

# Povratna informacija u nastavi matematike

---

**Krešo, Rebeka**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, School of Applied Mathematics and Informatics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Fakultet primijenjene matematike i informatike**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:126:761944>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-20**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of School of Applied Mathematics and Computer Science](#)





SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU  
FAKULTET PRIMIJENJENE MATEMATIKE I INFORMATIKE

Diplomski sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike

# **Povratna informacija u nastavi matematike**

DIPLOMSKI RAD

Mentor:  
**izv. prof. dr. sc. Ljerka Jukić Matić**

Student:  
**Rebeka Krešo**

Osijek, 2024.



# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Povratna informacija</b>	<b>3</b>
2.1	Učinak povratne informacije . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Karakteristike učinkovite povratne informacije</b>	<b>7</b>
3.1	Perspektive povratnih informacija . . . . .	8
3.2	Razine povratnih informacija . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Primjeri povratne informacije u nastavi matematike</b>	<b>15</b>
4.1	Zbrajanje i oduzimanje cijelih brojeva . . . . .	16
4.2	Rješavanje linearnih jednadžbi . . . . .	18
4.3	Uspoređivanje brojeva . . . . .	20
4.4	Jednadžba kružnice . . . . .	22
4.5	Paralelni i okomiti pravci . . . . .	24
<b>5</b>	<b>Prikupljanje povratne informacije</b>	<b>27</b>
5.1	Izlazne kartice . . . . .	27
5.2	Digitalni alati . . . . .	28
	<b>Literatura</b>	<b>31</b>
	<b>Sažetak</b>	<b>33</b>
	<b>Summary</b>	<b>35</b>
	<b>Životopis</b>	<b>37</b>



# 1 | Uvod

Postoje mnoge vještine koje učitelji trebaju savladati da bi mogli obavljati svoj posao. Jedna od tih vještina je davanje povratne informacije učenicima, ali i kolegama. Iako je na satima uglavnom malo vremena i učitelji su uvijek u stisci s vremenom, potrebno je odvojiti izvjesno vrijeme da bi se moglo pratiti razumijevanje učenika, ali i njihov napredak općenito. Nije dovoljno dobiti informaciju jesu li učenici na jednom satu zadovoljili ishode kurikuluma, već je potrebno testirati učenike u nešto složenijim situacijama i pratiti njihov rad kroz određeno vrijeme. Prikupljanje povratne informacije i praćenje rada učenika dugotrajan je proces i treba ustrajati u tome. Što prije se nauče davati kvalitetne povratne informacije, to će biti lakše težiti cilju nastavnog sata.

Drugo poglavlje ovog rada daje pregled definicija povratne informacije i vrste povratne informacije. Osim toga mogu se vidjeti faktori učinka povratne informacije u nastavi prema raznim istraživanjima. Nakon toga, u trećem poglavlju detaljno je opisano što čini učinkovitu povratnu informaciju. Objašnjene su perspektive i razine povratnih informacija, te su radi lakšeg razumijevanja dani primjeri. U četvrtom poglavlju su dani primjeri aktivnosti koji se mogu provoditi na satima matematike, te detaljan opis uobičajenih pogreški učenika i povratnih informacija u obliku pitanja. Posljednje poglavlje daje pregled izlaznih kartica te digitalnih alata koji se mogu koristiti za lakše prikupljanje povratne informacije.



## 2 | Povratna informacija

U svijetu obrazovanja, prikupljanje informacija o usvojenosti znanja učenika je neizbježna sastavnica. Jedan od načina na koji možemo prikupiti te podatke je povratna informacija.

Mnogima nije jasno što se pod povratnom informacijom podrazumijeva. Jednima je to odgovor učeniku što dobro radi, a što ne. Učitelji pak pod povratnom informacijom smatraju kratki komentar o načinu na koji učenik nešto radi, pojašnjenje na pitanje učenika, ispravak pogreški učenika, kritika ili potvrda kada je rad dobar ili loš (Hattie i Clarke, 2019). Na isto pitanje učenici odgovaraju da im povratna informacija pomaže da znaju kamo ići dalje kada zapnu. Shodno tome, postoje različite definicije što to povratna informacija jest, a niti jedna nije dovoljno dobra niti dovoljno loša. Prema Small i Cooper (2019) povratna informacija je podatak je li određeni učenik shvatio ideju za daljnji tijek nastave, ima li određeni učenik pogrešnu predodžbu koju bi trebalo riješiti, treba li određenog učenika usmjeriti prema njegovim individualnim sposobnostima. Zierer i Wisniewski (2019) daju vrlo jednostavnu definiciju da je povratna informacija razmjena informacija između ljudi temeljena na podacima. Ona daje informacije o tome kako učenici napreduju u odnosu na ciljeve učenja u učionici. Povratna informacija može se usporediti s kišom. Mogu biti dane u različito vrijeme i imati različite učinke, na različite ljude baš kao kiša na prirodu (Lipnevich i Smith, 2018). Mišljenje o povratnoj informaciji dijele Hattie i Clarke (2019) te Hattie i Timperley (2007) koji daju sličnu definiciju povratne informacije. Tvrdi da je povratna informacija najkritičniji i najsnažniji aspekt poučavanja i učenja, te ključni element uspješne nastavne prakse. Među svim definicijama povratne informacije pojam raskoraka najbolje pojašnjava što to ona zapravo jest. Povratnom informacijom želi se smanjiti raskorak, praznina između toga gdje se učenik trenutno nalazi i gdje treba biti (Hattie i Timperley, 2007). Više o smanjenju tog raskoraka može se pronaći u Poglavlju 3.

Prema Zierer i Wisniewski (2019) možemo razlikovati 3 vrste povratne informacije:

- povratna informacija od učenika učitelju (povratna informacija učenika),
- povratna informacija od učitelja učeniku (povratna informacija učitelja),
- povratna informacija od učitelja učitelju (kolegijalna povratna informacija).

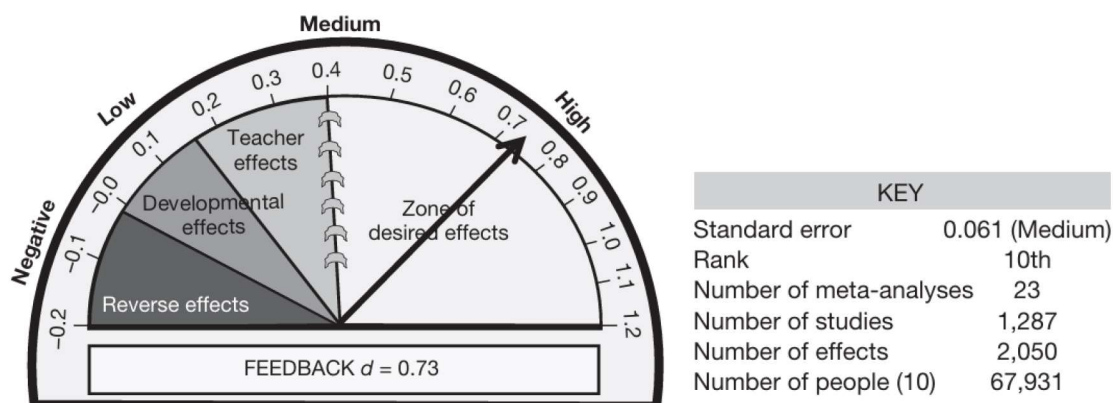


Osim učenika i učitelja povratnu informaciju mogu davati vršnjaci, knjige, roditelji, iskustvo, kao posljedica izvedbe (Hattie i Timperley, 2007). Iako je povratna informacija učenika i učitelja svakodnevno prisutna na satu, bila ona uspješna ili ne, kolegijalna povratna informacija izostaje. Zierer i Wisniewski (2019) navode da su učitelji skupina ljudi koja ne dobiva sustavne povratne informacije koje im mogu pomoći obavljati svoj posao. Učitelji naglašavaju da komuniciraju sa drugim učiteljima o učenicima, ali ne i o načinima svoga rada na satu. Također smatraju da je na kolegijalnoj povratnoj informaciji potrebno raditi jer samo osvrt učenika na učiteljev sat nije uvijek dovoljan.

