

# Automatizacija korištenja opcija u strategijama trgovanja - Coveredcall strategija trgovanja

---

Kvesić, Filip

Undergraduate thesis / Završni rad

2024

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, School of Applied Mathematics and Informatics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Fakultet primijenjene matematike i informatike**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:126:732540>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-12**



**mathos**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of School of Applied Mathematics and Informatics](#)



DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJ



SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU

FAKULTET PRIMIJENJENE MATEMATIKE I INFORMATIKE

Sveučilišni prijediplomski studij Matematika i računarstvo

# **Automatizacija korištenja opcija u strategijama trgovanja – Covered call strategija trgovanja**

ZAVRŠNI RAD

Mentor:

**izv. prof. dr. sc. Nenad Šuvak**

Student:

**Filip Kvesić**

Osijek, 2024.



# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Općenito o burzi i trgovanju</b>	<b>3</b>
2.1	Burza . . . . .	3
2.2	Povijesni pregled burzovnog poslovanja . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Trgovanje opcijama</b>	<b>5</b>
3.1	Strategije trgovanja opcijama . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Slučajni proces</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Black-Scholes-Mertonov model</b>	<b>11</b>
5.1	Kritička analiza modela . . . . .	14
<b>6</b>	<b>Covered call strategija</b>	<b>15</b>
6.1	Što je covered call? . . . . .	15
6.2	Primjer primjene covered call strategije . . . . .	16
<b>7</b>	<b>Implementacija covered call strategije u programskom jeziku Python</b>	<b>19</b>
7.1	Dohvaćanje i priprema podataka . . . . .	19
7.2	Primjer primjene covered call strategije na portfelj dionica . . . . .	20
7.3	Automatizacija Covered call strategije . . . . .	22
	<b>Literatura</b>	<b>25</b>
	<b>Sažetak</b>	<b>27</b>
	<b>Summary</b>	<b>29</b>
	<b>Životopis</b>	<b>31</b>



# 1 | Uvod

Automatizirane strategije trgovanja postaju sve važnije u današnjem dinamičnom financijskom okruženju. Motivacija iza istraživanja ovih strategija proizlazi iz potrebe za efikasnim i brzim donošenjem odluka pri trgovanju, koje omogućuju investitorima da iskoriste tržišne prilike i minimiziraju rizike. Kroz implementaciju automatiziranih strategija, investitori teže optimizirati svoje portfelje i ostvariti konkurentnu prednost na tržištu, dok istovremeno povećavaju učinkovitost i smanjuju subjektivne greške u trgovanju.

Cilj ovog rada je proučiti i analizirati automatizirane strategije trgovanja dionicama tijekom dugoročnog ulaganja, s naglaskom na strategiju covered call. Svrha samog rada je razumjeti kako ove strategije funkcioniraju, njihove prednosti i mane te kako ih implementirati u praksi radi upravljanja portfeljom i postizanja financijskih ciljeva. Kroz detaljnu analizu, ovaj će rad pružiti uvid u potencijalne rizike i izazove te identificirati najbolje prakse za uspješno korištenje automatiziranih strategija trgovanja.



## 2 | Općenito o burzi i trgovanju

### 2.1 Burza

Burza je organizirano tržište na kojem se trguje različitim financijskim instrumentima poput dionica, obveznica, roba ili valuta. To je mjesto gdje se kupci i prodavatelji susreću radi trgovanja tim instrumentima. Burze igraju ključnu ulogu u financijskim tržištima diljem svijeta. Njihova važnost proizlazi iz nekoliko ključnih čimbenika. Prvo, burze osiguravaju likvidnost tržišta, omogućujući investitorima brzo kupovanje i prodaju financijskih instrumenata poput dionica i obveznica. Osim toga, burze pružaju transparentnost, što znači da su informacije o cijenama i trgovanju javno dostupne, čime se olakšava donošenje investicijskih odluka.

Druga važna uloga burzi je u formiranju cijena. Cijene se formiraju putem procesa ponude i potražnje na tržištu, pri čemu burze služe kao platforma za te transakcije. Također, burze pružaju mogućnost poduzećima da prikupe kapital izdavanjem dionica ili obveznica, što je ključno za financiranje njihovog poslovanja i projekata. Diversifikacija portfelja jedan je od glavnih ciljeva investitora, a burze im omogućuju pristup različitim vrstama investicija i tržištima diljem svijeta. Promjene na burzama često odražavaju stanje gospodarstva i financijskih tržišta, što ih čini važnim indikatorom ekonomske aktivnosti. Nadalje, burze su podložne regulatornom nadzoru kako bi se osigurali integritet tržišta i sprječavanje zloupotreba. Ovaj nadzor osigurava poštivanje pravila i propisa te održava povjerenje investitora u tržište.

### 2.2 Povijesni pregled burzovnog poslovanja

Začeci burzovnog poslovanja sežu do velikih robnih sajmova u 14. stoljeću, smještenih u mediteranskim gradovima poput Pise, Venecije, Firence, Genove, Valencije i Barcelone. S razvojem velikih geografskih otkrića opada značaj ovih mediteranskih centara, a gospodarsko središte Europe pomiče se prema atlantskim obalama. Prve prave burze pojavljuju se u Amsterdamu 1631. godine, Londonu 1695. godine i Parizu 1724. godine. Počeci terminskog trgovanja na burzama povezani su s trgovinom rižom u Japanu, koja datira iz 17. stoljeća.

Moderno terminsko poslovanje na robnim burzama započinje u 19. stoljeću na američkom srednjem zapadu, konkretno na burzi Chicago Board of Trade (CBOT), osnovanoj 1848. godine. Prvi terminski ugovori pojavljuju se 1865. godine. Za hrvatske gospodarske subjekte, kao i za subjekte većine tranzicijskih zemalja, burzovno poslovanje, terminski poslovi, a posebice trgovanje opcijama,



još uvijek su relativno nepoznati. U ovom radu, zbog navedenih razloga, želimo objasniti i analizirati strategije trgovanja opcijama na terminske ugovore, koje predstavljaju najnoviji i najsloženiji oblik poslovanja na burzama.

