

# Diskalkulija, disleksija i matematika

---

**Plašćak, Anamarija**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2016**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Mathematics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:126:122019>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-23**



**mathos**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of School of Applied Mathematics and Informatics](#)



Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku  
Odjel za matematiku

Anamarija Plaščak

# Diskalkulija, disleksija i matematika

Diplomski rad

Osijek, 2016.

Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku  
Odjel za matematiku

Anamarija Plaščak

# Diskalkulija, disleksija i matematika

Diplomski rad

Mentor: doc. dr. sc. Ljerka Jukić - Matić

Osijek, 2016.

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Disleksija</b>	<b>5</b>
2.1	Povijesni pregled definicija . . . . .	5
2.2	Učestalost disleksije . . . . .	6
2.3	Obilježja disleksije (simptomatologija) . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Diskalkulija</b>	<b>9</b>
3.1	Povijesni pregled . . . . .	9
3.2	Učestalost diskalkulije . . . . .	11
3.3	Učestalost u Hrvatskoj . . . . .	11
3.4	Kako prepoznati diskalkuliju? . . . . .	11
3.5	Neki razlozi nastanka teškoća . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Razlomci, decimalni brojevi i postotci</b>	<b>16</b>
4.1	Razlomci . . . . .	16
4.2	Decimalni brojevi . . . . .	21
4.3	Postotci . . . . .	27
<b>5</b>	<b>Zaključak</b>	<b>32</b>
<b>6</b>	<b>Sažetak</b>	<b>33</b>
<b>7</b>	<b>Dyscalculia, dyslexia and mathematics</b>	<b>34</b>
<b>8</b>	<b>Životopis</b>	<b>36</b>

# 1 Uvod

1968. godine teškoće učenja (TU) priznate su u USA kao “hendikep”. Od tada pa do danas postotak djece s TU rapidno se povećava.

Danas TU obuhvaćaju polovicu sve djece koja imaju osiguranu edukacijsku podršku. Od 1968. do danas napravljeno je mnogo istraživanja kojima je rasvijetljen koncept TU posebno u području čitanja, pisanja i matematike. Glavnina napretka vezana je uz klasifikaciju i definiciju (Fletcher, Morris i Lyon, 2003, Lyon i sur. 2001), kognitivne procese (Siegel, 2003), neurobiološke korelate u mozgu (Shaywith i Shaywitz, 2005) i genetiku (Grigorenko, 2005, Plomin i Kovas, 2005), procjenu (Fuchs i Fuchs, 1998 Speece i Case, 2001) i intervenciju (Swanskon, Harris i Graham, 2003).

Teškoće učenja možemo opisati kao mrežu različitih izvora koji utječu na akademski ishod kao primarni pokazatelj teškoća učenja.

Danas se najčešće koristi termin TU kao sinonim za disleksiju, no to nije ispravno premda je najviše informacija o TU povezano s teškoćama čitanja, a glavnina djece s TU (80–90%) pokazuje značajne teškoće čitanja.

Neke od najpoznatijih teškoća učenja su disleksija, disgrafija, diskalkulija, poteškoće u slušnom i vidnom procesuiranju kao i poremećaj hiperaktivnosti te smanjene pažnje.

U ovom radu ćemo opisati disleksiju i diskalkuliju, te načine na koje profesor može obrađivati pojedino gradivo kako bi ga učenici s disleksijom i diskalkulijom što bolje razumjeli.

## 2 Disleksija

### 2.1 Povijesni pregled definicija

Poput mnogih drugih medicinskih i znanstvenih pojmova riječ disleksija je izvedena iz grčkog jezika. Doslovno disleksija znači teškoća (*dys*) s riječima ili jezikom (*lexis*). To podrazumijeva da problem nije samo u čitanju, već uključuje i ostale aspekte jezika. U skladu s različitim namjenama i korisnicima (nastavnicima, studentima, istraživačima, osobama koje oblikuju zakone ili utječu na politiku i slično), disleksija se može definirati na različite načine.

Prvi opis disleksičnog učenika pojavljuje se u radu Pringe-Morgan, 1896. godine koji je prikazan u BDA priručniku 1996.