## 2.1 Učinak povratne informacije

Riječ povratna informacija ne tako davno rijetko se koristila, ali uočeno je u mnogim istraživanjima da komentar na rad bez dodijeljene brojčane ocijene donosi puno više dobitaka u napretku. Dok je u SAD-u pojam ocjenjivanje obuhvaćao davanje odgovora učeniku o njegovom radu ili znanju, u UK-u i drugim zemljama ocjenjivanje se koristilo za opisivanje ocjena, te je povratna informacija u ovom obliku bila sumativna i samo od učitelja učeniku. Povratna informacija je važna komponenta procesa formativnog ocjenjivanja i kao takva, tada nije bila istaknuta (Hattie i Clarke, 2019).

Posljednjih godina riječ povratna informacija sve više se koristi i istražuje. Postoje mnoga istraživanja, a Hattie (2009) je u jednoj od svojih knjiga *Visible Learning* objavio sintezu više od 800 provedenih analiza vezanih uz postignuća učenika. Prema njegovom istraživanju, povratna informacija ima daleko najveći efekt učinka na postignuće učenika. Prosječni efekt učinka na više od 100 utjecaja na školovanje je 0.4, dok je efekt učinka povratne informacije na visokih 0.73. Ta brojka pokazuje da povratna informacija ima velik utjecaj na učenike, te da ne smije izostajati na satu.



Slika 2.1: Efekt učinka povratne informacije (preuzeto iz [4])

Efekti učinka u ovim analizama pokazuju značajnu varijabilnost, što upućuje da nisu svi oblici pružanja povratnih informacija jednako učinkoviti. Prema Hattie najučinkovitiji oblik davanja povratne informacije je u audio i video obliku ili uz pomoć računala. Nešto više efekte učinka od povratne informacije imaju odnos između učenika i učitelja, te razgovor u učionici. Oni upravo spadaju među prvih deset utjecaja na postignuće učenika (Hattie i Clark, 2019).



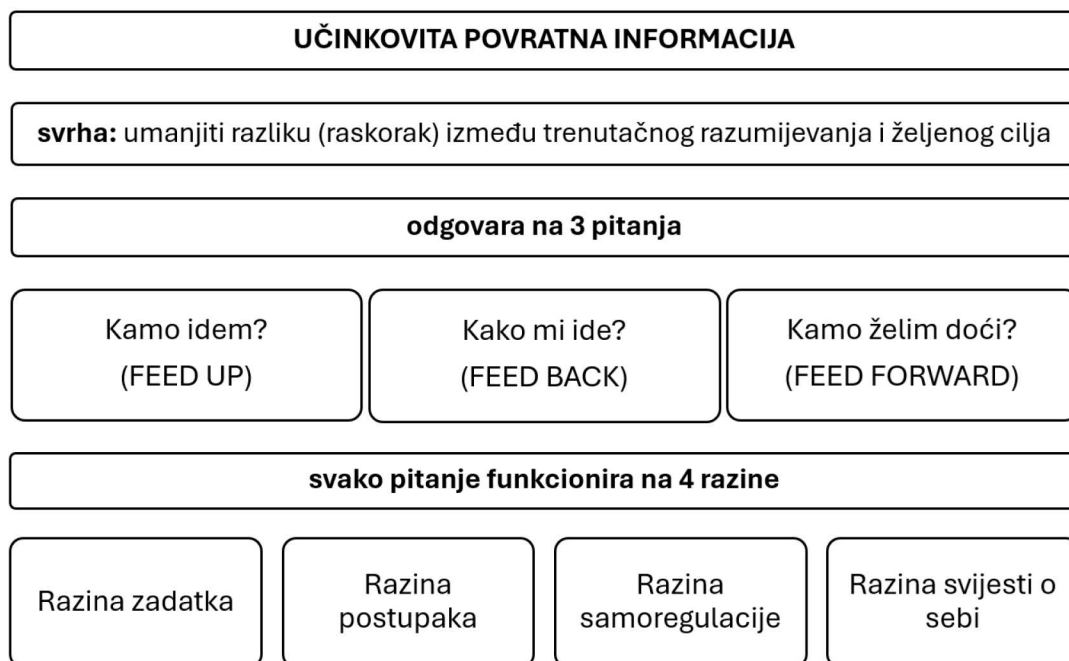
### 3 | Karakteristike učinkovite povratne informacije

Davanje dobre povratne informacije jedna je od vještina koju svi učitelji trebaju savladati. Ona može biti moćna ako se dobro izvede. Snaga povratne informacije leži u njenom dvostrukom pristupu, koji se istovremeno bavi i kognitivnim i motivacijskim čimbenicima (Brookhart, 2008).

Još davno, pozitivna povratna informacija smatrana je pozitivnim potkrepljenjem, a negativna povratna informacija smatrana je kaznom. Kako su pozitivno potkrepljenje i kazna utjecali na učenje, ne nužno na dobar način, teoretiziralo se da je povratna informacija uvijek učinkovita. Problem s ovom teorijom je zanemarivanje negativnih učinaka kazne. Odabir povratne informacije ovisi o vremenu, kada se daje i koliko često. Također ovisi i o načinu rada s učenicima te daje li se povratna informacija pojedincu ili grupi. Veliku ulogu u odabiru povratne informacije imaju i ton kojim se daje i hoće li biti jasna određenom učeniku (Brookhart, 2008).

Povratna informacija koja stigmatizira učenike, često je dana kao zbroj bodova, opisana je uz riječi dobro, odlično i slične bez dodatnog pojašnjenja, privremena je, ne omogućava napredak te traži slaba mjesta i pogreške, prema Penca Palčić (2008) je neučinkovita. Nije pošteno iskoristiti tu pogrešku protiv učenika u ocjenjivanju, ali isto tako nije pošteno da učenici nemaju priliku iskoristiti povratnu informaciju i popraviti se.

S druge strane, učinkovita povratna informacija je onda ne kada prikupljamo što više podataka nego kada ispravno interpretiramo podatke koje već imamo (Zierer i Wisniewski, 2019). Povratna informacija prvenstveno treba biti usmjerena na pomoć učeniku da smanji raskorak između trenutnog razumijevanja i željenog cilja. Da bi se raskorak smanjio i kako bi povratna informacija bila uspješna, Hattie i Timperley (2007) smatraju da je potrebno promišljati o određenim pitanjima i pružiti pravilnu potporu učeniku. Na Slici 3.1 može se vidjeti model učinkovite povratne informacije. Prema njemu je potrebno razmisliti o tri pitanja *Kamo idem?*, *Kako mi ide?* i *Kamo želim doći?* u svakoj od četiri razine povratne informacije, ovisno o trenutnoj fazi učenja učenika.



Slika 3.1: Model učinkovite povratne informacije (prema [2])

Učinkovita povratna informacija sadrži informacije koje učenik može koristiti, čuti i razumjeti. Učenici ne mogu čuti nešto što je izvan njihovog razumijevanja. Trebamo podučavanje vidjeti očima učenika kako bi što bolje znali što je problem te kako bi riješili miskoncepcije (Zierer i Wisniewski, 2019.). Ako komentari ne daju informacije kako poboljšati sami rad i kako nastaviti razvijati svoje znanje, povratna informacija neće dovesti do budućih poboljšanja, te će ocjena biti jedini pokazatelj gdje i kako učenik stoji bez konkretnog objašnjenja.

### 3.1 Perspektive povratnih informacija

Uspješna povratna informacija može se vidjeti iz perspektive prošlosti, sadašnjosti i budućnosti. Sve tri su međusobno povezane i zajedno čine sveobuhvatnu sliku. Prema Hattie (2012) ova pitanja odnose se na perspektive povratnih informacija:

- Feed up - povezan je s pitanjima *Kamo idem?, Koji su moji ciljevi?*
- Feed back - povezan je s pitanjima *Kako mi ide?, Kakav je napredak postignut prema cilju?*
- Feed forward - povezan je s pitanjima *Kamo želim doći?, Koje je sljedeće aktivnosti potrebno poduzeti za bolji napredak?*

Povratna informacija kojom se uspoređuje trenutno znanje učenika sa željenim ciljem, fokusira se na sadašnjost (feed up) (Zierer i Wisniewski, 2019). Takve povratne informacije odnose se na ciljeve učenja, tj. ciljeve nastavnog sadržaja. Učenici mogu pratiti svoj napredak prema tim ciljevima ako su pravovremeno obavješteni potrebnim informacijama. Ako učenici poznaju sadržaj koji uče i on im se čini laganim, povratne informacije neće imati učinka. Ukoliko cilj nije dobro postavljen, povratne informacije neće dovesti do smanjenja raskoraka između trenutnog razumijevanja i ciljeva učenja (Hattie i Timperley, 2007).

