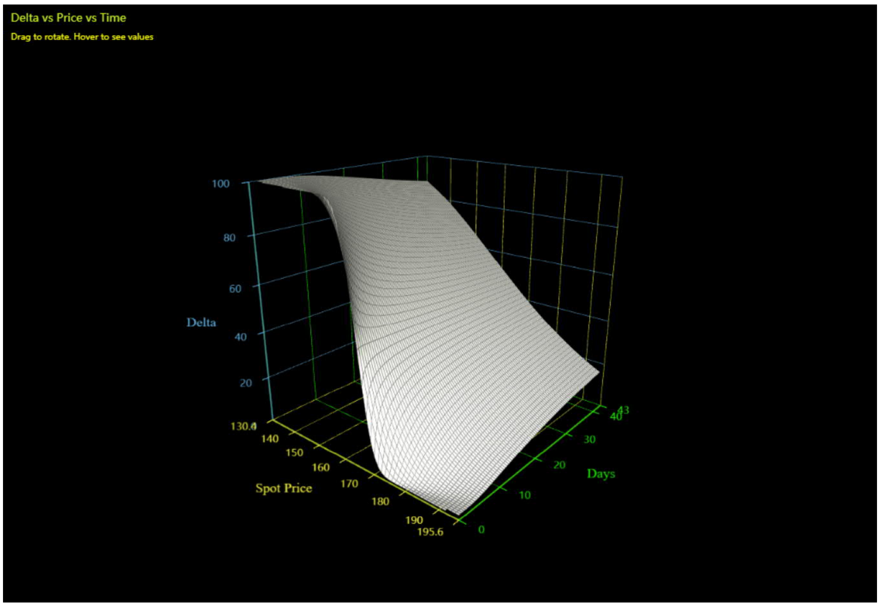
Slika 20: 2-D graf profita u trenutku dospijeća za covered call

Vidljivo je da je maksimalan profit realiziran kad dionica dosegne cijenu izvršenja opcije ali je i na toj vrijednosi limitiran, jer u slučaju daljnjeg rasta cijene dionice prodana call opcija će se izvršiti i dionice će biti prodane po cijeni izvršenja. Maksimalan gubitak se realizira u slučaju da dionica padne na nulu čime je gubitak investitora jednak vrijednosti kupljenih dionica umanjeno za premiju. Na sljedećem grafu je dan profit s obzirom na cijenu dionice i vrijeme do dospijeća.



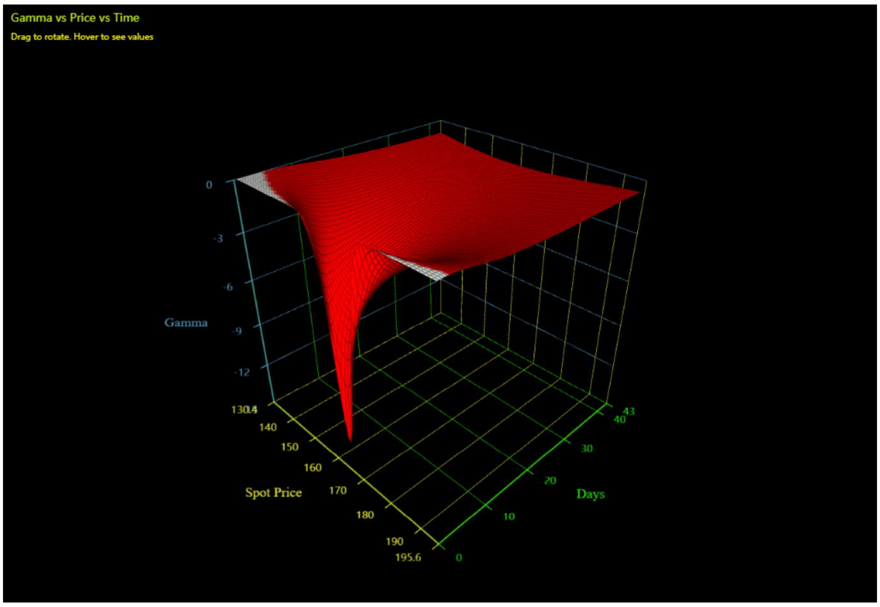
Slika 21: 3-D graf profita za covered call strategiju

Početna delta ove strategije je 48.47 što znaći da rast cijene dionice donosi profit, što je zaključeno i iz prijašnjih grafova. Na sljedećem grafu je dana vrijednosti delte s obzirom na cijenu i vrijeme do dospijeća.



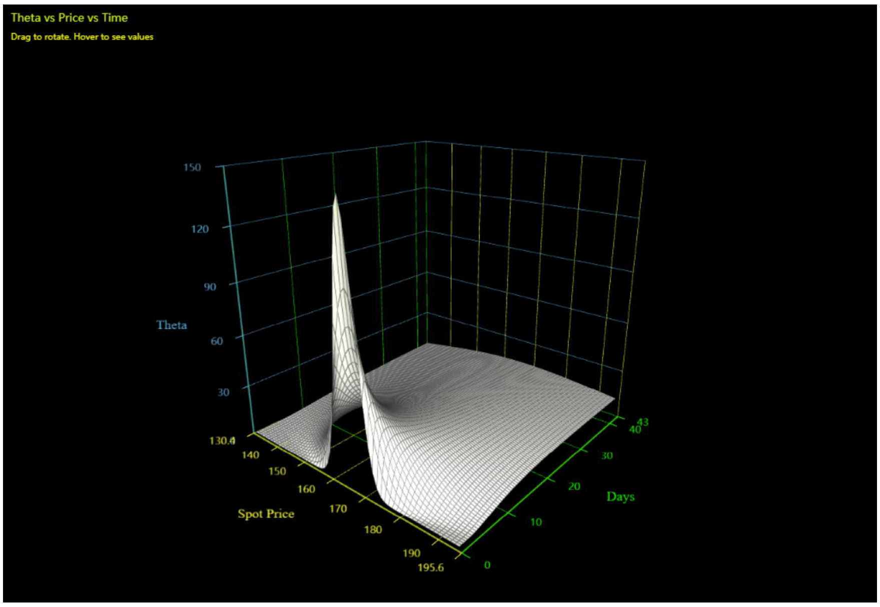
Slika 22: Delta za covered call strategiju

Vidljivo je da u slučaju ITM opcije smanjivanjem vremena do dospijeća delta pada. Razlog tome je što je delta dionice uvijek 1 a delta ITM opcije se približava jedinici kako se smanjuje vrijeme do dospijeća. Kako je call opcija prodana tako se njena delta pribižava -1 pa se time i delta portfelja približava nuli. Suprotno je u slučaju da je opcija OTM. Naime delta OTM opcije se približava nuli kako se smanjuje vrijeme do dospijeća pa se delta portfelja približava jedinici. Na slici je dana gama s obzirom na cijenu i vrijeme do dospijeća.



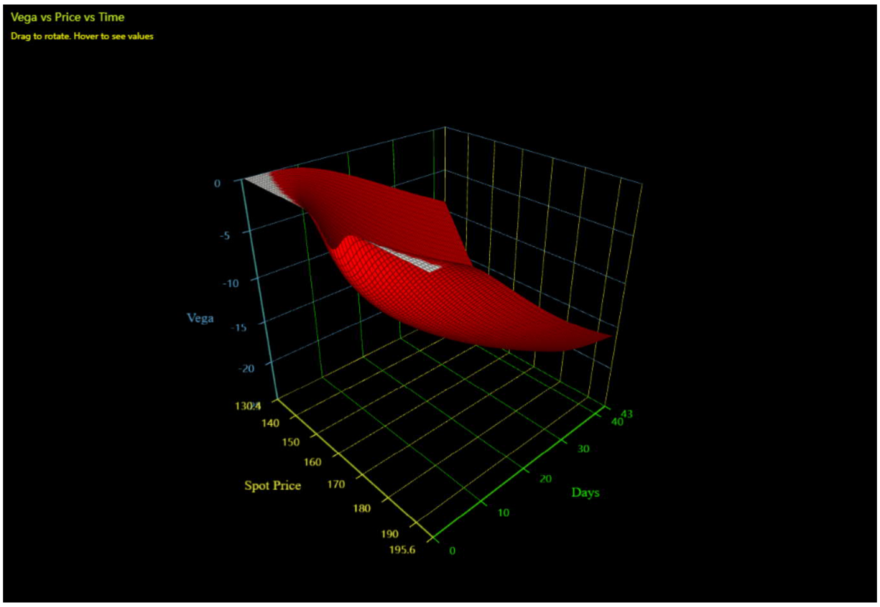
Slika 23: Gamma za covered call strategiju

Promjena gamme kroz vrijeme je značajna samo za ATM opcije pa tako smanjenjem vremena do dospijeća za ATM opcije gamma poprima izrazito negativne vrijednosti dok je za ITM i OTM opcije gamma bliska nuli za cijelo vrijeme života opcije. Theta s obzirom na cijenu i vrijeme do dospijeća je dana na sljedećoj slici.



Slika 24: Theta za covered call strategiju

Kao što je i slučaj kod gamme ITM i OTM opcije imaju stabilnu thetu blisku nuli, dok za ATM opcije smanjivanjem vremena do dospijeća theta postaje izrazito pozitivna. Na sljedećoj slici je dana vega ove strategije.



Slika 25: Vega za covered call strategiju

Kao što je za očekivati vega ima veću apsolutnu vrijednost s većim vremenom do dospijeća jer tada volatilnost ima više vremena da opciju napravi profitabilnom. Kako se vrijeme do dospijeća približava nuli tako vega gubi na vrijednosti i ide u nulu.

5.2 Married put

Ova strategija predstavlja kupovinu dionica i kupovinu put opcija na istu dionicu. Ova strategija je jako česta i koristi se za zaštitu od rizika pada cijene dionice. Ukoliko trgovac posjeduje dionice i iz nekog razloga ih ne želi prodati, ali očekuje da bi tržište moglo početi padati iskoristiti će ovu strategiju da si ograniči rizik. Naime kupovinom put opcija na dionice koje posjeduje investitor plaća premiju da bi ograničio pad vrijednosti svojih dionica. Čak i da cijena dionice padne ispod cijene izvršenja put opcije mu daju pravo da ih proda po višoj cijeni. U tablici su detaljne vrijednosti ove strategije.