Definicija British Dyslexia Association (BDA; Britanske udruge za disleksiju)

*Disleksija je specifična teškoća učenja koja se uglavnom odražava u razvoju pismenosti i s njom povezanih jezičnih vještina. Ona je prisutna od rođenja i njezini učinci traju čitav život. Obilježavaju je teškoće u fonološkoj obradi, brzom imenovanju, radnom pamćenju, brzom obradi i automatizaciji vještina koje nisu usklađene s ostalim kognitivnim sposobnostima pojedinca. Konvencionalne nastavne metode ne daju dobre rezultate, no posljedice se mogu ublažiti posebnim postupcima, uključujući i primjenu informacijske tehnologije i podrške putem savjetovanja.*

Krajem 20-tog stoljeća definicija disleksije počinje uključivati poteškoće u učenju matematike (često kao računanja) uz poteškoće u učenju jezika. Kratkim pregledom definicija disleksije (i poteškoća u učenju) možemo primijetiti da su poteškoće u učenju matematike uvedene uz poteškoće u učenju jezika. Čini se da se sada u novom tisućljeću definicije disleksije vraćaju unatrag da bi se usredotočili jedino na poteškoće u jeziku.

Do 1972. ministarstvo obrazovanja Engleske i Walesa uključilo je nekoliko sposobnosti u definiciju posebnih poteškoća pri čitanju. U SAD-u, definicija poteškoća u učenju uključivala je „značajne poteškoće u stjecanju matematičkih sposobnosti“ .

U Ujedinjenom Kraljevstvu, Chasty (1989) definirao je specifične poteškoće u učenju kao sljedeće:

*Poteškoće u učenju ili organiziranju, koje ograničuju učenikovu sposobnost u obradi informacija, u finim motoričkim vještinama i radnom pamćenju, uzrokujući ograničenja u nekim ili svim vještinama govora, čitanja, slovanja, pisanja, pisanju eseja, računanju i ponašanju.*

1992. Miles i Miles, u njihovoj knjizi Disleksija i Matematika, su napisali: *”Središnja tema ove knjige je ta da poteškoće koje disleksičari doživljavaju u matematici su manifestacije istih ograničenja koja također djeluju na njihovo čitanje i pisanje.”*

Light i Defries (1995) istaknuli su istovremenu poteškoću s jezikom i matematikom kod blizanaca.

Međunarodna disleksičarska udruga je 2002. godine usvojila sljedeću definiciju disleksije:

*Disleksija je specifična teškoća u učenju konstitucionalnog podrijetla. Karakterizirana je teškoćama u točnom prepoznavanju riječi, dekodiranju i pisanju. Te teškoće rezultat su nedostataka u fonološkoj komponenti jezika koja je neočekivana s obzirom na dob, ostale kognitivne sposobnosti i konvencionalno školsko podučavanje. Sekundarne posljedice uključuju nedostatke u razumijevanju pročitano i nedostatno iskustvo čitanja, što može spriječiti razvoj rječnika i općeg znanja.*

Definicija European Dyslexia Association (EDA; Europska udruga za disleksiju, 2007)  
*Disleksija je različitost koja otežava usvajanje i korištenje vještina čitanja, spellinga i pisanja. Neurološkog je podrijetla.*

*Kognitivne teškoće koje su u pozadini tih razlika mogu utjecati i na organizacijske vještine, sposobnosti računanja i ostale kognitivne i emocionalne sposobnosti.*

*Može biti uzrokovana kombinacijom teškoća u fonološkoj obradi, radnom pamćenju, brzome imenovanju, sekvencioniranju i automatizaciji osnovnih vještina.*

*Istraživači smatraju da postoji mnogo mogućih uzroka disleksije, uključujući i genetiku.*

*Nema povezanosti između razine inteligencije, truda pojedinca ili socio-ekonomskog položaja i disleksije. Pored ovih problema stalni izazov za osobe s disleksijom je snalaženje kroz život u svijetu koji nije u velikoj mjeri prijateljski okrenut prema disleksiji.*

*Raznolikost jezika i kultura u Europi i mogućnosti unutar sustava obrazovanja utječu na to kako će disleksiju doživljavati djeca, a zatim i kakva će biti njihova budućnost kao odraslih osoba.*

## 2.2 Učestalost disleksije

Disleksija se, poput drugih teškoća učenja, javlja u kontinuumu. Ona nije prisutna u obliku imati ili nemati. Stupanj kognitivnih teškoća određuje kolika će biti težina disleksije.