Uspoređuje li se trenutno znanje učenika s njegovim prethodnim znanjem, povratna informacija fokusira se na prošlost (feed back) (Zierer i Wisniewski, 2019). Takvim povratnim informacijama naglašavaju se informacije o napretku u odnosu na početnu ili završnu točku, a često se izražavaju u odnosu na neki očekivani standard, na uspjeh ili neuspjeh u određenom dijelu zadatka. Testovi su samo jedna metoda koju učitelji koriste za odgovor na pitanje o trenutnom znanju učenika, ali njime se ne može prenijeti povratna informacija o napretku učenika (Hattie, 2012).

Ako se objašnjava kako odabrati najprikladnije aktivnosti za postizanje željenog cilja, na temelju trenutnog znanja učenika, povratna informacija usmjerena je prema budućnosti (feed forward) (Zierer i Wisniewski, 2019). Takvim povratnim informacijama može se dovesti do razvoja samoregulacije u procesu učenja, dublje razumijevanje i razvijanje raznih strategija za rješavanje zadataka. Odgovori na pitanja povezana s ovom perspektivom najviše zanimaju učenike, a cilj nastavnika je učenike naučiti da sami na njih mogu odgovoriti (Hattie i Timperley, 2007).

Idealno okruženje za učenje ili iskustvo događa se kada učenici i učitelji traže odgovore na svako od ovih pitanja. Ta pitanja funkcioniraju na gotovo svim razinama povratnih informacija, a razine odgovaraju fazama učenja.

## 3.2 Razine povratnih informacija

Povratna informacija je varijabilna u svojoj učinkovitosti i glavni razlog tome je što povratnu informaciju treba uskladiti s time gdje se učenik nalazi u procesu učenja. Ukoliko nije usklađena, može biti zanemarena, pogrešno shvaćena ili protumačena. Kada je učenik u fazi površinskog znanja, tada je povratna informacija usmjerena na točnost zadatka korisna. Također kada učenik radi na povezivanju ideja ili širenju ideja, povratna informacija usmjerena na proces i samoregulaciju ima veliku učinkovitost. Potrebno je usmjeriti većinu povratnih informacija na trenutnu razinu učenja, ali ona mora imati cilj da pomakne učenika na sljedeću razinu složenosti (Hattie i Clarke, 2019).

Small i Cooper (2019) smatraju da povratna informacija ima šest razina, ali one se prema Hattie i Timperley (2007) mogu svrstati u četiri razine:

- usmjerena na zadatak,
- usmjerena na postupak,
- usmjerena na razinu samoregulacije,
- usmjerena na razinu svijesti o sebi.

Povratna informacija usmjerena na zadatak pruža informaciju o zadatku, koliko je dobro odrađen i kako ga učiniti učinkovitijim (Hattie i Clarke, 2019). Ova razina povratnih informacija uključuje upute za dobivanje više, različitih ili točnih informacija, koliko je dobro zadatak izveden, kao što je razlikovanje točnih od netočnih odgovora, stjecanje različitih informacija i izgradnja više površinskog znanja (Hattie i Timperley, 2007). Ova razina se najčešće koristi i oko 90% nastavnika upućuje učenicima pitanja koja su usmjerena na ovu informacijsku razinu. Jedan od problema ove razine je taj što se često ne generalizira na druge zadatke, te previše povratnih informacija unutar razine može umanjiti performanse (Hattie i Timperley, 2007). Često odgovara na pitanje *Koliko su dobro izvršeni i shvaćeni zadaci* (Zierer i Wisniewski, 2019)?

---

**Primjer povratne informacije (PI) usmjerene na zadatak:**

**Ispravna PI:** Tvoje rješenje zadatka nije u potpunosti točno. Zadatak traži odgovor u centimetrima, a ne u metrima. Preračunaj mjerne jedinice pa ćemo ponovo provjeriti rješenje.

**Pogrešna PI:** Kriva ti je mjerna jedinica na kraju.

**Objašnjenje PI:** Učenik dobiva informaciju da mu je zadatak ispravan ali je zaboravio preračunati mjernu jedinicu na kraju. Zna gdje je greška i lako ju može popraviti.

---

Slika 3.2: Primjer povratne informacije usmjerene na zadatak

Povratna informacija usmjerena na postupak razmatra informacije kako učenik može poboljšati procese učenja potrebne za razumijevanje i izvođenje zadatka. Kao i kod prethodne razine nije dovoljno dati pohvalu ili kritiku za izvršenje zadatka bez detalja (Hattie i Clarke, 2019). Koristi se za procese koji se nalaze u podlozi zadatka ili za zadatke koji se proširuju. Duboko razumijevanje učenja uključuje konstrukciju značenja i više se odnosi na kognitivne procese i prijenos na druge, teže ili neisprobane zadatke.

Otkrivanje pogreški može ukazati na neuspjeh i potrebu za ponovnim korištenjem iste strategije, odabirom različitih strategija i traženjem pomoći (Hattie i Timperley, 2007). Često odgovara na pitanje *Što je potrebno učiniti da se zadaci razumiju i savladaju* (Zierer i Wisniewski, 2019)?

---

**Primjer povratne informacije (PI) usmjerene na postupak:**

**Ispravna PI:** Dobro uspoređuješ dva razlomka. Što ti je pomoglo da se popraviš u odnosu na zadnji puta, na koji način uspoređuješ?

**Pogrešna PI:** Napokon dobro uspoređuješ razlomke. Bravo!

**Objašnjenje PI:** Učitelj dobiva informaciju od učenika kako je savladao sadržaj i na koji način to radi. Može ispraviti učenikovo razmišljanje ako je krivo. Učenik dobiva informaciju da je njegov postupak i način rada ispravan.

Slika 3.3: Primjer povratne informacije usmjerene na postupak

Povratna informacija usmjerena na razinu samoregulacije pruža informaciju kako učenik može bolje planirati, pratiti i upravljati svojim postupcima prema cilju učenja (Hattie i Clarke, 2019). Ova razina uključuje veću vještinu u samoevaluaciji ili samopouzdanje za daljnje rješavanje zadatka. Takve povratne informacije mogu imati jako velik utjecaj na samoučinkovitost i sposobnosti samoregulacije (Hattie i Timperley, 2007). Podrazumijeva samokontrolu, samousmjerenje i samodisciplinu koji su prilagođeni postizanju osobnih ciljeva. Kada učenici imaju metakognitivne vještine samoprocjene, mogu procijeniti svoje razine razumijevanja, svoj trud i postupke korištene u zadacima, svoja mišljenja, te poboljšanja u odnosu na prije (Hattie i Timperley, 2007). Često odgovara na pitanje *Što se može učiniti za upravljanje, usmjeravanje i praćenje tvojih radnji?* i najučinkovitija je među svim razinama povratne informacije (Zierer i Wisniewski, 2019).

---

**Primjer povratne informacije (PI) usmjerene na razinu samoregulacije:**

**Ispravna PI:** Provjerio si svoj odgovor u udžbeniku i shvatio si da si pogrešno riješio zadatak. Imaš li ideju zašto si pogriješio? Na koji način si riješio? Možeš li se sjetiti drugog načina kojeg bi mogao isprobati i kako bi riješio zadatak da je to dobar način?

**Pogrešna PI:** Nisi dobro riješio zadatak, pogledaj formulu u bilježnici pa ćeš dobro riješiti.

**Objašnjenje PI:** Učenik se samostalno provjerio (samopomoć) i shvatio da je krivo riješio zadatak. Dobiva informaciju da sam pokuša otkriti grešku u zadatku i kako može bolje upravljati svojim postupcima kada pogriješi. U ovoj razini nije dovoljno reći, zadatak je netočan jer si koristio krivu formulu.