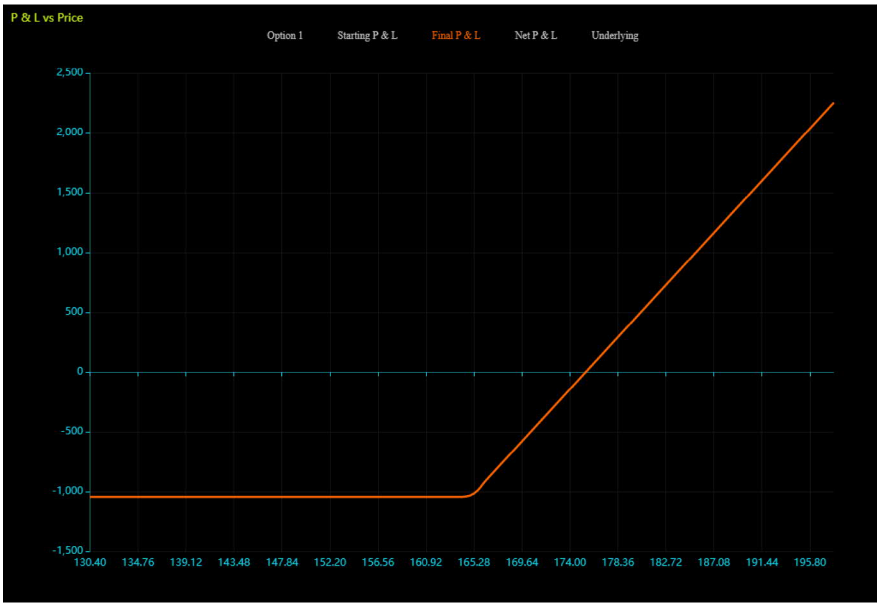
	Cijena	Količina	Delta	Gamma	Theta	Vega
165 Put	1245$	1	-48.65	1.37	-13.44	22.31
Dionica	163$	100	1	0	0	0
Ukupno	$-17545$$	-	51.35	1.37	-13.44	22.31

Tablica 4: Detalji Married put strategije

Maksimalan rizik	1045$
Cijena dionice pri maksimalnom riziku	$S \leq 165$$
Maksimalan profit	Neograničen
Cijena dionice pri maksimalnom profitu	$S = \infty$
Gornja granica profitabilnosti	175.45$
Donja granica profitabilnosti	-

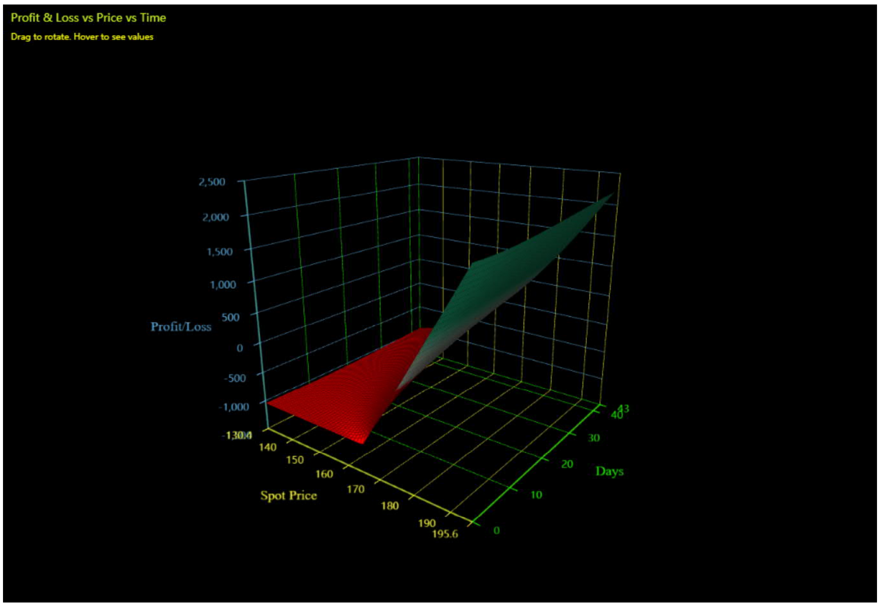
Tablica 5: Intervali profitabilnosti Married put strategije

Kao što je bio slučaj i u prethodnoj strategiji svi grci ove strategije osim delte su jednaki grcima opcije jer su ostali grci dionice jednaki 0. Na slici je dan dijagram profita u trenutku dospijeća.



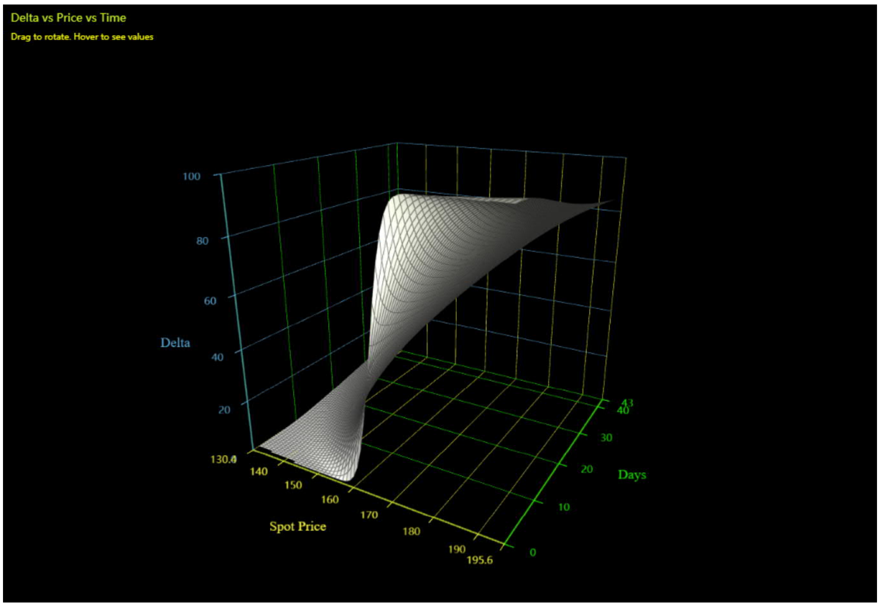
Slika 26: Profit u trenutku dospijeća za married put strategiju

Vidljivo je da je profit neograničen u slučaju rasta cijene dionice dok je gubitak ograničen na plaćenu premiju i to se on realizira u slučaju kad cijena dionice dođe do cijene izvršenja ili padne ispod nje. Na sljedećoj slici je dan 3-D graf profita s obzirom na vrijeme do dospijeća i cijenu dionice.



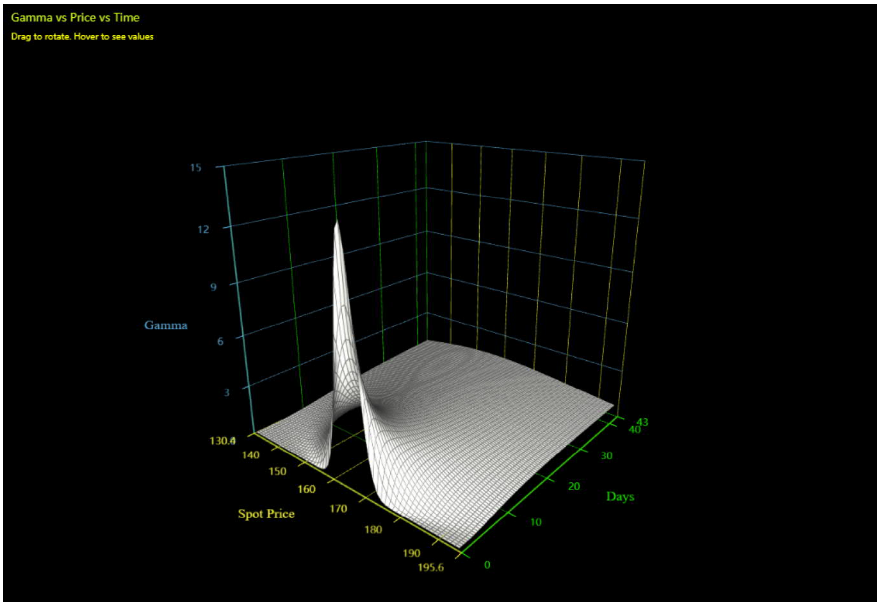
Slika 27: Graf profita za married put strategiju

Delta ove strategije dana je na idućem grafu.



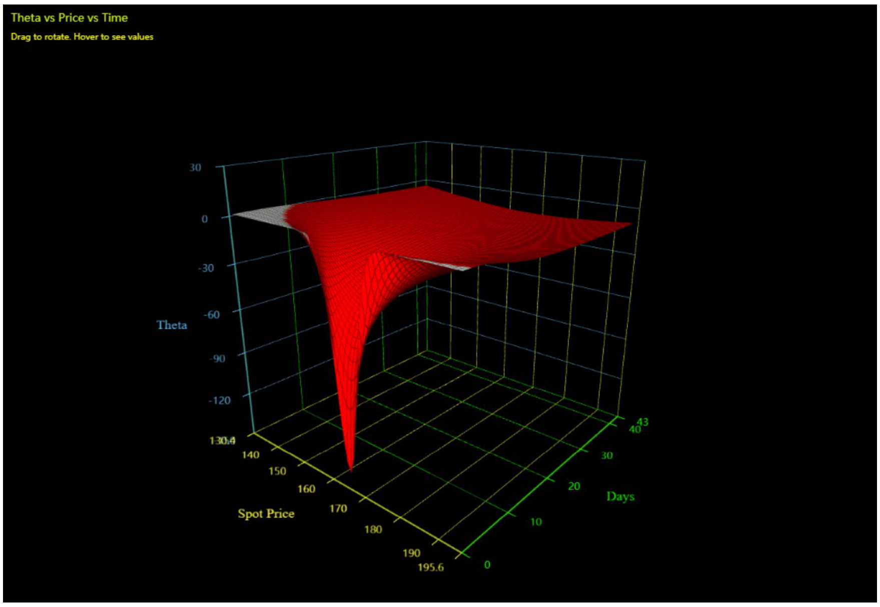
Slika 28: Delta married put strategije

Kako se u portfelju nalaze dionice čija delta je uvijek 1 te put opcija čija delta se kreće između -1 i 0 tako je delta ovog portfelja uvijek nenegativan broj. Kako cijena dionice pada tako se delta opcije približava -1 pa se time delta portfelja približava nuli dok u slučaju rasta cijene dionice delta put opcije ide prema nuli pa se delta portfelja približava jedinici. Također smanjenjem vremena do dospijeća ITM i OTM opcija se približava rubnim vrijednostima pa se i delta portfelja približava rubnim vrijednostima. Gamma s obzirom na cijenu i vrijeme do dospijeća je prikazana na sljedećoj slici.



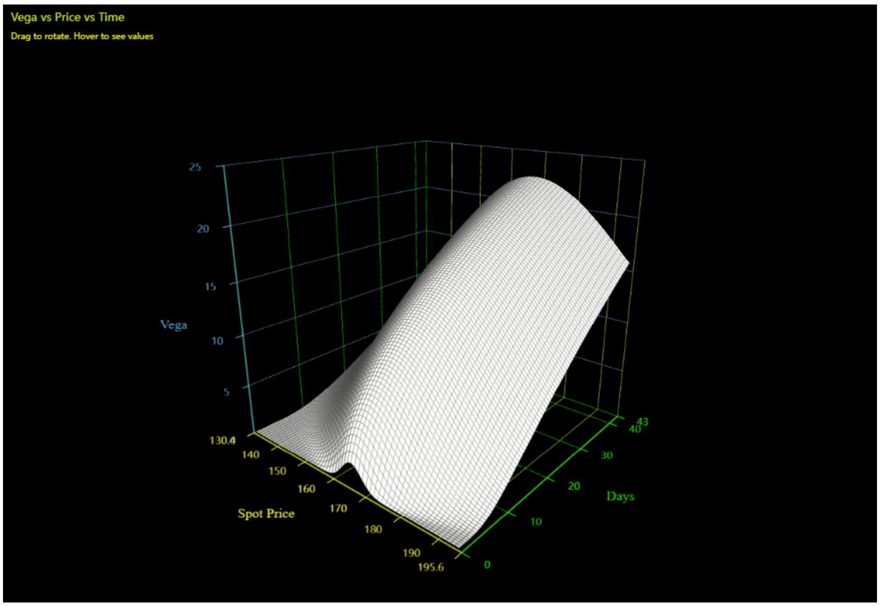
Slika 29: Gamma married put strategije

Gamma se približava nuli smanjenjem vremena do dospijeća za opcije koje nisu ATM dok za ATM opcije gamma raste ubrzano smanjenjem vremena do dospijeća. Theta je dana na slici.



Slika 30: Theta married put strategije

Za opcije koje nisu ATM ili za one koje imaju dugo vrijeme do dospijeća theta se ne mijenja drastično, ali smanjenjem vremena do dospijeća za ATM opcije vrijednost thete drastično pada. Vega portfelja je dana na sljedećoj slici.