## 3 | Trgovanje opcijama

U ovom ćemo poglavlju uvesti osnovne pojmove vezane uz terminske ugovore i opcije, kako bismo pružili temelj za razumijevanje kompleksnijih financijskih instrumenata i strategija. Objašnjenje ovih koncepata je ključno za razumijevanje načina na koji se koriste za zaštitu portfelja, ostvarivanje profita te upravljanje rizicima u različitim tržišnim uvjetima.

**Definicija 1.** *Terminski ugovor (eng. forward contract) je ugovor u kojem obje strane imaju obvezu, jedna strana kupiti, a druga strana prodati, neki financijski instrument u točno određenom trenutku dospijeca  $T > 0$  po cijeni izvršenja  $K$  koja je određena u sadašnjosti ( $t = 0$ ).*

U smislu upravljanja rizikom na tržištu, zanimljivije su opcije koje ćemo definirati kasnije u ovom poglavlju.

**Definicija 2.** *Long pozicija odnosi se na kupovinu i zadržavanje financijskog instrumenta za kojega se očekuje rast cijene u budućnosti. Short pozicija odnosi se na prodaju financijskog instrumenta za kojega se očekuje pad cijene u budućnosti, s namjerom njegove ponovne kupnje nakon pada cijene.*

**Napomena 1.** *Kažemo da je u kupac terminskog ugovora u long poziciji, a prodavatelj u short poziciji.*

U sljedećem ćemo primjeru pokazati kako investitor može ostvariti dobit koristeći short poziciju u očekivanju pada vrijednosti dionica.

**Primjer 1.** *Investitor smatra da će vrijednost dionice neke kompanije opasti nakon objave kvartalnog financijskog izvješća. Zbog toga posuđuje 1000 dionica te kompanije s namjerom da uđe u short poziciju, tj. prodaje tih 1000 dionica za 1500 dolara. Nakon što kompanija objavi nepovoljno kvartalno izvješće, vrijednost njezine dionice zaista opada, te sada tih 1000 dionica vrijedi 1300 dolara. Investitor tada kupuje 1000 dionica za 1300 dolara i pokriva (zatvara) svoju short poziciju. Rezultat ovog niza transakcija je investitorova zarada u iznosu od 200 dolara.*

Bilo da tržište promatramo u diskretnim vremenskim trenucima  $\{0, 1, \dots, T\}$ , bilo u neprekidnom vremenu  $[0, T]$ , opciju, kao najvažniji instrument upravljanja rizikom na financijskim tržištima, općenito definiramo na sljedeći način.

**Definicija 3.** *Opcija je ugovor koji vlasniku daje pravo, ali ne i obavezu, da kupi ili proda određeni financijski instrument do određenog datuma (ili na točno određeni datum)  $T > 0$  u budućnosti po cijeni izvršenja  $K$  određenoj u sadašnjosti ( $t = 0$ ).*

Postoje dvije osnovne vrste opcija: call opcija i put opcija. Ovaj rad bavi se isključivo europskim opcijama, a na realnom financijskom tržištu svaka se opcija odnosi na kupovinu ili prodaju paketa od 100 dionica u trenutku dospijeca  $T$  po cijeni izvršenja  $K$  koja je dogovorena u sadašnjosti.

**Definicija 4.** *Europska call opcija (ECO) je ugovor koji daje vlasniku pravo, ali ne i obvezu, da u unaprijed dogovorenom vremenskom trenutku  $T$  kupi financijski instrument po unaprijed dogovorenoj cijeni  $K$ .*



Slika 3.1: Vrijednost Europske call opcije u trenutku dospijeca  $T$

**Definicija 5.** *Europska put opcija (EPO) je ugovor koji daje vlasniku pravo, ali ne i obvezu, da u unaprijed dogovorenom vremenskom trenutku  $T$  proda financijski instrument po unaprijed dogovorenoj cijeni  $K$ .*



Slika 3.2: Vrijednost Europske put opcije u trenutku dospijeca  $T$

**Napomena 2.** *Europske call i put opcije su izvedenice. Vrijeme  $T$  naziva se vrijeme izvršenja ili vrijeme dospjeća opcije, a cijena  $K$  naziva se cijena izvršenja.*

Cijena po kojoj kupac call opcije ima pravo kupiti rizični financijski instrument, a prodavatelj put opcije ima pravo prodati rizični financijski instrument, naziva se izvršna cijena (eng. strike price). Svaka opcija uključuje dva sudionika: kupca i prodavatelja opcije. Kupac opcije plaća prodavatelju određenu premiju, koja predstavlja cijenu koju kupac plaća kao naknadu za ustupanje prava kupnje ili prodaje rizičnog financijskog instrumenta u određenom roku i po određenoj izvršnoj cijeni.

### 3.1 Strategije trgovanja opcijama

U ovom radu ćemo kreirati nekoliko scenarija u kojima ćemo koristiti strategiju trgovanja covered call s ciljem održavanja ili povećanja vrijednosti portfelja i generiranja zarade. Promatramo cijene na financijskom tržištu u neprekidnom vremenu koristeći Black-Scholes-Mertonov model. Ovaj slučajni proces kretanja cijena rizične imovine, uz odgovarajuće pretpostavke, pruža formule za izračun premija na opcije, koje koristimo kako bismo se pokušali zaštititi od gubitka.



## 4 | Slučajni proces

Kroz povijest su se često postavljala pitanja i pokušaji modeliranja različitih pojava kroz vrijeme. Neki od mnogih primjera uključuju temperaturu zraka na određenoj mjernejoj postaji, dobitke na igrama na sreću, a posebno važno za ovaj rad je modeliranje cijena dionica kroz vrijeme. Vrijednosti u nekom trenutku  $t$  imaju smisla modelirati kao slučajne varijable. Time dolazimo do sljedećih definicija.

**Definicija 6.** Neka je  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  vjerojatnosni prostor i  $\mathcal{B}_{\mathbb{R}}$   $\sigma$ -algebra na  $\mathbb{R}$  generirana otvorenim podskupovima od  $\mathbb{R}$  koju nazivamo Borelova  $\sigma$ -algebra. Svaka funkcija  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  takva da je  $\{\omega \in \Omega : X(\omega) \in B\} \in \mathcal{F}$  za svaki  $B \in \mathcal{B}_{\mathbb{R}}$  je slučajna varijabla.