Slika 3.4: Primjer povratne informacije usmjerene na razinu samoregulacije



Povratna informacija usmjerena na razinu svijesti o sebi često nije povezana sa učinkom u zadatku, nego stavlja naglasak na učenika. Najmanje je učinkovita, u odnosu na sve prethodne, te jedina ne odgovara na tri pitanja iz modela učinkovite povratne informacije (Hattie i Timperley, 2007). Može utjecati na učenje samo ako dovodi do promjena u trudu i angažmanu učenika u odnosu na učenje ili na strategije koje koriste kada pokušavaju razumjeti zadatke. Usmjerena je na osobne karakteristike učenika. To uključuje pohvale i kritike. Pohvale mogu smanjiti motivaciju za preuzimanje rizika, jer primatelji povratne informacije ne žele ugroziti svoju pozitivnu sliku o sebi. Kritika koja je usmjerena na osobu, a ne na pogrešku, može dovesti do negativne slike o sebi. Često odgovara na pitanje *Koje osobne karakteristike utječu na tebe?* Treba je koristiti oprezno, dobro promišljeno te u kombinaciji s ostalim razinama (Zierer i Wisniewski, 2019).

---

**Primjer povratne informacije (PI) usmjerene na razinu svijesti o sebi:**

**Ispravna PI:** Stvarno si super! Tvoja rješenja zadataka su najbolja u razredu. Dobro si pomnožila sve razlomke s razlomkom, tj. pomnožila si brojnik s brojnikom, nazivnik s nazivnikom te si na kraju uspješno skratila sve. Iduću zadaću ne moraš predati sutra na pregled.

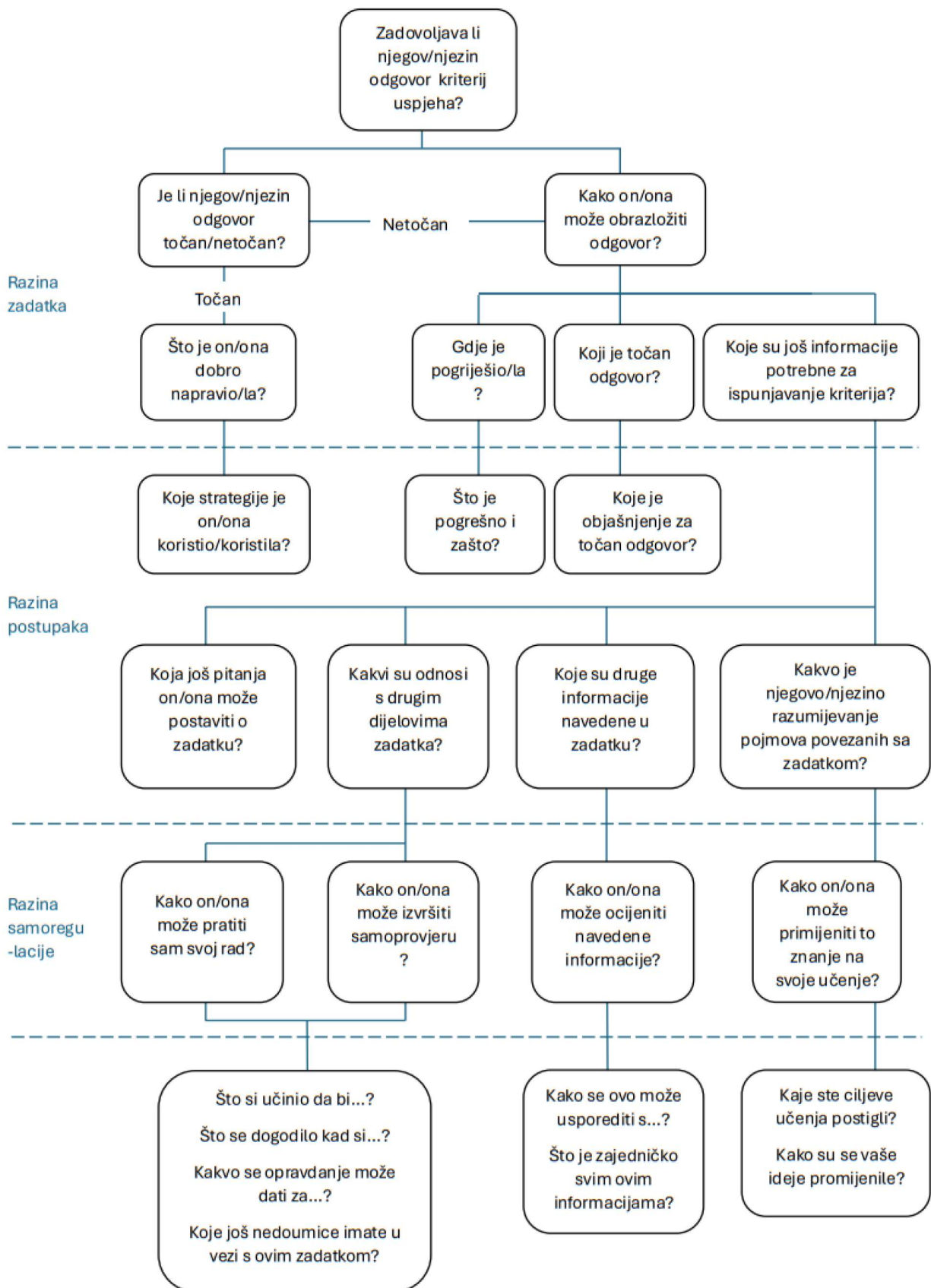
**Pogrešna PI:** Tvoja rješenja zadataka su najbolja u razredu! Iduću zadaću ne moraš predati sutra na pregled.

**Objašnjenje PI:** Učenica dobiva informaciju je li dobro riješila zadatak te što je konkretno napravila točno. Također dobiva poruku da je dobra učenica, ali naglasak nije samo na tome. Da nije dano objašnjenje što je dobro napravljeno u zadaći, povratna informacija ne bi bila uspješna.

---

Slika 3.5: Primjer povratne informacije usmjerene na razinu svijesti o sebi

Povratna informacija ima različite učinke kroz sve razine (Hattie, 2009). Učenici, bez obzira na razinu postignuća, moraju biti izloženi novom učenju tri do pet puta kako bi ga potpuno usvojili (Hattie i Clarke, 2019). Brookhart (2008) sugerira da će povratna informacija biti korisna ako učenici i učitelji nauče kako je koristiti. Prema modelu na Slici 3.6 vrlo lako može se naučiti davati učinkovitu povratnu informaciju, ali i provjeriti samog sebe.



Slika 3.6: Model za davanje povratne informacije po razinama (prema [4])



## 4 | Primjeri povratne informacije u nastavi matematike

Kada među učiteljima krene razgovor o povratnoj informaciji, mnogi od njih znaju odgovoriti *O čemu biste dali povratnu informaciju iz matematike?, na ispitu se sve vidi*. Neki odmah sugeriraju da je mjesto povratnoj informaciji u predmetima društvenih znanosti. Taj odgovor je pogrešan. Numeričko bodovanje u matematici učeniku pokazuje koliko je odgovora bilo točno, dok je svrha poboljšati vještine učenika i njihovo razumijevanje (Small i Cooper, 2019).

Prema Kurikulumu nastavnog predmeta matematika za osnovne škole i gimnazije, te srednje strukovne škole na razini 4.2, matematički procesi su važni na svim razinama obrazovanja te su organizirani u 5 skupina:

- prikazivanje i komunikacija
- povezivanje
- logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje
- rješavanje problema i matematičko modeliranje
- primjena tehnologije.

Na svakom od procesa treba raditi postupno te uspostavljati veze. Učenje i poučavanje matematike omogućuje razvoj raznih matematičkih znanja i vještina kojima će se učenici koristiti kasnije u životu. Stoga je jako bitno da se prenošenje znanja učenicima odradi kako treba, ali i da se na kvalitetan i dobar način provjeri njihovo razumijevanje.

U sljedećim primjerima prilagođenih s [11] može se vidjeti kako dati povratnu informaciju na konkretnim aktivnostima na satu. Prva tri primjera primjereni su za rad s učenicima u osnovnim školama, a posljednja dva su primjerena za učenike srednjih škola.