Slika 31: Vega married put strategije

Smanjenjem vremena do dospijeća se smanjuje šansa da volatilnost drastično promijeni cijenu pa se zato vega smanjuje sa smanjenjem vremena do dospijeća. Također je vega najveća za opcije koje su bliže novcu.

5.3 Bull call spread

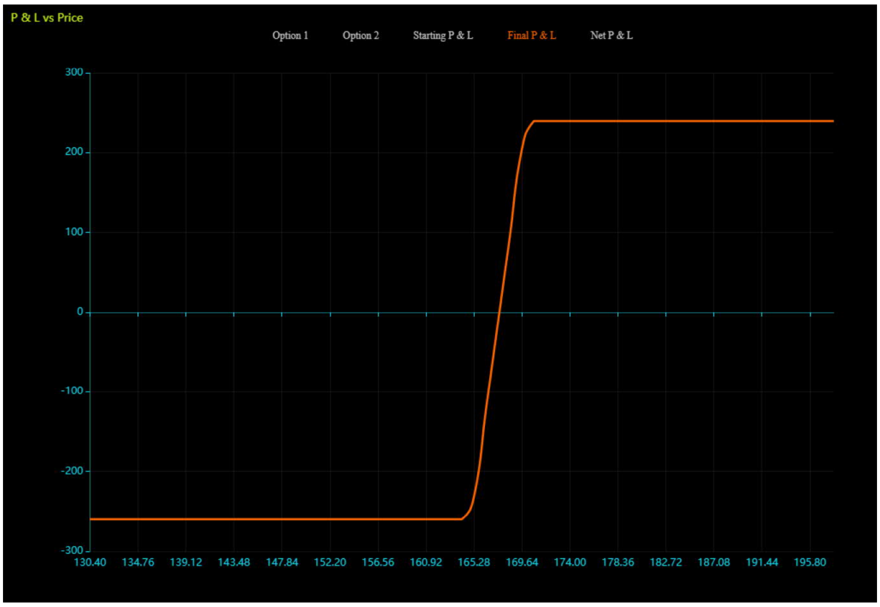
Bull call spread strategija se sastoji od kupovine call opcije s nižom cijenom izvršenja te prodaje call opcije s višom cijenom izvršenja i istim datumom dospijeća. Kako je call opcija s nižom cijenom izvršenja uvijek skuplja tako se u ovoj strategiji na početku ostvaruje debit (odljev sredstava s računa). Ova strategija se koristi u slučaju da se očekuje rast cijene dionice, ali se želi ograničiti rizik. Naime maksimalan profit se ostvaruje u slučaju da je cijena dionice u trenutku izvršenja jednaka ili veća od cijene izvršenja prodane call opcije i taj profit je jednak razlici između cijena izvršenja umanjenoj za početni debit. Tada se izvršavaju obe opcije te trgovac samo preproda dionice koje je kupio i razliku sprema kao zaradu. U slučaju da cijena dionice padne ispod cijene izvršenja kupljene opcije trgovac je na gubitku u iznosu početnog debita jer se niti jedna opcija ne izvršava. Za slučaj da je cijena dionice negdje između cijena izvršenja opcija tada se kupljena opcija izvršava dok se prodana ne izvršava i profit trgovca je tada jednak razlici trenutne cijene dionice i cijene izvršenja umanjenoj za početni debit. U tablici su dane detaljne vrijednosti ove strategije dok je na slici prikazan graf profita u trenutku dospijeća.

	Cijena	Količina	Delta	Gamma	Theta	Vega
165 Call	1121$	1	51.53	1.33	-14.81	22.30
170 Call	861$	-1	-44.48	-1.38	13.97	-22.10
Dionica	163$	0	0	0	0	0
Ukupno	$-260$$	-	7.05	-0.05	-0.84	0.2

Tablica 6: Detalji Bull call spread strategije

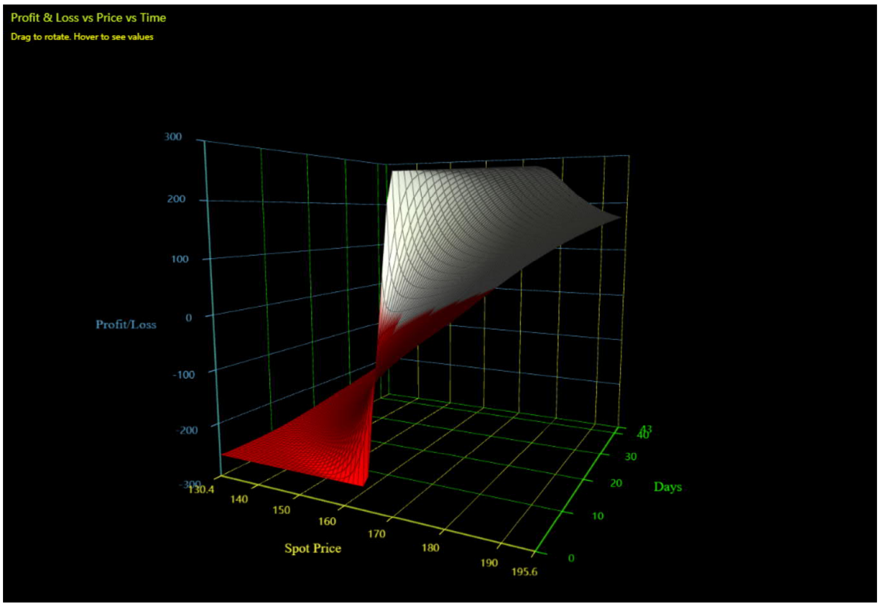
Maksimalan rizik	260$
Cijena dionice pri maksimalnom riziku	$S \leq 165$$
Maksimalan profit	240$
Cijena dionice pri maksimalnom profitu	$S \geq 170$$
Gornja granica profitabilnosti	167.60$
Donja granica profitabilnosti	-

Tablica 7: Intervali profitabilnosti bull call spread strategije



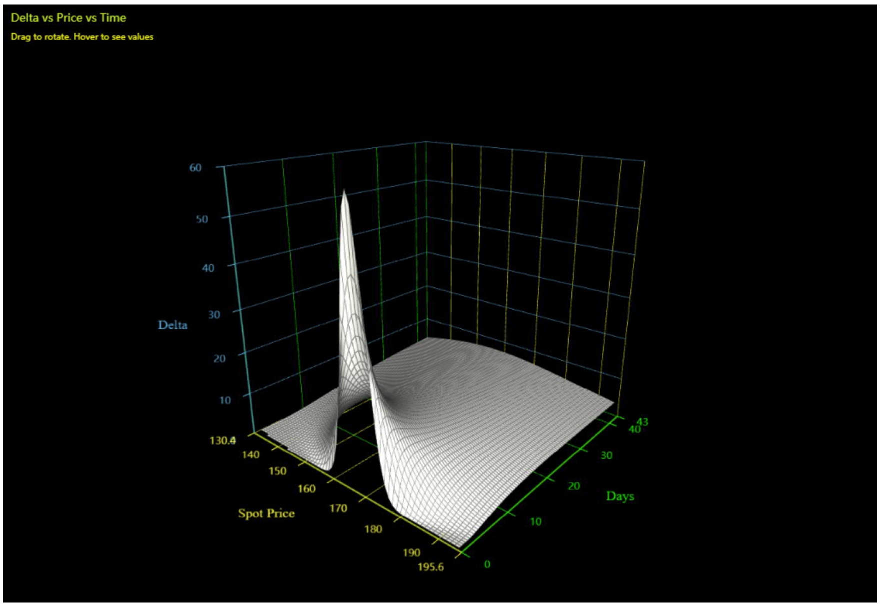
Slika 32: Profit u trenutku dospijeća za bull call spread strategiju

Vidljivo je da je početna delta 7.05 što znači da će se za povećanje cijene dionice od 1 dolara vrijednost pozicije povećati za 7.05 dolara što je u skladu s danim grafom profita jer profit raste rastom cijene dionice dok god je ta cijena manja od cijene izvršenja prodane opcije. Vidljivo je i da je početna vega pozitivna dok su theta i gamma negativne ali sve su vrijednosti jako blizu nuli. Kako je početni debit 260 dolara tako je cijena dionice na kojoj je trgovac na nuli 167.60 dolara. Na slijedećem grafu je dan 3-D prikaz profita s obzirom na cijenu dionice i vrijeme do dospijeća.

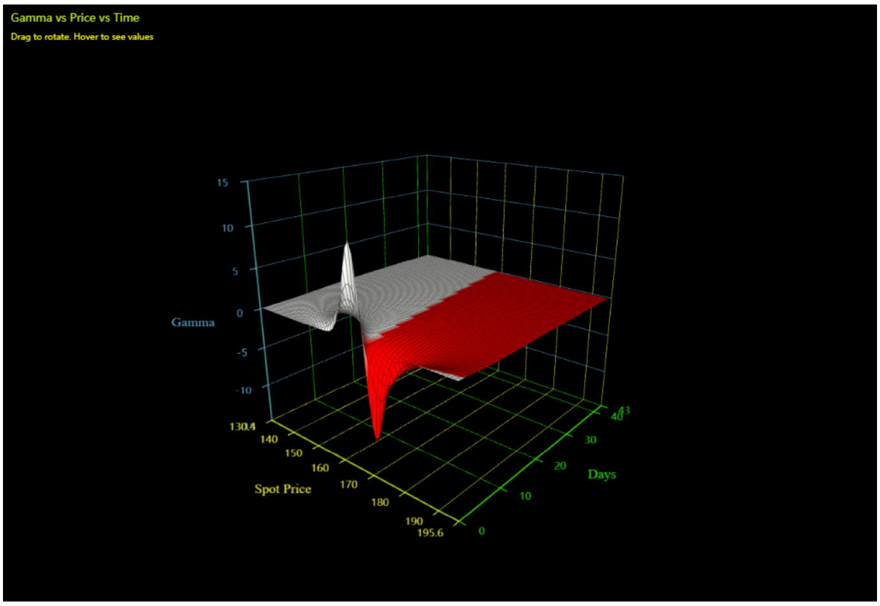


Slika 33: Profit bull call sprad strategije

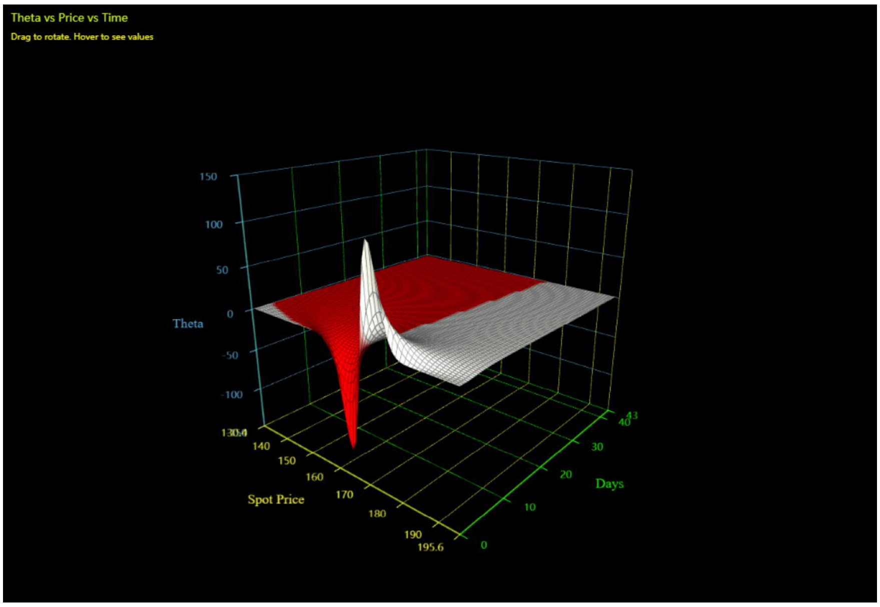
Na sljedećim slikama su dani grci s obzirom na cijenu dionice i vrijeme do dospijeća. Vidljivo je da je delta najveća dok je cijena dionice između dviju cijena izvršenja.