**Definicija 7.** Slučajni proces je familija slučajnih varijabli  $(X_t, t \in T)$  na istom vjerojatnosnom prostoru  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ , gdje je  $T \subseteq \mathbb{R}$ .

Dva ključna skupa svakog slučajnog procesa su:

- skup stanja - skup svih mogućih vrijednosti slučajne varijable  $X_t$  za  $t \in T$ ,
- skup indeksa - skup  $T \subseteq \mathbb{R}$ .

Slučajne procese klasificiramo na temelju tih skupova. Procese dijelimo na osnovi skupa stanja  $S$  na one s diskretnim skupom stanja  $S$ , koje nazivamo lancima, te na procese s neprebrojivim skupom stanja  $S$ . Također, procese dijelimo na temelju skupa  $T$  na slučajne procese u diskretnom vremenu (nizovi slučajnih varijabli) i slučajne procese u neprekidnom vremenu. Definirajmo još neke pojmove koji će nam biti potrebni tijekom ovog poglavlja.

**Definicija 8.** Familija  $(\mathcal{F}_t, t \geq 0)$   $\sigma$ -algebri na  $\Omega$  je filtracija na  $\Omega$  ako je  $\mathcal{F}_s \subseteq \mathcal{F}_t$ , za svaki  $s \in [0, t)$ .

**Definicija 9.** Prirodna filtracija slučajnog procesa  $(X_t, t \geq 0)$  je  $\mathbb{F} = \{\mathcal{F}_t, t \geq 0\}$ ,  $\mathcal{F}_t = \sigma(\{X_s : s \in [0, t]\})$ .

**Definicija 10.** Za slučajni proces  $(X_t, t \geq 0)$  kažemo da je adaptiran na filtraciju  $\mathbb{F} = (\mathcal{F}_t, t \geq 0)$  ( $F$ -adaptiran) ako je za svaki  $t \geq 0$   $\sigma(X_t) \subseteq \mathcal{F}_t, t$ . ako je za svaki  $t \geq 0$   $X_t$   $\mathcal{F}_t$ -izmjeriva.

**Definicija 11.** Slučajni proces  $X = (X_t, t \geq 0)$  je martingal u neprekidnom vremenu s obzirom na filtraciju  $\mathbb{F} = (\mathcal{F}_t, t \geq 0)$  ako vrijedi:

1.  $E[|X_t|] < \infty$ , za svaki  $t \geq 0$

2.  $X$  je  $\mathcal{F}$ -adaptiran (za svaki  $t \geq 0, \sigma(X_t) \subseteq \mathcal{F}_t$ )
3.  $E[X_t | \mathcal{F}_s] = X_s$ , za svaki  $s$  t.d.  $0 \leq s < t$ .

**Definicija 12.** Brownovo gibanje  $(B_t, t \geq 0)$  na vjerojatnosnom prostoru  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  je slučajni proces u neprekidnom vremenu s neprebrojivim skupom stanja koji ima sljedeća svojstva:

1.  $B_0 = 0$  g.s., tj.  $P(B_0 = 0) = 1$
2. za proizvoljne  $t_1, \dots, t_n \geq 0$  takve da je  $t_0 = 0 < t_1 < \dots < t_n$  slučajne varijable  $B_{t_1}, B_{t_2} - B_{t_1}, \dots, B_{t_n} - B_{t_{n-1}}$  su nezavisne (nezavisnost prirasta)
3. za proizvoljne  $s, t \geq 0$  takve da je  $0 \leq s < t$  je  $B_t - B_s \sim \mathcal{N}(0, t - s)$  (stacionarnost prirasta).

**Definicija 13.** Geometrijsko Brownovo gibanje  $(S_t, t \geq 0)$  je proces u neprekidnom vremenu s neprekidnim skupom stanja i g.s. neprekidnim trajektorijama takav da je:

1.  $S_0 > 0$  konstanta
2.  $S_t = S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma B_t}$

gdje je  $(B_t, t \geq 0)$  standardno Brownovo gibanje, očekivana stopa povrata  $\mu \in \mathbb{R}$  te volatilnost  $\sigma > 0$ .

Iz prethodne definicije možemo zaključiti da je za modeliranje cijena financijskih instrumenata korisno koristiti geometrijsko Brownovo gibanje.

## 5 | Black-Scholes-Mertonov model

Black-Scholes-Mertonov (BSM) model je matematički model koji se koristi za određivanje vrijednosti opcija. Razvijen je 1973. godine od strane Fischer Blacka, Myrona Scholesa i Roberta Mertona. Najjednostavnija varijanta ovog modela temelji se na nekoliko pretpostavki, uključujući log-normalnu distribuciju cijene rizične imovine, nepostojanje trgovačkih troškova, mogućnost trgovanja u bilo kojem trenutku, nepostojanje dividendi na osnovnu imovinu i kontinuirano reinvestiranje.

Black-Scholes-Mertonova formula koristi se za izračunavanje teoretske vrijednosti europskih opcija na osnovu nekoliko parametara, uključujući cijenu osnovne imovine, cijenu izvršenja opcije, preostalo vrijeme do isteka opcije, očekivani prinos na rizičnu imovinu i volatilitet cijene rizične imovine. Ovaj model igra ključnu ulogu u financijskom inženjeringu, ograničavanju rizika i upravljanju portfeljem.

Neka je  $S_t$  vrijednost financijskog instrumenta, npr. dionice, u trenutku  $t \in \{0, 1, 2, \dots, T\}$ .

**Definicija 14.** *Povrat u trenutku  $t$  je relativna promjena cijene financijskog instrumenta u odnosu na neki prethodni trenutak.*

Definirat ćemo dva tipa povrata, a to su: relativni povrat (aritmetički povrat) i log-povrat.

**Definicija 15.** *Relativni povrat financijskog instrumenta u trenutku  $t$  s obzirom na njegovu vrijednost u trenutku  $t - h$  je postotna promjena njezine cijene definirana na sljedeći način:*

$$R_t = \frac{S_t - S_{t-h}}{S_{t-h}}, \quad (5.1)$$

gdje je  $t \in [0, T]$ , a  $h > 0$  takav da je  $(t - h) \in [0, T]$ .