## 4.1 Zbrajanje i oduzimanje cijelih brojeva

Cilj ove aktivnosti je naučiti učenike zbrajati i oduzimati cijele brojeve sa razumijevanjem. Učitelj bi trebao podijeliti svakom učeniku listić kao na Slici 4.1 te ostaviti im 15 minuta za samostalno rješavanje.

1. Riješi bez upotrebe kalkulatora:

(a)  $(+8) - (+3)$   
.....

(b)  $(+3) - (+8)$   
.....

(c)  $(-3) + (+8)$   
.....

(d)  $(-8) + (-3)$   
.....

(e)  $(+8) - (-3)$   
.....

(f)  $(-8) - (-3)$   
.....

Izaberi 2 zadatka od gore i objasni svoj odgovor uz pomoć dijagrama ili riječima ili oboje.  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Slika 4.1: Listić za provođenje aktivnosti

Nakon prikupljanja listića, učitelj treba pripremiti pitanja kojima će učeniku pomoći sa zadacima. U Tablici 4.1 se mogu vidjeti uobičajene pogreške učenika i povratna informacija u obliku pitanja.

Uobičajeni problemi:	Povratna informacija:
<p><b>Tumači zgrade kao množenje</b> npr. Učenik piše 24 ili -24 kao odgovor pod (a).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Koji je odgovor na <math>(-8) \times (+3)</math>?</li> </ul>
<p><b>Mijenja predznak broja s operacijom</b> npr. Učenik piše 11 kao odgovor pod (a).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Koji je odgovor na <math>(+8) + (+3)</math>?</li> <li>• Misliš li da bi trebalo dobiti isti odgovor za (a) i <math>(+8) + (+3)</math>?</li> </ul>
<p><b>Oduzima u pogrešnom smjeru kako bi se dobio pozitivan odgovor</b> npr. Učenik piše 5 ili +5 kao odgovor na pitanje pod (b).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Možeš li objasniti razliku između rješenja pod (a) i (b)?</li> <li>• Misliš li da bi trebalo dobiti isti odgovor?</li> </ul>
<p><b>Ne nudi objašnjenje</b> npr. Učenik ostavlja donji dio lista prazan.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kako si dobio odgovore?</li> <li>• Kako bi uvjerio/la nekoga drugoga da su tvoji odgovori točni?</li> </ul>

Tablica 4.1: Uobičajeni problemi i povratna informacija

## 4.2 Rješavanje linearnih jednadžbi

Ovom aktivnosti želi se procijeniti koliko dobro učenici mogu formirati i riješiti linearnu jednadžbu, uključujući rastavljanje na faktore i korištenje svojstva distribucije. Učitelj bi kao i u prethodnoj aktivnosti trebao podijeliti svakom učeniku listić kao na Slici 4.2 te ostaviti im 15 minuta za samostalno rješavanje.

1. Koja jednadžba odgovara na sljedeće pitanje:

„Zamislilo/la sam broj, dodao/la sam mu 7 i sve pomnožio/la s 4.  
Moj rezultat je 80. Koji broj sam zamislilo/la?“

$x + 28 = 80$

$4(x + 7) = 80$

$4x + 7 = 80$

$4x + 28 = 80$

Obrazloži svoj odgovor.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Riješi jednadžbu i pronađi vrijednost  $x$ .

2. Pogledaj iduće četiri slike:

Slika A	Slika B	Slika C	Slika D
$2x+4$	$2x+2$	$2x$	$x+1$
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 80px; margin: 0 auto;">           Odredi površinu pravokutnika.         </div> <span style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">2</span>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 80px; margin: 0 auto;">           Odredi površinu pravokutnika.         </div> <span style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">2</span>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 80px; margin: 0 auto;">           Odredi opseg pravokutnika.         </div> <span style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">2</span>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 80px; margin: 0 auto;">           Odredi opseg kvadrata.         </div>

Koja slika ne rezultira izrazom  $4x+4$ . Detaljno obrazloži odgovor.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Slika 4.2: Listić za provođenje aktivnosti

U Tablici 4.2 se mogu vidjeti uobičajene pogreške učenika i povratna informacija u obliku pitanja.

Uobičajeni problemi:	Povratna informacija:
<p><b>Primjenjuje operacije pogrešnim redoslijedom</b> npr. Učenik odabire <math>4x+7=80</math> kao odgovarajuću jednadžbu u prvom pitanju. npr. Učenik odabire <math>x+28=80</math> kao odgovarajuću jednadžbu u prvom pitanju.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• U ovom izrazu, što se prvo događa s brojem na koji misliš? Što se događa nakon toga?</li> <li>• Što predstavlja <math>x</math>? Čemu dodaješ 7?</li> <li>• Je li dodavanje 7, a zatim množenje s 4 isto što i dodavanje 28? Kako to možeš provjeriti?</li> </ul>
<p><b>Ne prepoznaje sve relevantne izraze</b> npr. Učenik odabire <math>4(x+7)=80</math> kao jedinu odgovarajuću jednadžbu u prvom pitanju.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kako drugačije možeš zapisati izraz <math>4(x+7)=80</math>?</li> </ul>
<p><b>Ne razlikuje površinu od opsega</b> npr. Učenik piše izraz za površinu umjesto opsega pravokutnika za slike C i D u drugom pitanju. npr. Učenik piše izraz za opseg umjesto površine pravokutnika za slike A i B u drugom pitanju.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kako računaš površinu pravokutnika?</li> <li>• Što znači opseg?</li> <li>• Predstavlja li tvoja formula izraz za opseg ili površinu tvog pravokutnika?</li> </ul>
<p><b>Izračunava netočnu vrijednost za <math>x</math></b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kako ćeš provjeriti je li tvoja vrijednost za <math>x</math> točna?</li> </ul>
<p><b>Točno rješava zadatke</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Možeš li izmisliti situaciju koja bi dovela do jednadžbe <math>4(x+3)=16</math>?</li> <li>• Možeš li riješiti ove jednadžbe drugom metodom? Koja bi bila metoda?</li> </ul>

Tablica 4.2: Uobičajeni problemi i povratna informacija



### 4.3 Uspoređivanje brojeva

Cilj ove aktivnosti je pomoći učenicima da uspoređuju, pretvaraju i poredaju razlomke, decimalne brojeve i postotke. Također da koriste razne grafičke modele za prikazivanje tih brojeva. Učitelj bi trebao podijeliti svakom učeniku listić kao na Slici 4.3 te ostaviti im 15 minuta za samostalno rješavanje.

1. Poredaj ove decimalne brojeve, od najmanjeg do najvećeg:

0.125      0.4      0.62      1.05      0.05

.....,	.....,	.....,	.....,	.....
<b>Najmanji</b>				<b>Najveći</b>

Objasni način na koji si to napravio/la.

.....

.....

.....

2. Poredaj ove razlomke, od najmanjeg do najvećeg:

$\frac{3}{4}$        $\frac{9}{16}$        $\frac{3}{16}$        $\frac{7}{8}$        $\frac{3}{8}$

.....,	.....,	.....,	.....,	.....
<b>Najmanji</b>				<b>Najveći</b>

Objasni način na koji si to napravio/la.

.....

.....

.....

3. Označi polje uz veći broj, a zatim objasni svoj odgovor.

(a)      40%       **ILI**       $\frac{1}{4}$

(b)      0.7       **ILI**       $\frac{3}{5}$

(c)      33%       **ILI**      0.4

.....

.....

.....

Slika 4.3: Listić za provođenje aktivnosti

U Tablici 4.3 se mogu vidjeti uobičajene pogreške učenika i povratna informacija u obliku pitanja.