Slika 34: Delta bull call spread strategije

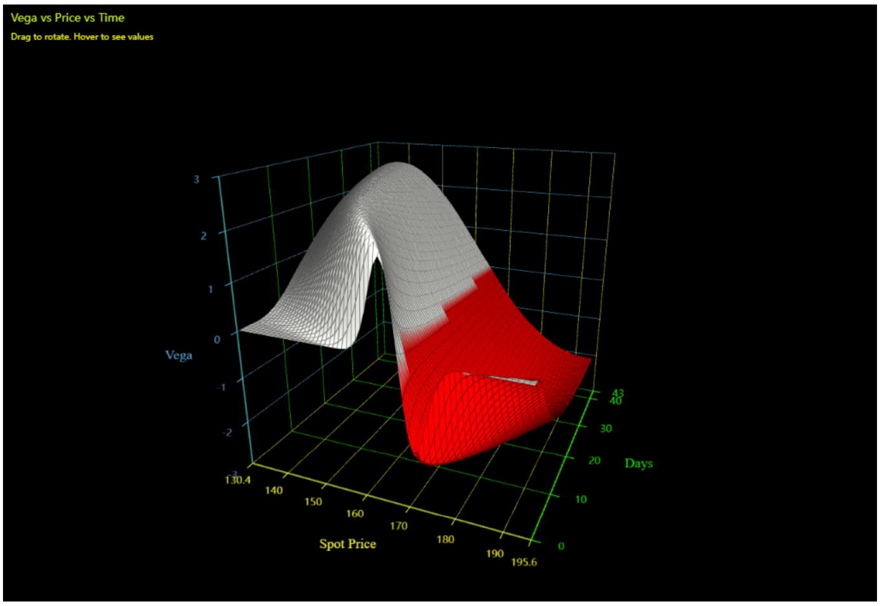


Slika 35: Gamma bull call spread strategije



Slika 36: Theta bull call strategije

Dok je vrijeme do dospijeća veliko gamma postaje slabo pozitivna ako cijena dionice padne dok postaje slabo negativna ako cijena dionice pada. Međutim smanjivanjem vremena do dospijeća gamma poprima izrazito pozitivne vrijednosti ako je cijena dionice blizu niže cijene izvršenja te izrazito negativna ako je blizu višoj cijeni izvršenja. Gamma prelazi iz pozitivnog u negativno i suprotno ako je cijena dionice na pola puta između više i niže cijene izvršenja. Theta se ponaša suprotno od gamme. Kako se vrijeme do dospijeća smanjuje theta je izrazito negativna za cijenu dionica blizu nižoj cijeni izvršenja i izrazito pozitivna u slučaju da je cijena dionice blizu višoj cijeni izvršenja.



Slika 37: Vega bull call spread strategije

Vega je pozitivna u slučaju da je cijena dionice bliža nižoj cijeni izvršenja i negativna ako je cijena dionice bliža višoj cijeni izvršenja.

5.4 Bear call spread

Kod ove strategije trgovac prodaje call opciju s nižom cijenom izvršenja i kupuje call opciju s višom cijenom izvršenja i istim datumom dospijeća. Kako prodaje call opciju s nižom cijenom izvršenja a kupuje opciju s višom cijenom izvršenja tako na početku ostvaruje kredit (priljev sredstava na račun). Strategija se koristi ako se očekuje pad cijena dionice ali se želi ograničiti rizik. Važno je naglasiti i kako je kod ove strategije kao i kod bull call spread-a ograničen maksimalan dobitak, ali i maksimalan rizik. Maksimalan profit se ostvaruje u slučaju da je cijena dionica ispod niže cijene izvršenja i jednak je početnom kreditu jer se tada niti jedna opcija ne izvršava dok je maksimalan gubitak za cijenu izvršenja iznad više cijene izvršenja i on je jednak razlici cijena izvršenja umanjenoj za početni kredit jer tada se obje opcije izvršavaju i trgovac je dužan prodati dionice vlasniku prodane opcije i to po nižoj cijeni od trenutne cijene na tržištu. U slučaju da je cijena dionice između cijena izvršenja tada se izvršava samo prodana opcija i profit je jednak razlici niže cijene izvršenja i trenutne cijene uvećan za početni kredit. U tablici i na slici su dani detalji strategije te profit u trenutku dospijeća.

	Cijena	Količina	Delta	Gamma	Theta	Vega
165 Call	1121$	-1	-51.53	-1.33	14.81	-22.30
170 Call	861$	1	44.48	1.38	-13.97	22.10
Dionica	163$	0	0	0	0	0
Ukupno	260$	-	-7.05	0.05	0.84	-0.2

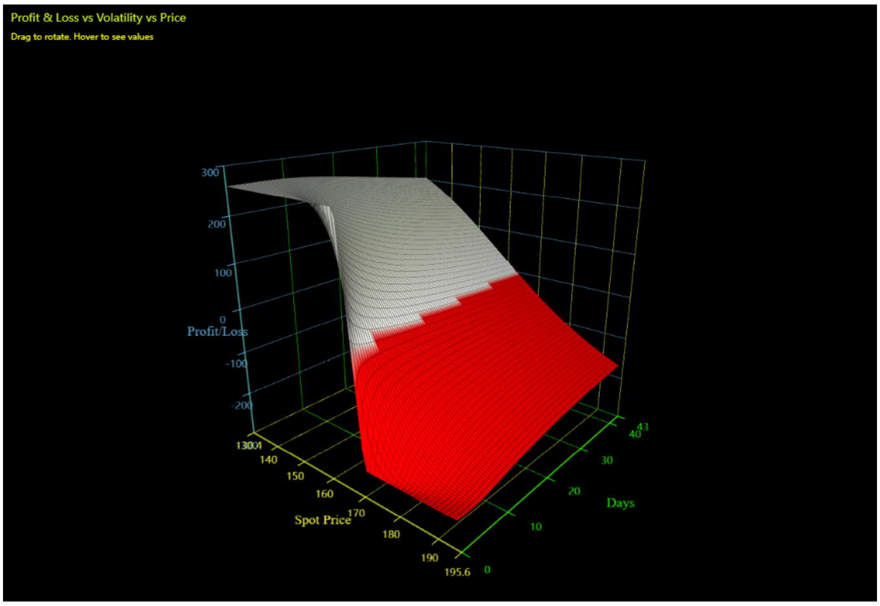
Tablica 8: Detalji Bear call spread strategije

Maksimalan rizik	240$
Cijena dionice pri maksimalnom riziku	$S \geq 170$$
Maksimalan profit	260$
Cijena dionice pri maksimalnom profitu	$S \leq 165$$
Gornja granica profitabilnosti	167.60$
Donja granica profitabilnosti	-

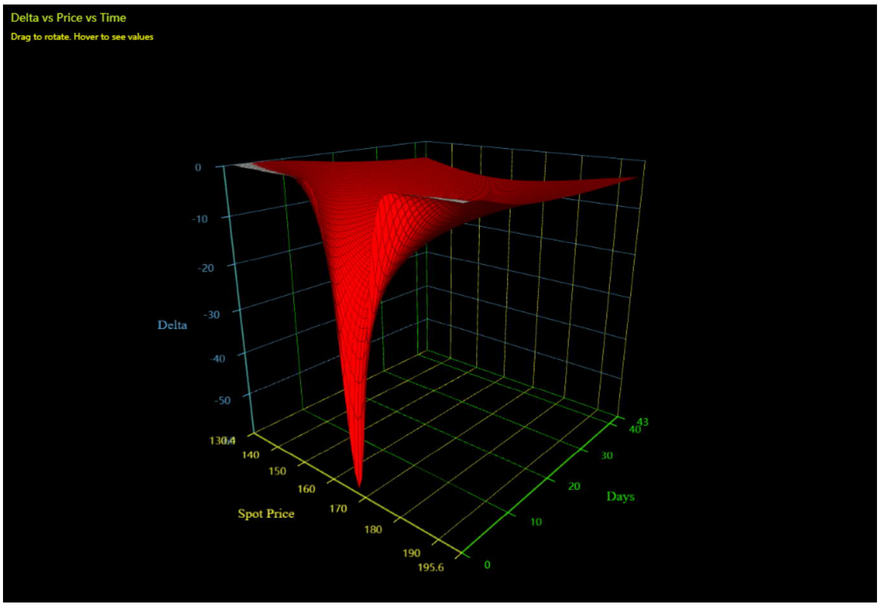
Tablica 9: Intervali profitabilnosti bear call spread strategije

Slika 38: Profit u trenutku dospijeća za bear call spread strategiju

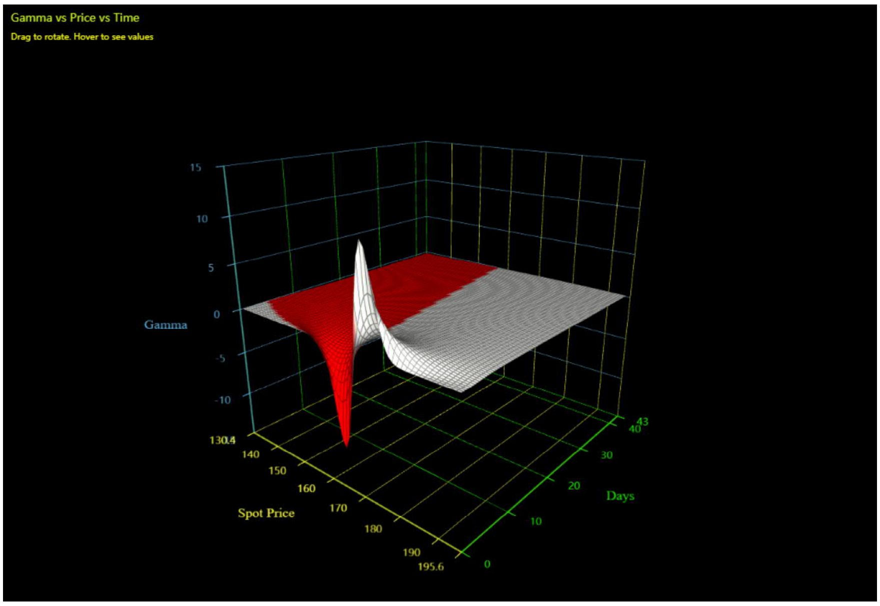
U ovom slučaju su grci jednaki ali suprotnog predznaka od onih u prošloj strategiji jer su opcije iste samo je ona s višom cijenom izvršenja kupljena a ona s nižom prodana. Tako je delta negativna i to -7.05 pa rastom cijene dionice za 1 dolar trgovac gubi 7.05 dolara. Vega je sada negativna dok su theta i gamma pozitivne. Kao i kod prethodne strategije cijena dionice kod koje je trgovac na nuli je 167.60. U nastavku je dan 3-D graf profita te slike grka s obzirom na vrijeme do dospijeća i cijenu dionice.