Prethodni izraz se također može zapisati kao

$$\frac{S_t}{S_{t-h}} = 1 + R_t \quad (5.2)$$

te tada govorimo o bruto povratu. Definirajmo sada log-povrat.

**Definicija 16.** *Prirodni logaritam bruto povrata  $\frac{S_t}{S_{t-h}}$  zove se log-povrat u trenutku  $t$  s obzirom na vrijednost financijskog instrumenta u trenutku  $t - h$  te je definiran na sljedeći način:*



$$r_t = \ln(1 + R_t) = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-h}}\right) = \ln(S_t) - \ln(S_{t-h}), \quad (5.3)$$

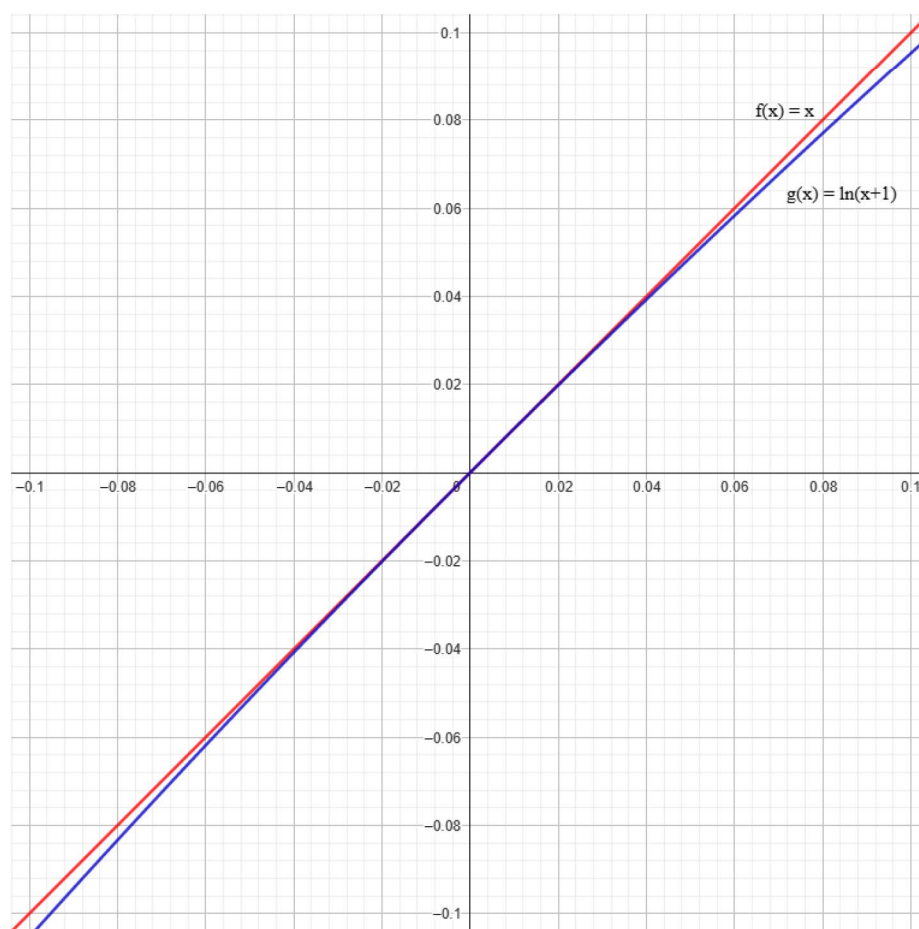
gdje je  $t \in [0, T]$ , a  $h > 0$  takav da je  $(t - h) \in [0, T]$ .

Vidimo da su log-povrati prirasti logaritmiranog niza cijena financijskog instrumenta te možemo vidjeti da je  $n$ -periodni log-povrat jednak sumi jednoperiodnih log-povrata:

$$\begin{aligned} r_t(n) &= \ln(1 + R_t(n)) = \ln((1 + R_t)(1 + R_{t-h}) \cdots (1 + R_{t-n+1})) \\ &= \ln(1 + R_t) + \ln(1 + R_{t-1}) + \cdots + \ln(1 + R_{t-n+1}) \\ &= r_t + r_{t-1} + \cdots + r_{t-n+1}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Pri malim promjenama cijena, relativni i log-povrati su približno jednaki jer je  $\ln(1 + x) \approx x$ , za dovoljno mali  $x \in \mathbb{R}$ , što je prikazano na sljedećoj slici.

### Primjer 2.



Slika 5.1: Grafovi funkcija  $f(x) = x$  i  $g(x) = \ln(x + 1)$

**Primjer 3.** *Relativni povrati su točni, dok su log-povrati simetrični.*

*Investicija od 100 koja u  $t = 1$  donosi **relativni povrat** od 0.5 (tj. 50%), a zatim u  $t = 2$  relativni povrat od  $-0.5$  (tj.  $-50\%$ ) u konačnici vrijedi 75.*

*Investicija od 100 koja u  $t = 1$  donosi **log-povrat** od 0.5, a zatim u  $t = 2$  log-povrat od  $-0.5$  u konačnici vrijedi 100:*

$$\ln(S_{t+2}) = r_{t+2} + r_{t+1} + \ln(S_t) = \ln(S_t) \quad (5.5)$$

Kako je trgovanje opcijama usmjereno na upravljanje rizikom pri investiranju, definirajmo jednu popularnu mjeru rizika.

**Definicija 17.** *Standardna devijacija log-povrata naziva se volatilnost.*

Volatilnost je jedna od mjera rizičnosti financijske imovine jer nam daje informaciju o raspršenosti log-povrata oko očekivanja. U kontekstu financijskog tržišta, volatilnost je ključna komponenta koja utječe na rizik i profitabilnost investicija.