Smatra se da u školskoj populaciji ima 10% disleksične djece, taj postotak se razlikuje u različitim zemljama. Istraživanja pokazuju da postoji veća učestalost disleksije među dječacima, ali posljednji podaci upućuju da se radi o metodološkim pogreškama prije nego stvarnim razlikama.

Disleksija je međunarodna briga. Gramatička struktura nekog jezika određuje kako će se disleksija manifestirati, te zbog toga postoje velike razlike u učestalosti između različitih zemalja. Osobe s disleksijom mogu u jednom jeziku imati teškoće posve različite od teškoća osobe s disleksijom u nekom drugom jeziku.

Na primjer, u mađarskome jeziku je dobra veza slovo-glas, te je tu važna auditivna obrada dok je opće poznato da je fonološki nedostatak glavni problem u engleskome jeziku, gdje postoji slaba veza slovo-glas.

Učestalost disleksije je visoka u Finskoj, Nigeriji, Rusiji, Velikoj Britaniji i SAD, a niska u Italiji, Slovačkoj i Norveškoj. Naravno, materijali za procjenu, uvjeti definiranja disleksije i svijest o disleksiji u školama, zdravstvenim i drugim sustavima također utječu na iskazanu učestalost.

## 2.3 Obilježja disleksije (simptomatologija)

Obilježja su različita zbog:

- Uzroka
- Različitih razina na kojima se javljaju/ kronološke i obrazovne dobi
- Podtipova disleksije ...

Sva obilježja disleksije se povremeno mogu javiti kod svih čitača, razlike su u količini i kvaliteti, odnosno njihovu omjeru. Kod disleksije je prisutan veći broj i više različitih vrsta pogrešaka koje se nerijetko ponavljaju.

U dobi pred polazak u školu većina obilježja postaje najuočljivija.

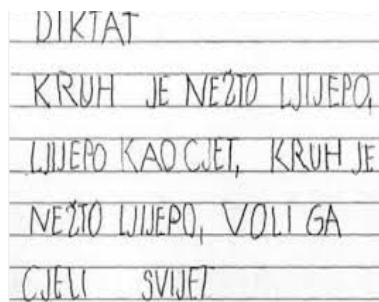
Kod djece s disleksijom se češće nego u ostale djece u predškolskoj dobi opaža:

- Motorički su nespretnija, naročito u aktivnostima i igrama koje zahtijevaju finu motoriku (vezanje čvorova, zakopčavanje, hvatanje male lopte i slično)
- Nerijetko odbijaju slikovnice, papir i olovku
- Ne vole da im se čita
- Ne vole crtati
- Teško se "snalaze" s olovkom i papirom
- Nespretno ili neispravno drže olovku
- Šaraju preko granica papira
- Teško se orijentiraju na papiru, ali i u prostoru, pa i na vlastitome tijelu
- Teško im je pratiti igre koje zahtijevaju praćenje ritma, udaranje ritma dlanovima i nerado sudjeluju u njima
- Imaju teškoća u ponavljanju pjesmica, prepoznavanju rime i igrama i zadacima s rimom
- Ponekad kasnije progovore nego ostala djeca
- Govor/jezik ove djece je ponekad teško razumljiv i oni imaju jezičnih teškoća, ali ne u dovoljnoj mjeri da ih se dijagnosticira
- Imaju značajnih problema u prepoznavanju prvoga glasa, a onda i svih ostalih glasova u riječima te u spajanju glasova tako da tvore riječ- problemi fonemske diskriminacije, fonemske svjesnosti
- Ne pokazuju interes za slova i dugo im treba da «nauče» nekolicinu slova
- Slova koja pišu su obrnuta (zrcalna)