Slika 39: Profit bear call spread strategije

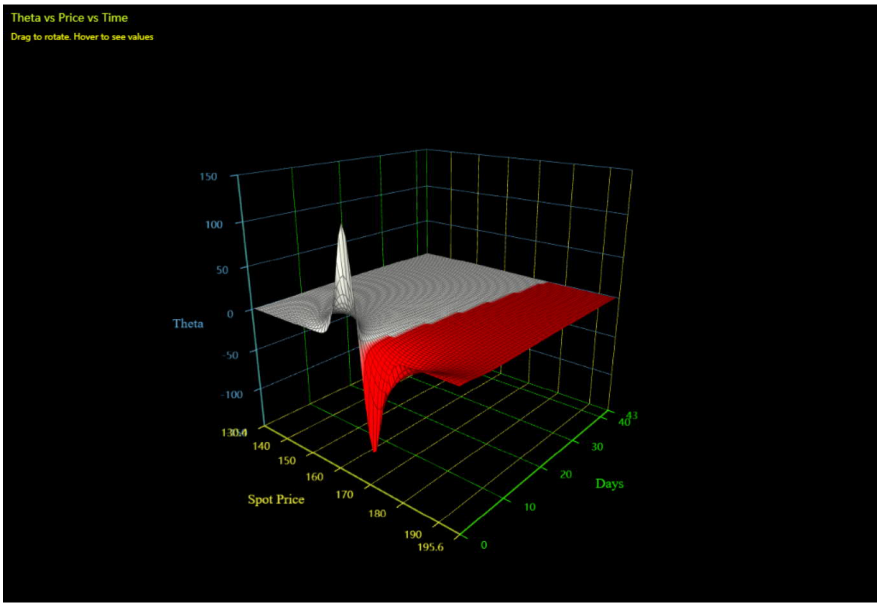


Slika 40: Delta bear call spread strategije



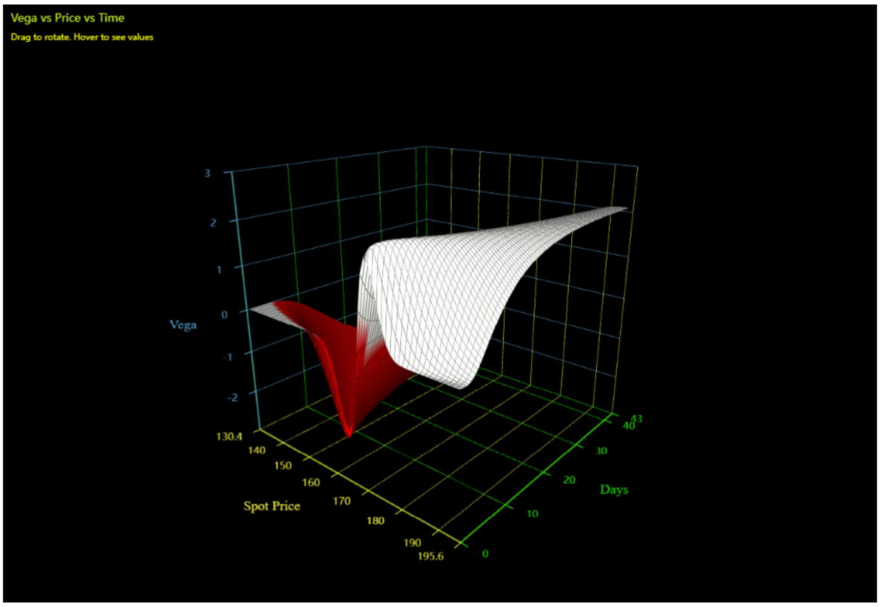
Slika 41: Gamma bear call spread strategije

Delta je najnegativnija za cijenu dionica između cijena izvršenja. Apsolutna vrijednost gamme je jako blizu nuli dok je vrijeme do dospijeća veliko ali smanjenjem vremena do dospijeća gamma postaje jako negativna ako je cijena blizu nižoj cijeni izvršenja i jako pozitivna ako je cijena blizu višoj cijeni izvršenja te mijenja predznak negdje oko polovine između dvije cijene izvršenja.



Slika 42: Theta bear call spread strategije

Za thetu isto vrijedi da ima jako malu apsolutnu vrijednost sve dok vrijeme do dospijeća nije jako malo i tada se ponaša suprotno od gamme.



Slika 43: Vega bear call spread strategiju

Suprotno bull call spread strategiji vega je pozitivna dok je cijena bliža višoj cijeni izvršenja i negativna kad je cijena bliža nižoj cijeni izvršenja.

5.5 Iron condor

Iron condor se sastoji od kupovine OTM call opcije s višom cijenom izvršenja te prodaje OTM call opcije s nižom cijenom izvršenja, te kupovine OTM put opcije s nižom cijenom izvršenja i prodajom OTM put opcije s višom cijenom izvršenja. Kod ove strategije trgovac ne preferira velike pokrete cijena dionice želi da cijena stoji u određenom rasponu koji je određen cijenama izvršenja. Koristi se kad trgovac očekuje da se cijene neće značajno mijenjati. Kako su opcije koje se prodaju skuplje od onih koje se kupuju zbog cijene izvršenja tako je početno stanje ove strategije kredit. Više je mogućnosti u trenutku izvršenja za ovu strategiju.

1. Cijena dionice je ispod niže cijene izvršenja put opcije. Tada se obje put opcije izvršavaju te je trgovac dužan kupiti dionice po višoj cijeni međutim može ih i prodati po višoj cijeni od trenutne na tržištu jer je vlasnik put opcije. Zbog toga realizira gubitak jednak razlici cijena izvršenja umanjen za početni kredit. Call opcije u ovom slučaju ističu bezvrijedne.

2. Cijena je između cijena izvršenja dvije put opcije. Tada se samo prodana put opcija izvršava te trgovac mora kupiti dionice po cijeni višoj od trenutne tržišne cijene ali ih može prodati nazad na tržište te realizirati profit u visini razlike trenutne cijene i cijene izvršenja uvećan za početni kredit. Obje call opcije su u ovom slučaju neizvršene.

3. Cijena je između cijene izvršenja višeg puta i cijene izvršenja nižeg calla. U ovom slučaju se realizira maksimalan dobitak jer sve opcije ostaju neizvršene te trgovac realizra profit u vrijednosti početnog kredita.

4. Cijena je između cijena izvršenja call opcija. Tada se prodana call opcija izvršava dok kupljena isitće bezvrijedna. Trgovac je dužan prodati dionice po nižoj cijeni od tržišne. Da bi ispunio svoju obavezu mora na tržištu kupiti dionice po višoj cijeni. Profit je u ovom slučaju jednak početnom kreditu umanjenom za razliku trenutne cijene i cijene izvršenja. Put opcije ističu bezvrijedne.

5. Cijena dionice je viša od cijene izvršenja višeg calla. U ovom slučaju put opcije ističu neizvršene dok se obje call opcije izvršavaju. Trgovac tada ostvaruje gubitak u iznosu razlike cijena izvršenja umanjen za početni kredit.

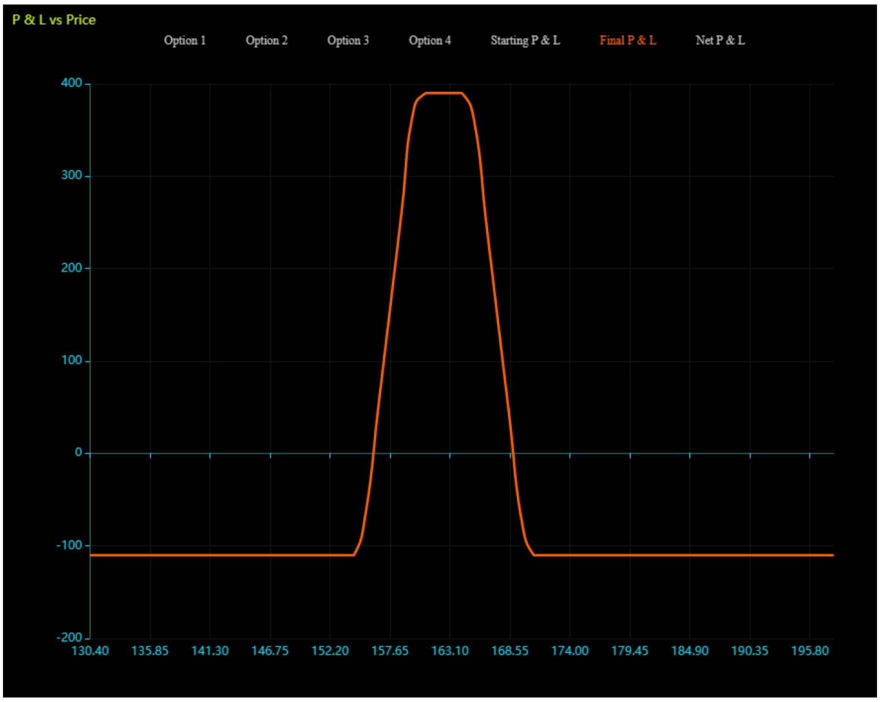
Detalji strategije, 2-D i 3-D dijagram profita su dani u sljedećoj tablici i na sljedećim slikama.

	Cijena	Količina	Delta	Gamma	Theta	Vega
165 Call	1121$	-1	-51.53	-1.33	14.81	-22.30
170 Call	861$	1	44.48	1.38	-13.97	22.10
160 Put	970$	-1	41.80	-1.36	13.06	-21.85
155 Put	840$	1	-35.55	1.19	-13.65	20.84
Dionica	163$	0	0	0	0	0
Ukupno	390$	-	-0.80	-0.12	0.25	-1.21

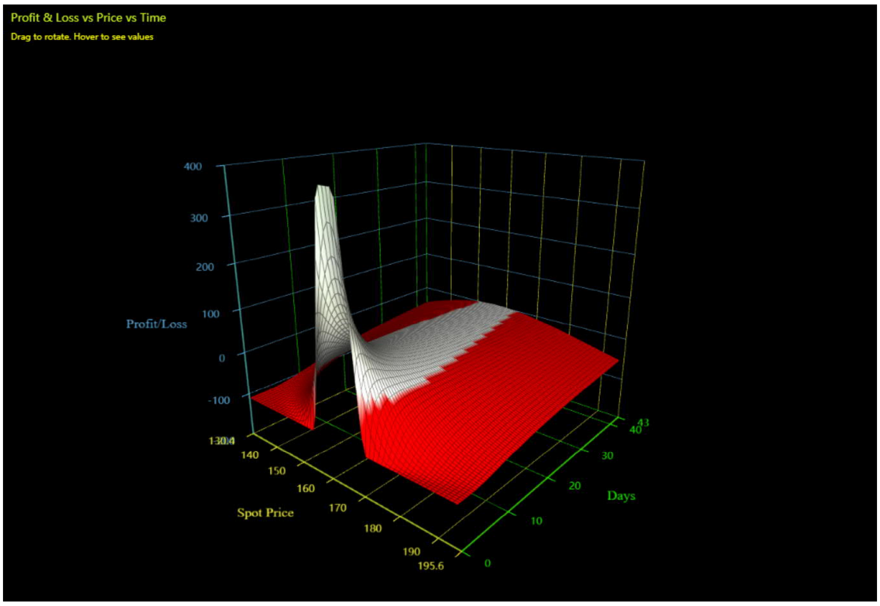
Tablica 10: Detalji iron condor strategije

Maksimalan rizik	110\$
Cijena dionice pri maksimalnom riziku	$S \geq 170\$$ ili $S \leq 155$
Maksimalan profit	390\$
Cijena dionice pri maksimalnom profitu	$160\$ \leq S \leq 165\$$
Gornja granica profitabilnosti	168.90\$
Donja granica profitabilnosti	156.10