Ovaj model omogućuje određivanje cijena opcija na temelju pretpostavki o ponašanju cijena na tržištu. Osnovna pretpostavka BSM modela je da se cijene na financijskom tržištu mogu modelirati kao geometrijsko Brownovo gibanje. Ova formula, uz odgovarajuće pretpostavke, omogućuje određivanje cijene opcija. Koristimo BSM model kako bismo razvili strategije trgovanja koje će nam pomoći u generiranju zarade i zaštiti od gubitka. Formula za izračun premije (cijenu opcije u trenutku  $t = 0$  za call i put opciju dane su u sljedećem teoremu:

**Teorem 1.** *(Black-Scholes-Mertonova formula za europsku call opciju)*

*Neka je dana europska call opcija s dospijanjem  $T$  i cijenom izvršenja  $K$  na dionicu s cijenom  $S_t$ . Tada je vrijednost europske call opcije u trenutku  $t$  dana sljedećom formulom*

$$C_t^{\text{call}} = S_t \Phi\left(\frac{d_1}{\sqrt{T-t}}\right) - Ke^{-r(T-t)} \Phi\left(\frac{d_2}{\sqrt{T-t}}\right),$$

pri čemu je

$$d_1 = \frac{1}{\sigma} \left( \ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right) (T-t) \right)$$

$$d_2 = \frac{1}{\sigma} \left( \ln\left(\frac{S_t}{K}\right) - \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right) (T-t) \right),$$

gdje je  $\Phi$  funkcija distribucije standardne normalne slučajne varijable, a  $r$  neprekidna kamatna stopa.

**Teorem 2.** *(Black-Scholes-Mertonova formula za europsku put opciju)*

*Neka je dana europska put opcija s dospijanjem  $T$  i cijenom izvršenja  $K$  na dionicu s cijenom  $S_t$ . Uz oznake iz prethodnog teorema, vrijednost europske put opcije u trenutku  $t$  dana je sljedećom formulom*

$$C_t^{\text{put}} = Ke^{-r(T-t)} \Phi\left(\frac{-d_2}{\sqrt{T-t}}\right) - S_t \Phi\left(\frac{-d_1}{\sqrt{T-t}}\right).$$

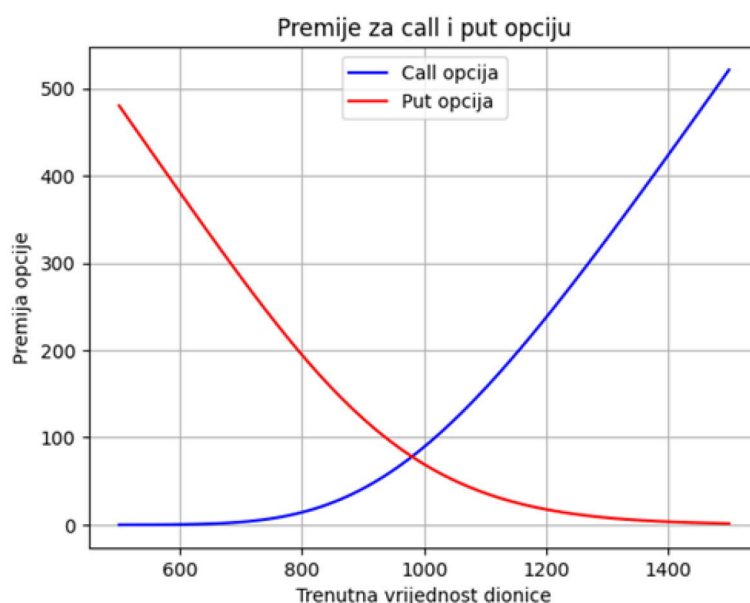
## 5.1 Kritička analiza modela

Ovaj pristup, opisan u prethodnom poglavlju, koristi Black-Scholes-Mertonov model za određivanje cijena opcija. Pristup obuhvaća nekoliko koraka, uključujući prikupljanje i obradu podataka o cijenama dionica, analizu log-povrata, zaključivanje o normalnosti distribucije log-povrata, te primjenu Black-Scholes-Mertonove formule za izračunavanje cijene call i put opcije na dionicu.

Jedan od ključnih aspekata ovog modela je procjena volatilnosti, što je, kao mjera rizika važan čimbenik u Black-Scholes-Mertonovom modelu. Također, model obuhvaća analizu autokorelacije povrata, kao i primjenu Ljung-Box testa za testiranje hipoteze o nekoreliranosti.

Dalje, model uzima u obzir Covered call kao strategiju trgovanja. Koristeći Black-Scholes-Mertonov model, izračunava se premija za opcije te se određuje vrijednost portfelja s primjenom covered call strategije u usporedbi s portfeljem bez korištenja strategije.

**Primjer 4.** *Pretpostavimo sljedeće uvjete u BSM formuli: neka je dana neprekidna kamatna stopa u vrijednosti  $r = 2\%$ , vrijeme izvršenja opcije  $T = 1$  godina te volatilnost  $\sigma = 0.2$ . Cijena izvršenja opcije iznosi  $K = 1000$  eura. Na sljedećem grafičkom prikazu možemo vidjeti kako se ponašaju iznosi premija za call i put opciju s obzirom na različite vrijednosti dionice.*



Slika 5.2: Iznosi premija za call i put opciju

Analizirajući grafikon, uočavamo da premija za call opciju raste što je početna vrijednost dionice veća. S druge strane, premija za put opciju raste što je početna vrijednost dionice manja.

## 6 | Covered call strategija

Strategija covered call (hrv. pokriveni poziv) predstavlja popularan pristup u svijetu opcijskog trgovanja, kojom investitori nastoje generirati dodatni prihod uz umjerene rizike. Ova strategija podrazumijeva prodaju call opcija na financijsku imovinu koju investitor već posjeduje, čime se stvara dodatni prihod putem opcijske premije. Strategija je posebno atraktivna za investitore koji očekuju stagnaciju ili blago povećanje cijene osnovne imovine u kratkom roku.

### 6.1 Što je covered call?

Pojam "covered call" odnosi se na financijsku transakciju u kojoj investitor koji prodaje call opcije posjeduje ekvivalentnu količinu osnovne imovine, npr. dionice. Da bi se to postiglo, investitor koji drži dugu poziciju u nekoj imovini prodaje call opcije na tu istu imovinu kako bi generirao tok prihoda. Duga pozicija (eng. long position) investitora u imovini služi kao pokriće jer znači da prodavatelj može isporučiti dionice ako kupac call opcije odluči iskoristiti opciju.