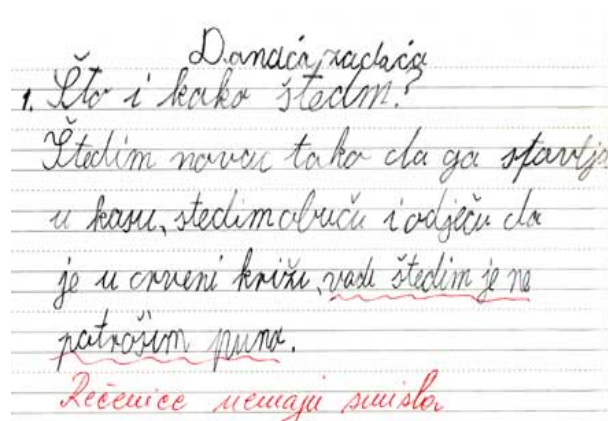


- Nemaju ili imaju vrlo mali broj riječi koje mogu "pročitati" kao slike (npr. neke riječi koje se neprestano ponavljaju na natpisima u okolini)/ problemi s vizualnim rječnikom (Coca Cola, Čupa Čups, čokolada)
- Ne uspostavljaju vezu slovo – glas (problem dekodiranja)
- Pri čitanju ili pisanju čine ispuštanja glasova ili slova (sumrak - sumak, pravo-prvo), zamjene (kotač - kolač; bula-pula, domar-modar; otac - tata) i dodavanja (kriv - krivo; kožni - kožnati) glasova, slogova, riječi
- Zrcalno pišu (teškoće u orijentaciji; j, l, s)
- Slovka ju (K-o-m-a-r-a-c j-e z-u-j-a-o u s-o-b-i)
- Čitaju, pišu napamet (prema prvom glasu/slogu poznati – policija ; ili otac-tata)
- Ne razumiju pročitano, ne mogu odgovoriti na pitanja, ili prepričati sadržaj
- Sastavljanje dviju riječi (biosam), rastavljanje riječi koje se pišu zajedno (ni ti)

Značajke u školskoj dobi očituju se, uz navedene iz predškolske dobi, i u čitanju i pisanju. U odrasloj dobi obilježja su manje vidljiva u samome čitanju i pisanju, ali u aktivnostima koje se temelje na ovim vještinama ostaju teškoće: organiziranje i planiranje (posebno vremensko), prostorna orijentacija, "funkcionalno" pisanje.



Slika 1. *Primjer diktata disleksičnog učenika*  
1



Slika 2. *Primjer domaće zadaće disleksičnog učenika*  
2

<sup>1</sup><http://logopedskikabinet-galerija90.hr/?page;d=126>

<sup>2</sup><http://hud.hr/bitna-obiljezja-disleksije/>

## 3 Diskalkulija

### 3.1 Povijesni pregled

Diskalkulija je pojam koji opisuje specifičnu matematičku poteškoću, pojam je uveden u Ujedinjenom Kraljevstvu, a ušao u uobičajenu uporabu u našim službenim dokumentima. Sastavljen je od 2 riječi *dys* (lat. teškoća) i *calculus* (grč. brojati, brojanje). Međutim sam pojam još nije dobro definiran. Za neke istraživače sugerira poteškoće u učenju koje su povezane isključivo s matematikom, tj. postoji nedostatak poteškoća s jezikom. Za neke sugerira težu dijagnozu, neuspjeh pri obavljanju bilo kakve matematike ili nemogućnost obavljanja matematike.

Geary je opisao diskalkuliju kao numerički i aritmetički nedostatak koji prati neskrivenu ozljedu mozga, koristeći pojam "poteškoće pri učenju matematike" da bi opisao 5 – 8% djece školske dobi koja imaju neki oblik memorijskog ili kognitivnog deficita koji ometa njihovu mogućnost učenja koncepta ili postupka u jednoj ili više cjelina matematike.

Postoji mnogo paralela na više razina između disleksije i diskalkulije npr. rasprostranjenost, definicija, metoda učenja, etiologija, čuvanje, stav akademika itd.