Tablica 11: Intervali profitabilnosti iron condor strategije



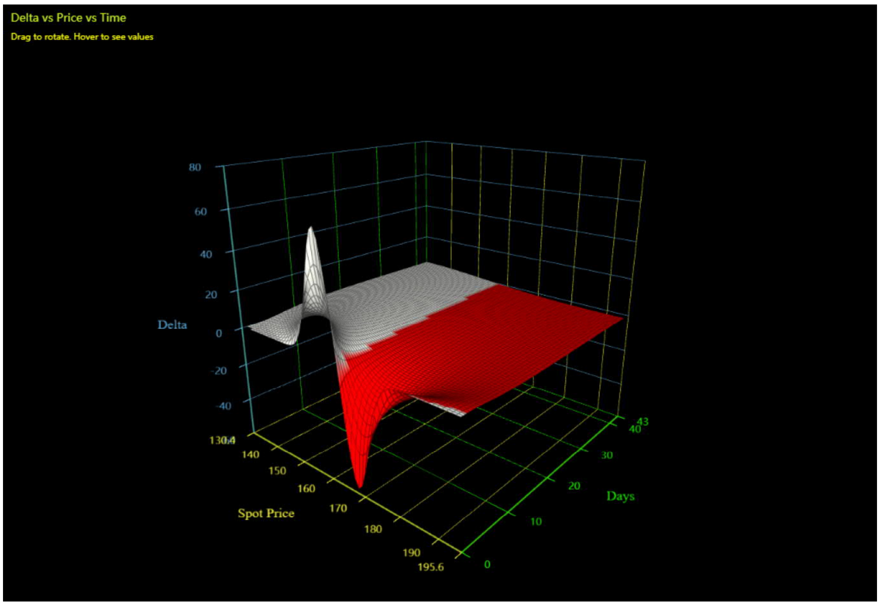
Slika 44: Profit u trenutku dospijeća



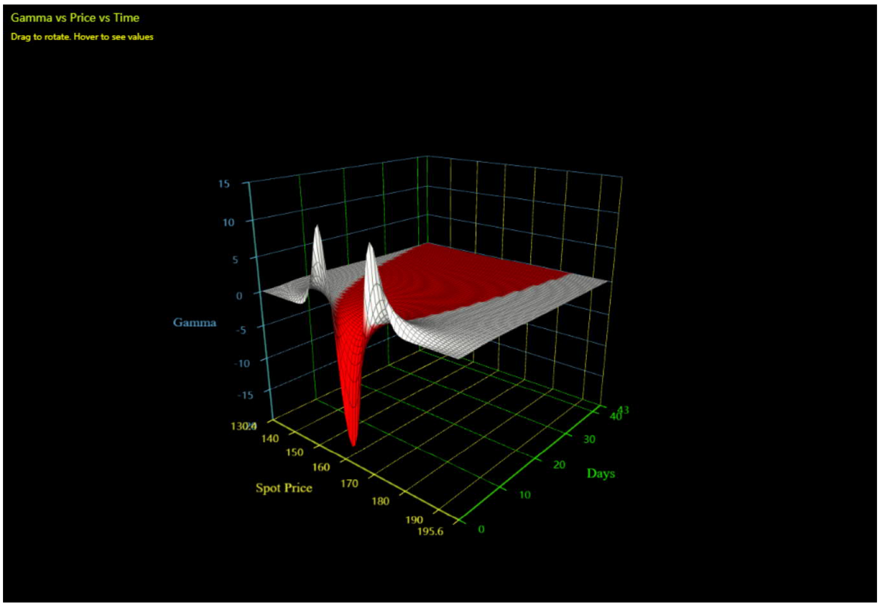
Slika 45: Profit strategije iron condor

Vidljivo je da se profit ostvaruje ukoliko cijena ostane između 156.10 i 168.90. Za sve cijene izvan tog raspona trgovac je na gubitku.

U nastavku su dani grci s obzirom na cijenu i vrijeme do dospijeća.



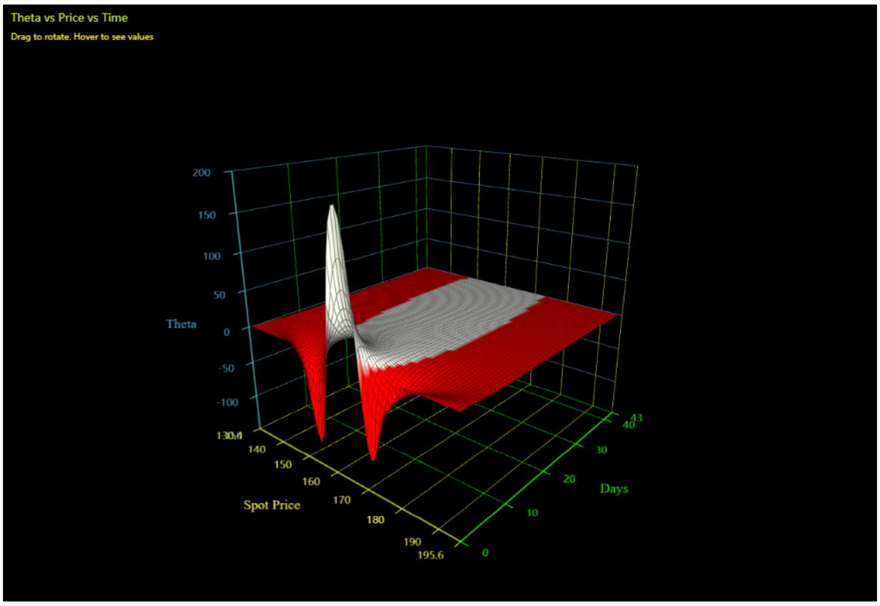
Slika 46: Delta strategije iron condor



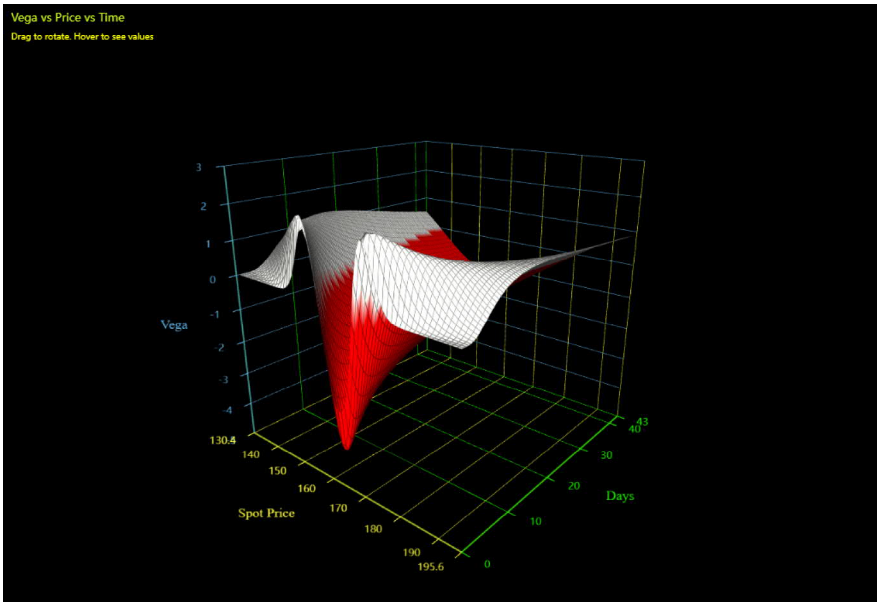
Slika 47: Gamma strategije iron condor

Delta se ne mijenja značajno dok se vrijeme do dospijeća ne smanji tada postaje izrazito pozitivna ako je cijena blizu donjeg praga profitabilnosti jer u tom slučaju rast cijene dionice dovodi cijenu u raspon u kojem je strategija najprofitablinija. Situacija je suprotna ukoliko je cijena blizu gornjeg praga profitabilnosti i tada je delta izrazito negativna jer da bi strategija bila profitabilna cijena mora ući unutar raspona i za to je potreban pad cijene dionice.

Gamma je najveća u slučaju da je cijena na rubnim cijenama izvršenja dok je najniža ako je cijena u sredini raspona.



Slika 48: Theta strategije iron condor



Slika 49: Vega strategije iron condor

Theta je velika u slučaju da je cijena u središtu raspona jer tada budući je strategija profitabilna protek vremena smanjuje šansu da cijena izađe iz raspona i tako prolaskom vremena raste njena vrijednost. Najnegativnija theta se realizira kad je cijena malo izvan granica profitabilnosti i tada najbrže gubi na vrijednosti jer protekom vremena postaje sve manje šanse da postane profitabilna. Kako je ovo neutralna strategija za očekivati je da je vega negativna tj. da rast volatilnosti smanjuje vrijednost strategije što je i istina u slučaju da je cijena unutar granica profitabilnosti. Međutim, ako cijena izađe iz tog raspona rast volatilnosti može pridonijeti tome da strategija postane profitabilna. Zato vega u slučaju da je cijena izvan raspona mijenja predznak i postaje pozitivna.

5.6 Straddle

Straddle se sastoji od kupovine ATM put opcije i ATM call opcije. Trgovac se služi ovom strategijom ako očekuje drastičnu promjenu cijene ali ne zna u kojem smjeru će se ta promjena dogoditi. Kako se radi o kupovini dvaju opcija tako se na početku ostvaruje debit. Neovisno o tome kolika cijena dionice bude u trenutku izvršenja jedna od opcija će biti ITM dok će druga biti OTM osim ako je cijena dionice točno jednaka cijeni izvršenja. Trgovac će ostvariti profit ukoliko cijena dionice bude ili veća ili manja od cijene izvršenja za više od početnog debita. Profit će biti jednak razlici između cijene dionice i cijene izvršenja umanjenoj za početni debit. U slučaju da cijena nije udaljena od cijene izvršenja za više od početnog debita i nije jednaka cijeni izvršenja tada će trgovac pretrpjeti gubitak u iznosu početnog debita umanjenog za razliku cijene i cijene izvršenja. Maksimalan rizik je ograničen na visinu debita i on se realizira ako je cijena u trenutku izvršenja jednaka cijeni izvršenja dok je maksimalan profit neograničen. Kao i kod strategije iron kondor postoje gornja i donja granica profitabilnosti. U tablici i na slikama su dani detalji i dijagram profita.