Karakteristike strategije:

- Covered call je popularna opcijska strategija koja se koristi za generiranje prihoda preko primijenjenih premija na call opcije
- Investitori očekuju manji porast ili pad cijene osnovne dionice tijekom trajanja opcije kada koriste covered call strategiju.
- Da bi se izvršio covered call, investitor koji drži dugu poziciju u imovini prodaje call opcije na tu istu imovinu.
- Covered call strategiju često koriste oni koji namjeravaju držati osnovnu dionicu dugo vremena, ali ne očekuju značajan porast cijene u bliskoj budućnosti.

Prednosti covered call strategije jest ta da omogućuju prodavatelju opcija da zaradi novac prodajom covered call opcija. Ova strategija donosi pouzdane premije, iako prodavatelj gubi potencijalne profite ako opcija postane isplativa. Nedostatak covered call strategije je gubitak potencijalnog rasta. Covered call strategija može ograničiti maksimalne dobitke od opcijske transakcije. Naime, ako opcija postane isplativa, prodavatelj opcije mora biti u stanju isporučiti 100 dionica za svaki ugovor.

Covered call strategija, kada se primjenjuje na npr. dionice Applea, uključuje kombinaciju dugog ulaganja u dionice i kratke prodaje call opcije. Pretpostavimo da posjedujemo 300 dionica Applea, početne vrijednosti od 192 dolara po dionici. Očekuje se da cijena dionica Applea neće značajno rasti u budućnosti, ali mi želimo generirati dodatnu zaradu. Strategija covered call sastoji se od sljedećeg:

- Long stock (posjedovanje dionica): Investitor posjeduje 300 dionica Applea kako bi profitirao od eventualnog rasta cijena dionica u budućnosti.
- Short call (prodaja opcija poziva): Investitor istovremeno prodaje opcije poziva (call options) povezane s tim dionicama Applea. Ove opcije imaju trenutak dospelja  $T$  i cijenu izvršenja  $K$ .

Kada je u pitanju dospelje opcije mogući scenariji su sljedeći:

- Ako je krajnja cijena dionice ( $S_T$ ) manja od cijene izvršenja ( $K$ ), opcija poziva (call option) neće biti iskorištena, a mi zadržavamo premiju koju smo primili za prodane opcije.
- Ako je krajnja cijena dionice ( $S_T$ ) veća od cijene izvršenja ( $K$ ), opcija poziva (call option) će biti iskorištena, a mi ćemo biti obavezni prodati svoje dionice po cijeni  $K$ , a gubitak će iznositi  $S_T - K - \text{cijena premije}$ .

**Primjer 5.** *Pretpostavimo da investitor posjeduje 300 dionica Applea. Početna cijena dionice iznosi 192 dolara po dionici. Investitor se odlučuje za strategiju covered call, te bira cijenu izvršenja opcije poziva (strike price) od 200 dolara. Premija za prodane opcije poziva (call options): 5.0546 dolara po opciji. U ovom scenariju, investitor bi prodavao opcije poziva (call options) povezane s dionicama Applea. Ako bi krajnja cijena dionice Applea bila veća od cijene izvršenja opcije, investitor bi bio obavezan prodati svoje dionice po cijeni izvršenja opcije. U suprotnom, investitor bi zadržao premiju koju je primio za prodane opcije.*

## 6.2 Primjer primjene covered call strategije

Covered call strategija je neutralna strategija, što znači da investitor očekuje manji porast ili pad cijene osnovne dionice tijekom trajanja call opcije. Ova strategija se često koristi kada investitor ima kratkoročan neutralan pogled na imovinu i iz tog razloga drži dugu poziciju u imovini, dok istovremeno ima kratku poziciju putem opcije za generiranje prihoda od premije.

Jednostavno rečeno, ako investitor namjerava držati osnovnu dionicu dugo vremena, ali ne očekuje značajan porast cijene u bliskoj budućnosti, tada može generirati prihod u visini premije zarađene prodajom call opcija na osnovnu imovinu koju posjeduje.

**Primjer 6.** *Prihodni prinosi: Investitor kupuje 100 dionica kompanije XYZ po cijeni od 50 dolara po dionici. Zatim piše (prodaje) call opciju s izvršnom cijenom od 55 dolara za isti broj dionica. Premija koju investitor prima za prodaju call opcije je 2 dolara po dionici. Ako cijena dionica XYZ ostane ispod 55 dolara, opcija neće biti izvršena, a investitor zadržava*

*dionice i premiju. Ako cijena dionica premaši 55 dolara, investitor će prodati dionice po izvršnoj cijeni od 55 dolara, ali će i dalje zadržati primljenu premiju. Gubitak će u tom slučaju iznositi  $S_T - K$  - cijena premije, tj.  $S_T - 55 - 2 = S_T - 53$ . Dakle, investitor bi u ovom slučaju bio u gubitku ukoliko bi dionica u trenutku dospijeća bila skuplja od 53 dolara.*



# 7 | Implementacija covered call strategije u programskom jeziku Python

## 7.1 Dohvaćanje i priprema podataka

Kao prvi korak u implementaciji covered call strategije, potrebno je dohvatiti i pripremiti podatke o cijenama dionica. Za tu svrhu koristimo paket `yfinance`, koji omogućuje jednostavan pristup povijesnim podacima o cijenama dionica putem 'Yahoo! Finance' API-ja. Uz `yfinance`, koristimo i biblioteke poput `Pandas` i `NumPy` za obradu i analizu podataka.

```
1 import pandas as pd
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 from scipy.stats import jarque_bera, norm
5 from statsmodels.graphics.gofplots import qqplot
6 from statsmodels.tsa.stattools import acf, adfuller
7 import statsmodels.api as sm
8 import yfinance as yf
9 import QuantLib as ql
```

Koristit ćemo funkciju `history()` iz `yfinance` paketa kako bismo dohvatili podatke o cijenama dionica tvrtke Apple Inc. za proteklu godinu. Nakon dohvaćanja podataka, fokusiramo se na stupac 'Close', koji sadrži Closed cijene dionica na kraju radnog dana. Ove cijene dalje koristimo u analizi i implementaciji covered call strategije.

```
1 apple = yf.Ticker("AAPL")
2 data = apple.history(period="1y")
3 v = data['Close'].values
```

U dolje navedenom dijelu koda, provodimo procjenu volatilnosti financijskog instrumenta, posebno log-povrata, koji su prethodno izračunati. Prvo, izračunavamo standardnu devijaciju povratnih vrijednosti. Ova standardna devijacija, oz-



načena kao *sigmahat*, pruža nam uvid u razinu volatilnosti podataka.

```
1 returns = np.diff(np.log(v))
2 sigma_hat = np.sqrt(np.var(returns))
3 sigma_hat_annual = sigma_hat * np.sqrt(252)
4 alpha_hat = np.mean(returns) + 0.5 * sigma_hat**2
```

Nakon toga, provodimo anualizaciju volatilnosti kako bismo je izrazili na godišnjoj razini. Budući da je standardna devijacija tipično izražena na dnevnoj razini, množimo je s faktorom korijena iz 252, što je približan broj trgovinskih dana u jednoj godini na financijskim tržištima.