Uobičajeni problemi:	Povratna informacija:
<p><b>Pretpostavlja da 'duljina' decimala određuje njegovu relativnu veličinu (1. zadatak)</b>            npr. Učenik navodi da je <math>0.4 &lt; 0.125</math> jer je <math>4 &lt; 125</math> (broj s više decimalnih mjesta je veći).            npr. Učenik navodi da je <math>0.4 &gt; 0.62</math> jer je <math>1/4 &gt; 1/62</math> (broj s više decimalnih mjesta je manji).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Možeš li mi pokazati gdje bi na brojevnom pravcu smjestio/la brojeve 0.4, 0.125 i 0.60?</li> <li>• Koji broj je veće vrijednosti 0.5 ili 0.50? Zašto?</li> <li>• Možeš li odrediti koji broj je veći brojanjem decimalnih mjesta?</li> </ul>
<p><b>Neovisno uspoređuje brojnike i nazivnike kada uspoređuje razlomke (2. zadatak)</b>            npr. Učenik navodi da je <math>3/4 &lt; 9/16</math> jer je <math>3 &lt; 9</math> i <math>4 &lt; 16</math>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Što je veće <math>2/3</math> ili <math>4/6</math>? Zašto?</li> <li>• Ako udvostručiš brojnik i nazivnik, mijenja li to veličinu razlomka? Zašto?</li> <li>• Možeš li reći koji razlomak je veći gledajući odvojeno veličinu brojnika i nazivnika?</li> </ul>
<p><b>Zanemaruje brojnik ili nazivnik kada uspoređuje razlomke (2. zadatak)</b>            npr. Učenik navodi da je <math>9/16 &lt; 3/8</math> jer su šesnaestine manje od osmina (zanemaruje brojnik).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Što je veće <math>3/8</math> ili <math>6/16</math>? Zašto?</li> <li>• Sada ponovno usporedi brojeve?</li> </ul>
<p><b>Fokusira se na veličinu znamenki a ne na cijeli broj (3. zadatak)</b>            npr. Učenik navodi da je <math>33\% &gt; 0.4</math> jer je <math>33 &gt; 4</math> (ili 0.4).            npr. Učenik navodi da je <math>0.7 &gt; 3/5</math> (što je točno) jer je 7 veće od 3 ili 5.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Koja je razlika između 33 i 33%?</li> <li>• Koja je razlika između 4 i 0.4?</li> <li>• Možeš li nacrtati dijagram koji pokazuje značenje od 0.7?</li> <li>• Možeš li nacrtati dijagram koji pokazuje značenje od <math>3/5</math>?</li> </ul>
<p><b>Točno rješava zadatke i daje točna objašnjenja</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Za svaki od parova brojeva, možeš li pronaći broj između njih?</li> <li>• Možeš li zapisati svaki svoj broj kao razlomak, decimalni broj i postotak?</li> </ul>

Tablica 4.3: Uobičajeni problemi i povratna informacija

## 4.4 Jednadžba kružnice

Ovom aktivnosti želi se procijeniti koliko dobro učenici mogu pomoću Pitagorinog poučka izvesti jednadžbu kružnice, te prelaziti između različitih prikaza kružnica kao geometrijskog lika i njene jednadžbe. Učitelj bi kao i u prethodnoj aktivnosti trebao podijeliti svakom učeniku listić kao na Slici 4.4 te ostaviti im 15 minuta za samostalno rješavanje.

1. Krajnje točke promjera kružnice su  $(6,0)$  i  $(-6,0)$ .

(a) Koje su koordinate središta kružnice?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(b) Kako glasi jednadžba te kružnice? Objasni svoj odgovor.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(c) Točka koja se nalazi na toj kružnici ima koordinate  $(2, m)$ . Koje vrijednosti može poprimiti varijabla  $m$ ? Objasni svoj zaključak.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2. Druga kružnica ima središte s koordinatama  $(-5,1)$  i polumjerom duljine  $\sqrt{14}$ . Kako glasi jednadžba kružnice? Objasni svoj odgovor.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Slika 4.4: Listić za provođenje aktivnosti

U Tablici 4.4 se mogu vidjeti uobičajene pogreške učenika i povratna informacija u obliku pitanja.

Uobičajeni problemi:	Povratna informacija:
<p><b>Daje netočne koordinate središta kružnice</b> npr. Učenik navodi da su koordinate središta kružnice (6, 6) (1. (a) zadatak).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• U koordinatnom sustavu označi krajnje točke promjera kružnice, a zatim skiciraj kružnicu kroz te dvije točke. Koje su koordinate središta kružnice?</li> </ul>
<p><b>Iskazuje pogrešnu jednadžbu kružnice ili ne odgovara na pitanje</b> npr. Učenik navodi da je <math>x^2+y^2=6</math> (1. (b) zadatak).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Što trebaš napraviti u ovom zadatku?</li> <li>• Koje informacije o kružnici već znaš?</li> <li>• Možeš li nekako iskoristiti poznate podatke kako bi provjerio/la je li jednadžba kružnice točna?</li> </ul>
<p><b>Skicira kružnicu i nju koristi za određivanje koordinata točke na kružnici (1. (c) zadatak)</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Možeš li provjeriti jesu li dobivene vrijednosti točne?</li> </ul>
<p><b>Iskazuje točno jednu vrijednost varijable m (1. (c) zadatak)</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Možeš li izračunati koliko iznosi druga vrijednost za varijablu m?</li> </ul>
<p><b>Pogrešno koristi Pitagorin teorem kako bi izrazio jednadžbu kružnice</b> npr. Učenik navodi da je jednadžba kružnice <math>(x-5)^2+(y+1)^2=14</math> (2. zadatak).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kako možeš provjeriti je li jednadžba kružnice točna?</li> <li>• Skiciraj kružnicu.</li> </ul>
<p><b>Daje oskudna objašnjenja</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kada bi netko čitao tvoje rješenje, bi li mogao razumjeti zašto je to rješenje točno?</li> </ul>
<p><b>Točno rješava zadatke i daje točna objašnjenja</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Jednadžba kružnice glasi <math>(x-4)^2+(y+2)^2=p</math>, gdje je p cijeli broj. Odredi vrijednost za p tako da kružnica siječe os x, ali ne siječe os y.</li> </ul>

Tablica 4.4: Uobičajeni problemi i povratna informacija

## 4.5 Paralelni i okomiti pravci

Cilj posljednje aktivnosti je procijeniti koliko dobro učenici razumiju odnos između nagiba paralelnih i okomitih pravaca, a posebno za identifikaciju učenika kojima ovaj sadržaj ne ide. Učitelj bi trebao podijeliti svakom učeniku listić kao na Slici 4.5 te ostaviti im 15 minuta za samostalno rješavanje.

1. Među ponuđenim jednadžbama pravaca odaberi one čiji odgovarajući pravci tvore pravokutnik.

$y + 2x = 8$	$2y + \frac{1}{2}x + 1 = 0$	$2y + x = 1$	$y = x - 4$	$y = 2(x - 1)$
$2y = x - 4$	$y + 2x + 2 = 0$	$y = \frac{1}{2}x + 2$	$y = 4 - x$	$2y = 4 - x$

Pažljivo objasni svoj odgovor.

\_\_\_\_\_

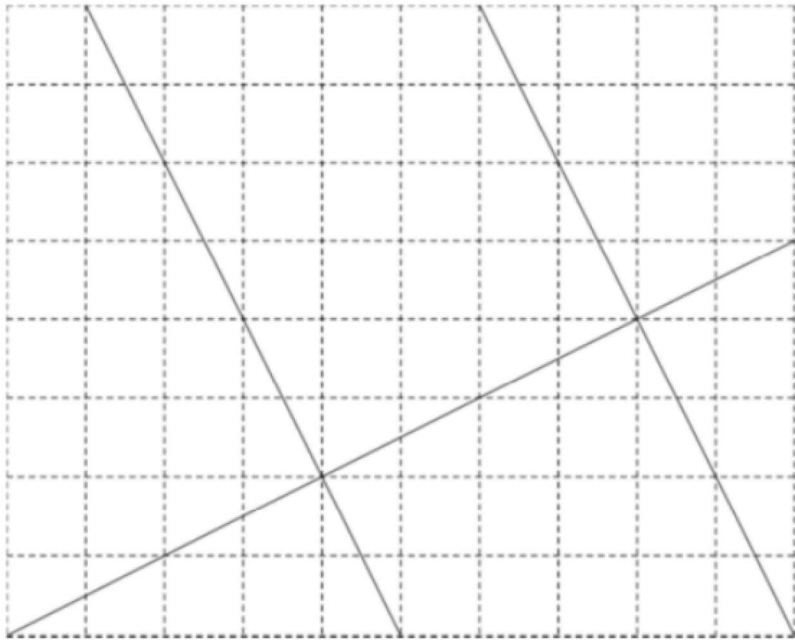
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2. Označite x-os i y-os te pravac koji nedostaje da bi dobili sve četiri stranice pravokutnika.