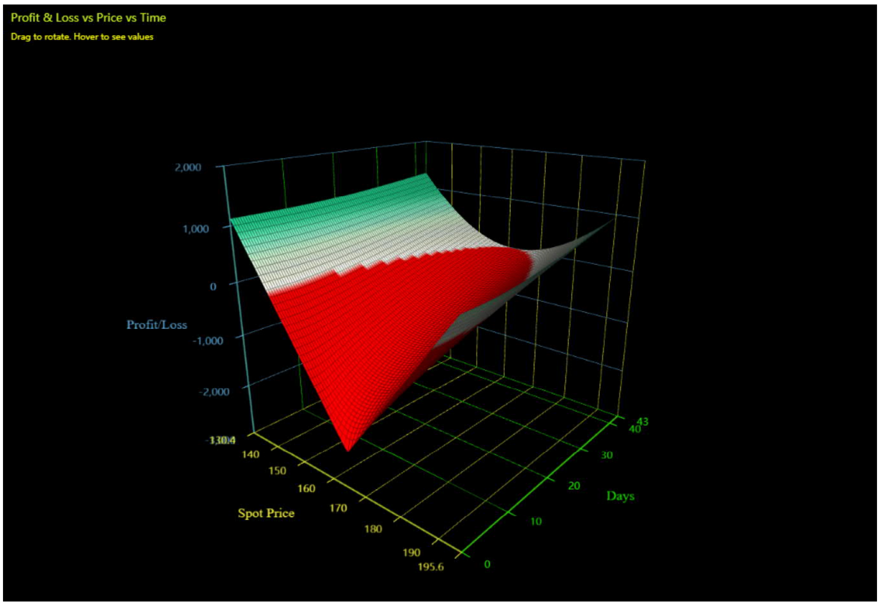
	Cijena	Količina	Delta	Gamma	Theta	Vega
165 Call	1121$	-1	-51.53	-1.33	14.81	-22.30
165 Put	1216$	1	-48.80	1.41	-13.09	22.31
Dionica	163$	0	0	0	0	0
Ukupno	$-2337$$	-	2.73	2.74	-27.90	44.61

Tablica 12: Detalji straddle strategije

Maksimalan rizik	2337$
Cijena dionice pri maksimalnom riziku	$S = 165$$
Maksimalan profit	Neograničen
Cijena dionice pri maksimalnom profitu	$S = \infty$
Gornja granica profitabilnosti	188.37$
Donja granica profitabilnosti	141.63$

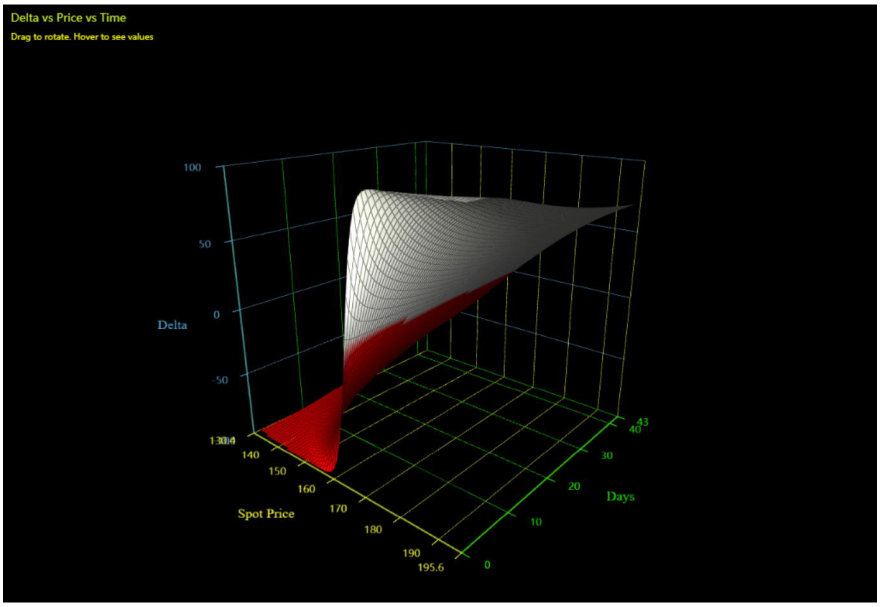
Tablica 13: Intervali profitabilnosti straddle strategije

Slika 50: Profit u trenutku dospijeća

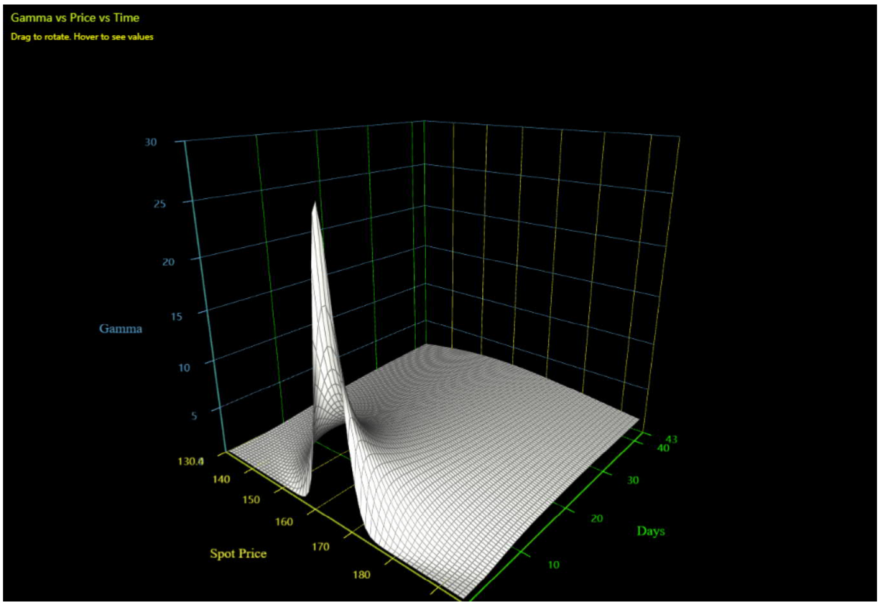


Slika 51: Profit strategije Straddle

Kod ove strategije je vidljivo da je vega iznimno velika dok je theta iznimno negativna. To je razumljivo iz razloga što veća volatilnost dovodi do većih promjena cijena pa time povećava šansu da strategija postane profitabilna dok se protekom vremena smanjuje šansa za naglim promjenama cijene. U nastavku su grafički prikazani grci za ovu strategiju.

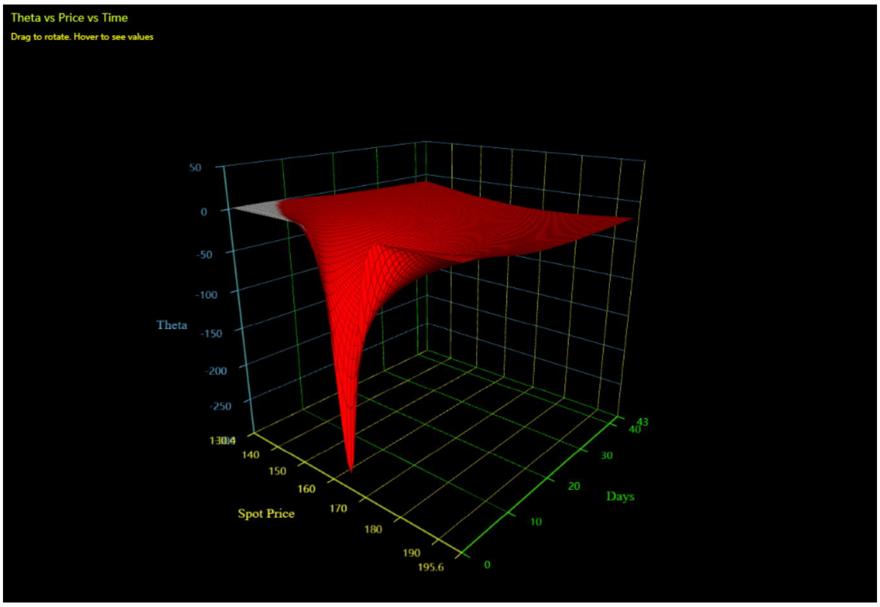


Slika 52: Delta strategije Straddle

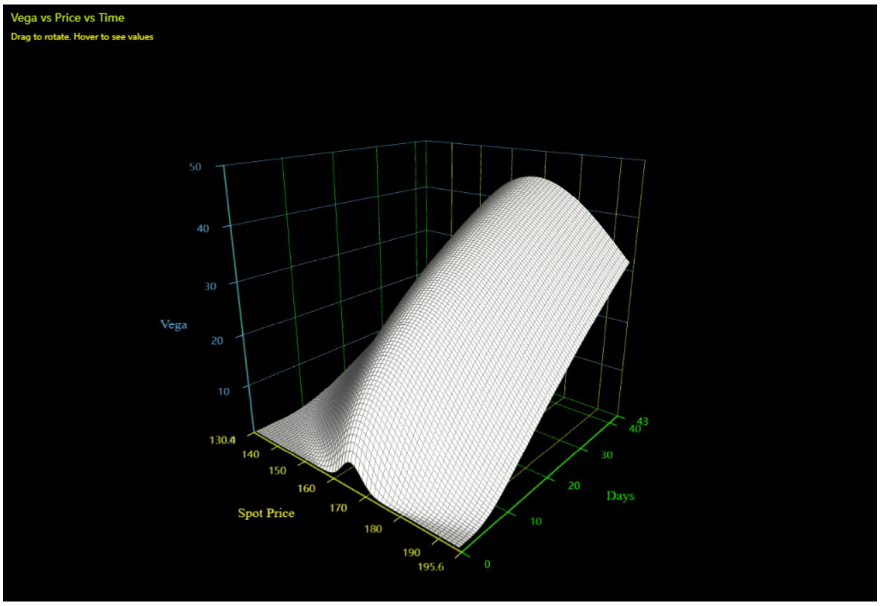


Slika 53: Gamma strategije Straddle

Vidljivo je da delta ide od -1 do 1 razlog tome je što više pada cijena delta put opcije se približava -1 dok se delta call opcije približava nuli jer tada put opcija postaje sve više ITM dok call opcija postaje sve više OTM. Suprotno vrijedi za rast cijena dionice tada se delta call opcije približava 1 dok se delta put opcije približava 0. Gamma je u slučaju ove strategije najveća kad je cijena jednaka cijeni izvršenja.



Slika 54: Theta strategije Straddle



Slika 55: Vega strategije Straddle

Kao što je već naglašeno theta je iznimno negativna pogotovo u slučaju da je cijena blizu cijeni izvršenja dok je vega iznimno velika i opada s vremenom a najviša je dok je cijena blizu cijeni izvršenja.

5.7 Short strangle

Short strangle se sastoji od prodaje OTM put opcije i OTM call opcije. Ova strategija je prikladna u slučaju da se ne očekuju velike promjene cijene. Prodajom opcija trgovac ostvaruje početni kredit. Profit kod ove strategije je ograničen i to na visinu kredita dobivenog prilikom prodaje opcija. Maksimalan profit se realizira u slučaju da je cijena u trenutku izvršenja između dvije cijene izvršenja. Rizik kod ove strategije je neograničen zbog toga što cijena dionice teoretski može rasti neograničeno. U tablici su dani detalji strategije, a na slikama dijagrami profita.

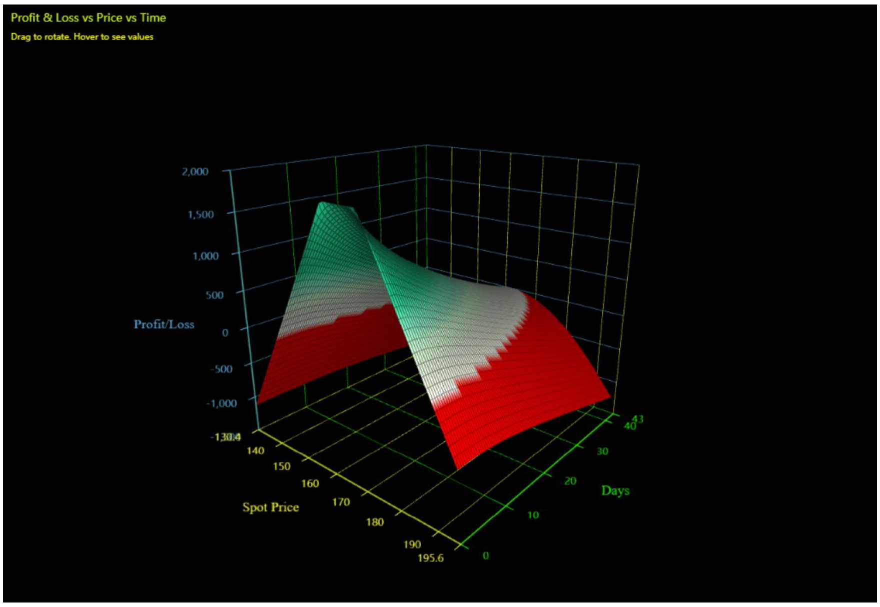
	Cijena	Količina	Delta	Gamma	Theta	Vega
170 Call	861$	-1	-44.48	-1.38	13.97	-22.10
160 Put	970$	-1	41.80	-1.36	13.06	-21.85
Dionica	163$	0	0	0	0	0
Ukupno	1831$	-	-2.68	-2.74	27.03	-43.95