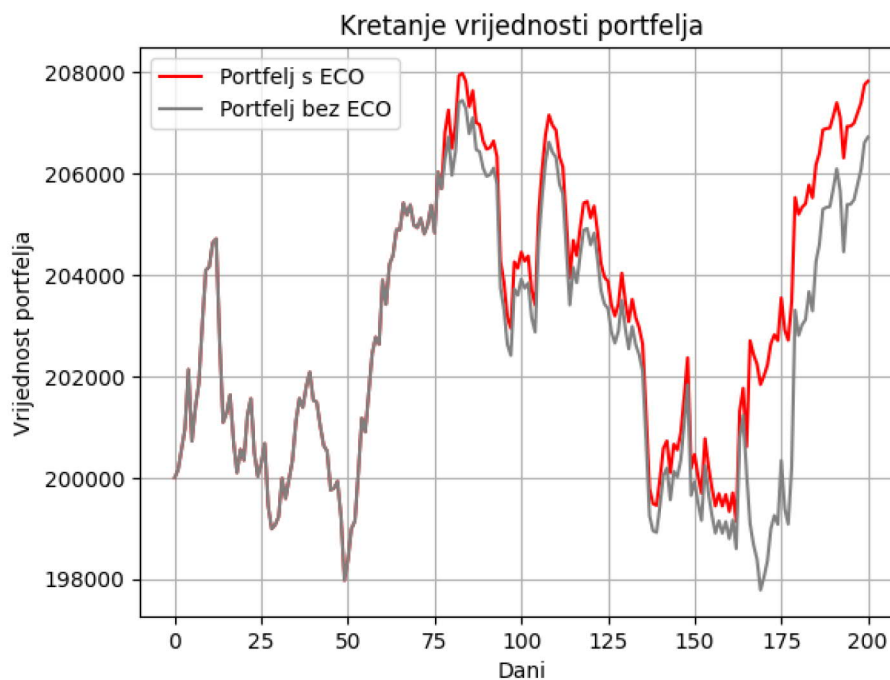
```
1 S = v[78]      # Cijena na 78.dan
2 K = 200        # Strike price
3 T = 89 / 365   # Vrijeme do isteka opcije u godinama
4 r_continuous = np.log(1 + r) # Kontinuirana stopa
   bezrizicne kamate
5 sigma = sigma_hat      # Volatilnost
6 currentPrice = yf.Ticker('AAPL').info['currentPrice'] #
   Trenutna cijena
```

Pomoću gore navedenog programskog koda, dobivamo sljedeće rezultate:

```
1 Cijena opcije: 5.63 $
2 Cijena na 78. dan (S): 172.45608520507812
3 Ciljana cijena (K): 200
4 Vrijeme do isteka opcije u godinama (T): 89 / 365
5 Kontinuirana stopa bezrizicne kamate:
   0.004987541511038968
6 Volatilnost: 0.20682296443368384
7 Trenutna cijena: 194.35
```

## 7.2 Primjer primjene covered call strategije na portfelj dionica

U ovom ćemo odjeljku objasniti razliku između vrijednosti dvaju portfelja. Usporedit ćemo portfelj koji neće koristiti covered call strategiju (*PortfolioWithoutECO*), te onaj u kojem ćemo koristiti covered call strategiju (*PortfolioWithECO*). Na sljedećoj slici možete vidjeti kako se kreće vrijednost pojedinog portfelja.



Slika 7.1: Graf kretanja vrijednosti portfelja

**Primjer 7.** Postoje dva različita pristupa upravljanju portfeljem: jedan bez prodaje opcija (ECO) i drugi uz prodaju opcija (ECO).

#### **Portfelj bez prodaje ECO (PortfolioWithoutECO):**

Ovaj portfelj se sastoji od 300 dionica, koje su kupljene na početku s ukupnim investicijskim kapitalom od 200.000€. Vrijednost portfelja se mijenja samo s promjenom cijene tih 300 dionica. Ovaj pristup predstavlja pasivan način ulaganja, gdje investitor kupuje 300 dionica i drži ih kroz cijeli period, a vrijednost portfelja ovisi isključivo o promjenama tržišne cijene dionica.

#### **Portfelj uz prodaju ECO (PortfolioWithECO):**

U prvih 78 dana ovaj portfelj se također sastoji od 300 dionica, što je identično portfelju bez prodaje ECO. Nakon 78 dana, investitor prodaje 100 opcija (ECO) po određenoj cijeni (ECOprice) i dodaje taj prihod u portfelj. Nakon 166 dana, dodaje još jednu opciju po cijeni K (strike price). Ovaj portfelj predstavlja strategiju covered call, gdje investitor kupuje dionice i istovremeno prodaje call opcije na te dionice. U prvih 78 dana nema razlike jer opcije nisu prodane. Nakon 78 dana, prodaja opcija donosi dodatni prihod, što povećava ukupnu vrijednost portfelja. Dodavanjem prihoda od prodaje opcija u portfelj, investitor povećava svoju izloženost tržištu.