Slika 4.5: Listić za provođenje aktivnosti

U Tablici 4.5 se mogu vidjeti uobičajene pogreške učenika i povratna informacija u obliku pitanja.

Uobičajeni problemi:	Povratna informacija:
<p><b>Ne povezuje svojstva pravokutnika s nagibima pravca</b> npr. Učenik u prvom pitanju ne spominje da pravokutnik ima dva para paralelnih stranica i da su ti parovi okomiti, niti to povezuje s nagibom pravaca koje tvore stranice.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Što znaš o stranicama pravokutnika?</li> <li>• Kako je svojstvo paralelnosti (okomitosti) povezano s nagibom pravca?</li> </ul>
<p><b>Pokazuje ograničeno razumijevanje veze između nagiba pravca i oblika jednadžbe pravca</b> npr. Učenik određuje nagibe samo za jednadžbe u kojima je <math>y</math> eksplicitno izražen, <math>y=mx+b</math>, ali ne i za druge jednadžbe. npr. Učenik navodi da je broj uz <math>x</math> nagib pravca u svim jednadžbama pravca.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kako računaš nagib pravca?</li> <li>• Kako znaš jesu li dva pravca paralelna ili okomita?</li> <li>• Kako oblik jednadžbe pravca utječe na izračunavanje nagiba pravca?</li> </ul>
<p><b>Ne daje dovoljno obrazloženja</b> npr. Učenik ne objašnjava kako je traženje paralelnih i okomitih pravac povezano sa zadatkom pronalaženja stranica pravokutnika (1. zadatak).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zašto je traženje nagiba parova paralelnih i okomitih pravaca relevantno?</li> <li>• Kako to znaš?</li> </ul>
<p><b>Ne identificira relevantne informacije iz jednadžbi</b> npr. Učenik ne uspijeva identificirati <math>x</math> ili <math>y</math> odsječke u 2. zadatku.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Što još možeš zaključiti iz jednadžbi pravaca?</li> <li>• Gdje se siječe par pravaca?</li> <li>• Gdje pravac siječe <math>x</math>-os?</li> <li>• Gdje pravac siječe <math>y</math>-os?</li> </ul>




Tablica 4.5: Uobičajeni problemi i povratna informacija



## 5 | Prikupljanje povratne informacije

Postoje prilike za učitelje da odvoje vrijeme za razmišljanje o povratnim informacijama koje će dati učenicima. To je osobito slučaj kada se povratna informacija prikuplja na papiru ili digitalno. U ovom slučaju učitelj može birati između različitih načina davanja povratnih informacija koje su ranije opisane. Iako je malo vremena za takav pothvat na satu, poželjno je znati u kojem smjeru vodi rad učitelja i učenika te pronaći način kako to odraditi (Zierer i Wisniewski, 2019).

Jednostavan način za prikupljanje povratne informacije je sam početak ili kraj sata. Na osnovu tih informacija lako se može nastaviti sat ili započeti idući. Uz pomoć i pravilno korištenje izlaznih kartica i raznih digitalnih alata moguće je odraditi prikupljanje potrebnih informacija. Ono što ne smije izostati nakon toga je povratna informacija učitelja ili kolegijalna povratna informacija.

IME I PREZIME: _____			
Znam odrediti apsolutnu vrijednost cijelog broja.			
Znam odrediti suprotni broj cijelom broju.			
Znam usporediti dva cijela broja.			
Znam zbrajati i oduzimati cijele brojeve.			
Znam množiti i dijeliti cijele brojeve.			
Znam izvući informacije iz zadataka sa riječima.			
Znam riješiti zadatke s riječima.			

Slika 5.1: Primjena izlazne kartice u nastavi matematike

### 5.1 Izlazne kartice

Izlazne kartice su samostalno kreirani listići koji se koriste za razne svrhe tako i za prikupljanje povratne informacije (IZZI, 2019). Usmjerene su, kako učeniku tako i učitelju, da prate svoj rad i napredak. Uglavnom se dijele na kraju sata i sadrže određena pitanja ili zahtijevaju od učenika da se samovrednuju. Najčešće da




procijene svoj rad, a ponekad i da ocijene rad učitelja. Zadatak učitelja je, nakon prikupljenih popunjenih izlaznih kartica, protumačiti odgovore. Također treba odrediti što je dobro radio na satu, što može popraviti, a što treba ponoviti i naglasiti u nastavku svoga rada. Isto tako mora pronaći što je određenom učeniku sporno, te pronaći način kako da povratna informacija učeniku bude uspješna. Postoje razne gotove izlazne kartice koje se mogu preuzeti i modificirati prema potrebi. Na Slici 5.2 mogu se vidjeti neke od njih.

Ime: \_\_\_\_\_

PORUKA U BOCI

Zamislite da nastavniku možete poslati poruku u boci o današnjoj lekciji. Napišite svoju poruku.



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(a)

Ime: \_\_\_\_\_

RAZMJENA ZNANJA

Napišite jedan pojam koji ste danas shvatili i jedan koji niste shvatili. Pronađite u razredu jednu osobu kojoj vi možete pomoći pojašnjenjem i jednu koja vama može pomoći pojašnjenjem.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(b)

Ime: \_\_\_\_\_

ZAPIŠI, NACRTAJ, STVORI POPIS I UPITAJ

ZAPIŠI	NACRTAJ
STVORI POPIS	UPITAJ

(c)

Ime: \_\_\_\_\_

PROSUDITE DANAŠNJI RAD

Danas je rad u timu ili paru OTEŽAO - OLAKŠAO rješavanje zadatka. Zaokružite jednu mogućnost i objasnite zašto!



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(d)

Slika 5.2: Izlazne kartice (preuzeto iz [6])

Izrada kartica je jednostavna i može se prilagoditi svakoj nastavnoj cjelini. Slika 5.1 prikazuje samostalno izrađenu izlaznu karticu za samoprocjenu učenika u nastavi matematike nakon obrađene lekcije *Cijeli brojevi* u 6. razredu osnovne škole.

## 5.2 Digitalni alati

U novije vrijeme, posao prikupljanja povratne informacije olakšava se uz primjenu raznih digitalnih tehnologija. Pomoću njih podaci ostaju spremljeni i učitelj može pristupiti uvijek tim informacijama. Na ovaj način, povratna informacija se brzo može prikupiti u bilo kojem dijelu sata.

Postoje mnogi alati koje mogu učiniti sat zanimljivijim i djecu motiviranim, a uz to i dobiti potrebnu povratnu informaciju. Kod ovakvog oblika rada, treba pripaziti na koji način će se određena aktivnost predstaviti učenicima, jer

djeca ju lako mogu shvatiti kao igru. Kao i kod izlaznih kartica potrebno je dati naknadnu povratnu informaciju.

Alati koji su korisni za prikupljanje povratne informacije, Plickers, Kahoot, Nearpod, Mentimeter, Blooket, Quizizz i Pear Deck, samo su neki od mnogobrojnih postojećih alata. Prema Zajec, Ređep i Marčinković (2019) svaki alat nudi mogućnost pravovremene povratne informacije učenicima, dok učitelji imaju uvid u detaljnu analizu svih odgovora učenika.

Kahoot, Blooket i Quizizz su alati namjenjeni izradi kvizova u obliku igri u stvarnom vremenu, raznih pitalica i upitnika. Za izradu istih potrebno se prijaviti i mogu se besplatno koristiti. Učenici pristupaju putem koda koji se nalazi na ekranu učitelja. Alat Kahoot funkcionira na način da se pitanja prikazuju na ekranu učitelja, a učenici odgovaraju putem mobilnih uređaja ili računala. Nakon svakog pitanja prikazuje se postotak i broj točno ili netočno odgovorenih pitanja. Na kraju svakog kviza prikazuje se broj bodova učenika te ljestvica prema broju bodova. Bodovi se dodjeljuju na način da osoba koja je brže odgovorila točan odgovor dobije više bodova. Alati Blooket i Quizizz za razliku od Kahoot alata mogu prikazivati svakom učeniku pitanja na njihovom uređaju nasumičnim odabirom. Učenici u slučaju ova dva alata imaju mogućnost oduzimati drugima bodove, mijenjati ih ali ih i izgubiti. Također kao i kod Kahoot alata cijelo vrijeme prikazuje se ljestvica s bodovima i na kraju samog kviza proglašenje učenika na prva tri mjesta prema broju bodova. Prednost Blooket i Quizizz alata u odnosu na Kahoot je što se rezultati kviza, sva pitanja i odgovori svakog učenika spremaju i može im se pristupiti nakon kviza. Sva tri alata jednostavno prikupljanju potrebne informacije te se najčešće koriste u nastavi. Na Slici 5.3a se može vidjeti primjena Kahoot alata u nastavi matematike nakon obrađene lekcije *Asimptote grafa funkcije* u 4. razredu srednje škole.