Tablica 14: Detalji short strangle strategije

Maksimalan rizik	Neograničen
Cijena dionice pri maksimalnom riziku	$S = \infty$
Maksimalan profit	1831$
Cijena dionice pri maksimalnom profitu	$160\$ \leq S \leq 170\$$
Gornja granica profitabilnosti	188.30$
Donja granica profitabilnosti	141.70$

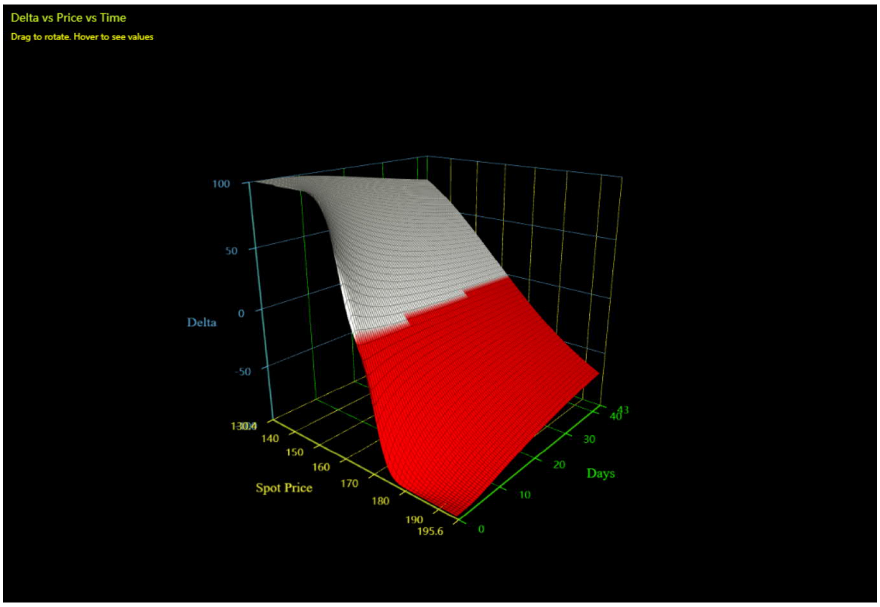
Tablica 15: Intervali profitabilnosti short strangle strategije

Slika 56: Profit u trenutku dospijeća

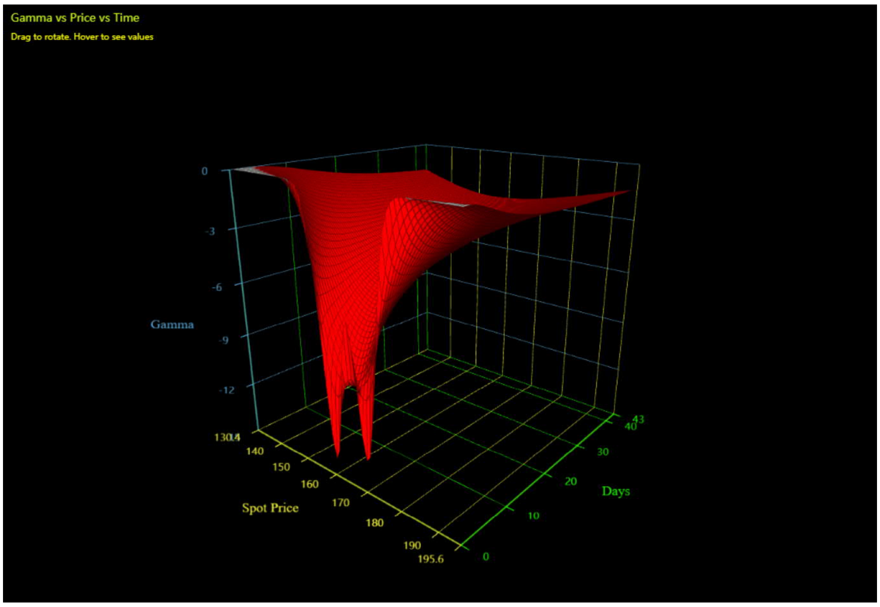


Slika 57: Profit strategije Short strangle

Trgovac će ostvariti profit ukoliko cijena ostane u rasponu od 141.7 dolara i 188.3 dolara. Suprotno straddle strategiji vega je negativna, a theta pozitivna. Razlog leži u tome što ova strategija traži što manje promjene cijene pa time veća volatilnost smanjuje šansu da se ne događaju velike promjene cijene dok je theta pozitivna zato što smanjenjem vremena do izvršenja se smanjuje šansa da cijena izađe iz profitabilnog raspona. Na sljedećim slikama su prikazani grci ove strategije.

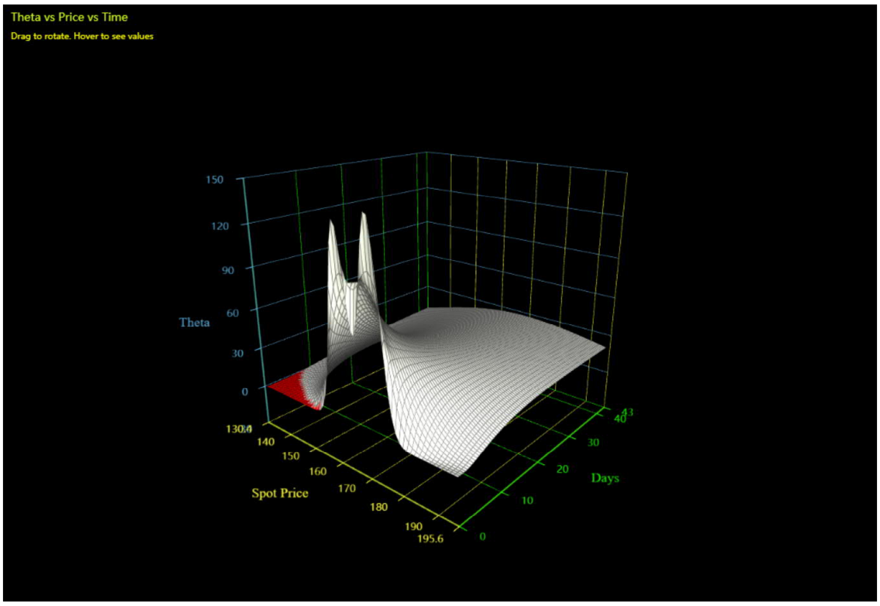


Slika 58: Delta strategije Short strangle

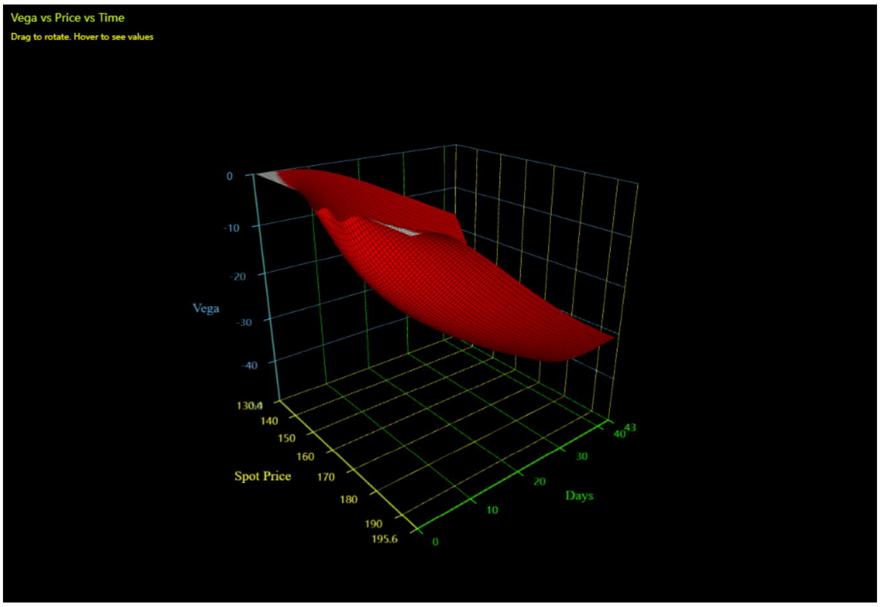


Slika 59: Gamma strategije Short strangle

Kako se portfelj sastoji od prodane call opcije i prodane put opcije tako u slučaju padanja cijena se delta prodane call opcije približava nuli, a delta put opcije -1 pa se delta portfelja približava jedinici. Intuitivno je jasno da je delta u slučaju niskih cijena pozitivna jer tada da bi strategija bila profitabilna cijena mora rasti da bi ušla u raspon u kojem će biti profitabilna. Suprotno vrijedi za rast cijena. Naime tada se delta call opcije približava 1 a delta put opcije 0 pa je delta portfelja jednaka -1. Kao i u prethodnom primjeru intuitivno je jasno da u slučaju visokih cijena strategija zahtjeva pad cijene da bi postala profitabilna. Gamma je negativna i to najviše za cijenu jednaku nekoj od cijena izvršenja.



Slika 60: Theta strategije Short strangle



Slika 61: Vega strategije Short strangle

Suprotno gammi theta je u slučaju da je cijena jednaka nekoj od cijena izvršenja najviša. Vega je za ovu strategiju iznimno negativna te se s vremenom približava nuli.

Literatura

[1] J. C. Cox, M. Rubinstein, *Options markets*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1985.

[2] J. C. Hull, *Options, futures and, and other derivatives, Ninth edition*, Pearson educa-tion, Inc., University of Toronto, 2015.

[3] S. Natenberg, *Options volatility and pricing*, MCgraw-Hill, USA, 1994.

[4] D. Passarelli, *Trading option greeks*, Bloomberg Press, New York, 2008.

[5] Z. Vondraček, *Financijsko modeliranje*, PMF - Sveučilište u Zagrebu, Zagreb.

Sažetak

Najrašireniji matematički model za vrednovanje opcija je Black-Scholes-Mertonov model koji je nastao 1973. godine. Kroz godine ovaj model se pokazao najboljim za modeliranje i analizu opcija i osjetljivosti opcija unatoč svim svojim manama. Nakon BSM modela uvedeni su pojmovi opcijskih grka koji su derivacija BSM formule po zadanim varijablama. Grci su iznimno važni pri analizi opcija pogotovo pri procjeni rizika za svaku opciju. Na kraju rada su predstavljene neke napredne strategije trgovanja opcijama. Svaka strategija je objašnjena i grafički prikazana. Prikazani su i grci za svaku strategiju te preko njih objašnjeni rizici s kojima se susreće trgovac.

Ključne riječi: Opcije, Black Scholes Mertonov model, opcijski grci, napredne strategije trgovanja opcijama.

Options sensitivity analysis

Summary

The most widely used mathematical model for options valuation is Black-Scholes-Merton model created in 1973. Through the years it has proven to be the best for modeling and option sensitivity analysis despite its flaws. After BSM model options greeks were introduced which are derivative of the BSM formula with respect to the given variables. Greeks are extremely important for options analysis especially when assessing risks. Lastly some advanced options trading strategies were introduced. Each strategy was explained and graphically presented. Greeks for each strategy were also shown and used to explain risks that every traded faces when trading.

Keywords: Options, Black Scholes Mertonov model, options greeks, advanced options trading strategies.

Životopis

Rođen sam 29. travnja 1996. godine u Makarskoj. Osnovnu školu sam završio u Brelima 2011. godnine. Nakon toga upisujem Gimnaziju u Makarskoj. Po završetku srednje škole upisujem se na nastavnički smjer matematičkog odsjeka PMF-a u Zagrebu. U Osijeku na Odjelu za matematiku upisujem diplomski studij, smjer Financijska matematika i statistika.