#### **Što predstavljaju te vrijednosti na tržištu?**

*PortfolioWithoutECO:* Ovo predstavlja pasivan pristup, gdje investitor kupuje 300 dionica i drži ih kroz cijeli period. Vrijednost ovog portfelja ovisi samo o promjenama tržišne

*cijene dionica.*

*PortfolioWithECO: Ovaj portfelj predstavlja strategiju covered call, gdje investitor kupuje dionice i istovremeno prodaje call opcije na te dionice. U prvih 78 dana nema razlike jer opcije nisu prodane. Nakon 78 dana, prodaja opcija donosi dodatni prihod, što povećava ukupnu vrijednost portfelja. Dodavanjem prihoda od prodaje opcija u portfelj, investitor povećava svoju izloženost tržištu.*

## 7.3 Automatizacija Covered call strategije

U primjeru su korištene tri dionice: Apple (AAPL), Microsoft (MSFT) i Google (GOOGL). Kako bismo odredili kada primijeniti Covered call strategiju, provjerili smo je li se cijena dionice promijenila za više od 10% u posljednjih mjesec dana. Ovaj prag je postavljen kako bi se izbjeglo primjenjivanje strategije u visoko volatilnim razdobljima, gdje bi rizik od velikih gubitaka bio povećan. Ako se cijena promijenila za više od 10%, strategija se nije primjenjivala. Ako je promjena bila manja od 10%, strategija se primjenjivala kako bi se zaštitili od gubitka i generirali dodatni prihod.

```
1 Initial balance: 10000$
2
3 Price of AAPL changed by more than 10.0%. Covered call
  not applied.
4
5 Covered call applied to MSFT. Option premium:
  8.32706357063529
6 BUY PRICE: 449.57000732421875, STOCKS BOUGHT:
  22.243476737958296, CURRENT BALANCE: 0
7 SELL PRICE: 457.89707089485404, STOCKS SOLD:
  22.243476737958296, CURRENT BALANCE:
  10185.222844828926
8
9 Covered call applied to GOOGL. Option premium:
  6.401847335815731
10 BUY PRICE: 182.64999389648438, STOCKS BOUGHT:
  54.74952277122676, CURRENT BALANCE: 0
11 SELL PRICE: 189.0518412323001, STOCKS SOLD:
  54.74952277122676, CURRENT BALANCE: 10350.498086490159
12
13
14 Final balances after applying Covered call strategy for
  each stock separately:
15 AAPL: 10000$
16 MSFT: 10185.222844828926
17 GOOGL: 10350.498086490159
18 Balance after trades were made: 535.7209313190833$
```

Rezultati pokazuju da je covered call strategija na dionicama MSFT i GOOGL rezultirala povećanjem konačnog balansa, dok se strategija nije primjenjivala na AAPL zbog velike promjene cijene. Korištenje ove strategije omogućava investitorima da smanje rizik i generiraju dodatni prihod od premija opcija. Ovakav pristup također omogućuje dosljedno i efikasno provođenje strategija uz minimalan ručni nadzor.



# Literatura

- [1] LAWRENCE G. McMILLAN, *Options as a Strategic Investment*, New York Institute of Finance / Prentice Hall, 2001.
- [2] GUY COHEN, *The Bible of Options Strategies*, Financial Times Prentice Hall, 2005.
- [3] TONČI LAZIBAT, BOŽO MATIĆ, *Strategije trgovanja opcijama na terminskom tržištu*, dostupno na <https://hrcak.srce.hr/file/45176>.
- [4] KRISTIJAN ŠUČUR, *Diplomski rad: "Grci na financijskom tržištu"*, dostupno na <https://repositorij.mathos.hr/islandora/object/mathos%3A454/datastream/PDF/view>.
- [5] VJEKOSLAV RADAN, *Diplomski rad: "Primjena američkih opcija u strategijama trgovanja"*, dostupno na <https://repositorij.mathos.hr/islandora/object/mathos%3A696/datastream/PDF/view>.
- [6] *Pandas dokumentacija*, dostupno na <https://pandas.pydata.org/docs>.
- [7] *Numpy dokumentacija*, dostupno na <https://numpy.org/doc/stable>.
- [8] *Web stranica Investopedia.com*, dostupno na <https://www.investopedia.com/terms/c/coveredcall.asp>.



# Sažetak

Ovaj završni rad bavi se analizom i implementacijom covered call strategije koristeći Python. Covered call strategija je popularna metoda među investitorima za generiranje dodatnog prihoda od portfelja dionica. U radu su korišteni stvarni podaci o cijenama dionica Apple Inc. (AAPL) kako bi se prikazala praktična primjena ove strategije. Koristeći podatke preuzete s Yahoo Finance pomoću biblioteke `yfinance`, analizirani su povijesni podaci o cijenama dionica te su izračunati log-povrati. Procijenjeni su ključni parametri poput volatilnosti te su implementirani Black-Scholes modeli za procjenu cijena opcija. Rezultati su vizualizirani kroz grafičke prikaze kako bi se ilustrirala učinkovitost strategije u različitim tržišnim uvjetima. Ovaj rad također pruža uvid u teorijske aspekte strategije te detaljne korake implementacije koristeći Python.

## Ključne riječi

Europske opcije, covered call strategija, Black-Scholes-Mertonov model, volatilnost, automatizirano trgovanje





# Automatization of option usage in trading strategies – Covered call trading strategy

## Summary

This thesis focuses on the analysis and implementation of the covered call strategy using Python. The covered call strategy is a popular method among investors for generating additional income from a stock portfolio. The thesis uses real stock price data of Apple Inc. (AAPL) to demonstrate the practical application of this strategy. Using data retrieved from Yahoo Finance with the yfinance library, historical stock price data were analyzed and log-returns were calculated. Key parameters such as volatility were estimated, and Black-Scholes models were implemented to evaluate option prices. The results were visualized through graphical representations to illustrate the strategy's effectiveness under different market conditions. This work also provides insights into the theoretical aspects of the strategy and detailed implementation steps using Python.

## Keywords

European options, covered call strategy, Black-Scholes-Merton model, volatility, automated trading



# Životopis

Rođen sam 9. listopada 2001. godine u Požegi. Osnovnu sam školu pohađao u Osnovnoj školi fra Kaje Adžića u Pleternici. Nakon završetka osnovne škole upisao sam Prirodoslovno-matematičku gimnaziju u Požegi. Po završetku srednjoškolskog obrazovanja upisujem Sveučilišni preddiplomski studij Matematike i računarstva na Fakultetu primijenjene matematike i informatike Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku. Tijekom studija, aktivno sam se bavio radom studentskog zbora te sam u akademskoj godini 2023./2024. obavljao funkciju predsjednika studentskog zbora.