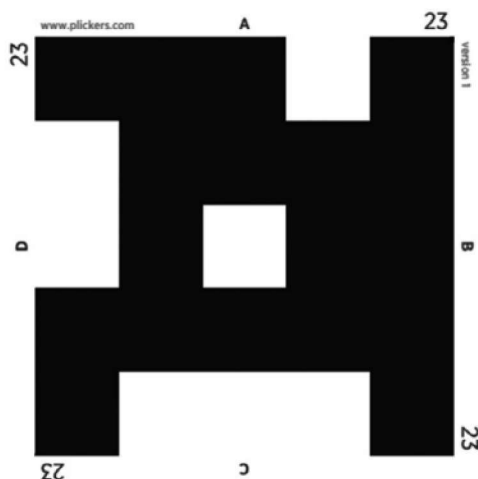


Slika 5.3: Primjena digitalnih alata u nastavi matematike

Osim samog prikupljanja informacija na kraju ili početku sata, uz pomoć nekih alata moguće je pratiti razumijevanje cijeli sat i direktno dobivati povratnu informaciju. Pear Deck, Nearpod i Mentimeter su interaktivni alati koji omogućuju postavljanje pitanja, izradu kvizova i prikupljanje povratnih informacija za vrijeme prezentacije (Zajec, Ređep i Marčinković, 2019). Kao i kod prijašnjih alata, za izradu takvih sadržaja potrebno se prijaviti. Alati funkcioniraju na način

da se na početku sata učenici pomoću koda priključe u prezentaciju, te kada se tokom sata pojavi pitanje ili kviz, sa svog mobilnog uređaja ili računala odgovore na njega. Također mogu pratiti prezentaciju sa svog uređaja. Svi odgovori se trajno pohranjuju i uvijek im se može pristupiti. Nakon što svi učenici odgovore, svi odgovori se mogu prikazati u realnom vremenu te učitelj može odabrati način na koji će prikazati te odgovore, primjerice u obliku grafikona. Sva tri alata jednako su dobra, a razlike u mogućnostima su minimalne. Na Slici 5.3b se može vidjeti primjena Mentimeter alata u nastavi matematike tijekom obrade lekcije *Koordinatni sustav na pravcu* u 7. razredu osnovne škole.

Još jedan koristan digitalni alat, drugačiji od ostalih, je Plickers. Prema Zajec, Ređep i Marčinković (2019) namijenjen je inovativnoj provjeri znanja u razredu, anketama ili kratkim istraživanjima s automatskim prikupljanjem i analizom dobivenih rezultata. Prikupljanje podataka obavlja se skeniranjem Plickers kartica, te time učenici ne moraju koristiti uređaje na satu. Kao i kod svih alata za izradu sadržaja potrebno se prijaviti. Alat funkcionira na način da učitelj kreira razred unutar alata, te unese učenike, a zatim se kartice sa ponuđenim odgovorima dodijele svakom učeniku. Primjer Plickers kartice, dodijeljene učeniku pod rednim brojem 23 i prikazanim točnim odgovorom pod A, može se vidjeti na Slici 5.4. Nakon postavljenog pitanja na ekranu ili kviza, učenici okreću Plickers karticu s odgovorom prema gore, ako misle da je taj odgovor točan. Zatim učitelj svojim mobilnim uređajem, na kojem je prethodno preuzeo aplikaciju Plickers, skenira sve odgovore učenika odjednom. Kako uređaj očita karticu, tako se odgovori automatski bilježe na ekranu.



Slika 5.4: Primjer Plickers kartice

Pravilno korištenje digitalnih alata značajno olakšava prikupljanje informacija, a uz dodatan povrat učeniku daje puni smisao što to povratna informacija jest. Na učitelju je na koji način će prikupiti a zatim i dati povratnu informaciju.

# Literatura

- [1] S. M. BROOKHART, *HOW TO GIVE Effectice feedback TO YOUR STUDENTS*, ASCD, Alexandria, 2008.
- [2] J. HATTIE, H. TIMPERLEY, *The Power of Feedback*, Review of Educational Research **77** (2007), 81–112.
- [3] J. HATTIE, S. CLARKE, *Visible Learning: Feedback*, Routledge, New York, 2019.
- [4] J. HATTIE, *Visible Learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*, Routledge, New York, 2009.
- [5] J. HATTIE, *Visible Learning For Teachers: Maximizing impact on learning*, Routledge, New York, 2012.
- [6] *IZZI digitalni alati*, dostupno na <https://hr.izzi.digital/DOS/8238/3599.html>.
- [7] *Kurikulum nastavnog predmeta matematika*, dostupno na <https://skolazazivot.hr/kurikulumi-2/>.
- [8] A. A. LIPNEVICH, J. K. SMITH, *The Cambridge Handbook of Instructional Feedback*, Cambridge University Press, UK, 2018.
- [9] M. PENCA PALČIĆ, *Utjecaj provjeravanja i ocjenjivanja znanja na učenje*, Život i škola **19** (2008), 137–148.
- [10] M. SMALL, D. COOPER, *MATH That MATTERS: Target Assessment and Feedback for Grades 3–8*, Teachers College Press, New York, 2019.
- [11] UNIVERSITY OF CALIFORNIA, BERKELEY, *Shell Center Team at the University of Nottingham*, U.K. (2015) The Mathematics Assessment Project (MAP), dostupno na <https://www.map.mathshell.org/lessons.php>.
- [12] T. P. ZAJEC, T. REĐEP, B. MARČINKOVIČ, *Ukrotimo kompetencije 21. stoljeća: priručnik za nastavnike: moduli obrazovanja*, Osnovna škola, 2019.
- [13] K. ZIERER, B. WISNIEWSKI, *Using Student Feedback for Successful Teaching*, Routledge, New York, 2019.



# Sažetak

U svijetu obrazovanja, povratna informacija je neizbježna sastavnica. Kako bi ona bila učinkovita potrebno je razmisliti o određenim pitanjima i dati odgovor na njih. U ovom radu definirana je povratna informacija te su opisane karakteristike učinkovite povratne informacije. Poblize su objašnjene perspektive i razine povratne informacije te su dani primjeri povratne informacije u nastavi matematike. Također su detaljno opisani načini prikupljanja povratne informacije na satu.

## Ključne riječi

povratna informacija, perspektive povratne informacije, razine povratne informacije, učinkovita povratna informacija, nastava matematike, prikupljanje povratne informacije



# Feedback in mathematics teaching

## Summary

In the world of education, feedback is an inevitable component. In order for it to be effective, it is necessary to think about certain questions and give an answer to them. In this paper is defined what feedback is and there are described characteristics of effective feedback. In more detail are explained perspectives and levels of feedback and there are given examples of feedback in mathematics class. Also, in this paper are described methods of collecting feedback.

## Keywords

feedback, perspectives of feedback, levels of feedback, effective feedback, teaching mathematics, collecting feedback





# Životopis

Rođena sam 8.6.2000. godine u Osijeku. Nakon završene Osnovne škole Tenja u Tenji upisala sam I. gimnaziju u Osijeku. Srednju školu završavam u lipnju 2019. godine te u srpnju iste godine upisujem Preddiplomski studij Matematika na Odjelu za matematiku, sadašnjem Fakultetu primijenjene matematike i informatike. Nakon završetka tog studija s temom "Matrični zapis linearnog operatora", u rujnu 2022. godine upisujem Diplomski sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike na istom fakultetu. Na drugoj, ujedno i posljednjoj, godini tog studija 2024. godine dobivam Dekanovu nagradu.