Bronner (1917) govori o specifičnome poremećaju koji nekoj djeci uzrokuje teškoće u vezi s razvojem i razumijevanjem brojeva.

Henschen (1925) uvodi termin akalkulija da bi se razlikovao poremećaj računanja od poremećaja čitanja i pisanja. On govori o nesposobnosti izvođenja jednostavnih matematičkih zadataka i opisuje ponašanja vezana uz mozgovna oštećenja.

Gerstman (1940) definira diskalkuliju kao specifičnu teškoću učenja u pojedinim područjima matematike.

Kosc (1972, 1986) smatra se pionikom u istraživanju diskalkulije, definirao ju je u pojmu moždanih abnormalnosti.

Sharma (1990) komentira da postoje značajne razlike između diskalkulije i akalkulije. Po njemu diskalkulija se odnosi na poremećaj u sposobnosti izvođenja ili učenja matematike npr. poteškoće s konceptualizacijom brojeva, shvaćanje odnosa između brojeva i poteškoće u učenju algoritama i njihovoj primjeni (nepravilno pogoršanje sposobnosti), dok je akalkulija gubitak temeljnih procesa procjene veličina i količine (potpuni gubitak sposobnosti brojanja).

U 21. st. najčešće se koristi termin diskalkulija. Pojam diskalkulije predstavlja koncept koji uključuje poseban oblik teškoća u matematici koje postoje unatoč prosječnim ili natprosječnim općim sposobnostima.

Definicija diskalkulije od strane Ministarstva za obrazovanje i vještine (UK) o podršci učenicima s disleksijom i diskalkulijom o Državnoj računskoj strategiji  
*Diskalkulija je stanje koje utječe na sposobnost stjecanja matematičkih vještina. Učenici s diskalkulijom mogu imati poteškoće s shvaćanjem jednostavnih pojmova brojeva,*

*nedostatak intuitivnog shvaćanja brojeva, te imaju problema učeći činjenice o brojevima i postupcima.*

*Čak ako i dođu do točnog odgovora te koriste točnu metodu, to rade mehanički i bez samopouzdanja.*

*Jako malo je poznato o rasprostranjenosti diskalkulije, njenim uzrocima ili liječenju iste. Čisto diskalkulični učenici koji imaju poteškoće samo s brojevima će imati kognitivne i jezične sposobnosti u normalnom rasponu te mogu biti izvrsni u nematematičkim predmetima. Vjerojatnije je da poteškoće s računanjem prate jezične poteškoće disleksije.*

Razvojna diskalkulija (Kosc, 1972.)

*Razvojna diskalkulija je strukturalni poremećaj matematičkih sposobnosti koji vuče svoje korijene iz onih dijelova mozga koji su anatomski i psihološki neposredno odgovorni za sazrijevanje matematičkih sposobnosti u skladu s dobi, a pri tome nisu posljedica poremećaja općih mentalnih funkcija.*

Diskalkulija (Sharma, 1989.)

*Diskalkulija je skup specifičnih teškoća u učenju matematike i u obavljanju matematičkih zadataka. Ova odstupanja stvaraju osobi ozbiljne teškoće u ovladavanju matematikom bez obzira na odgovarajući stupanj intelektualnoga razvoja, uredno funkcioniranje osjetila te optimalne uvjete redovnoga podučavanja.*

Diskalkulija (Adler, 2001.)

*Diskalkulija se odnosi na osobite teškoće u učenju matematike.*

*Djeca koja imaju diskalkuliju imaju uredne intelektualne sposobnosti, a često postižu neujednačene rezultate na testovima inteligencije. Njihove teškoće nisu emocionalne niti psihološke, no mogu biti vezane uz probleme u pojedinim kognitivnim sposobnostima.*

*Razlozi teškoća mogu biti vezani uz probleme automatizacije, jezika (matematičkog jezika), planiranja.*

Noviji pristupi i definicije (2007.)

*Matematičke teškoće ponekad se nazivaju i diskalkulija i uključuju teškoće u učenju matematičkih koncepata (kao što su količine, mjesne vrijednosti, vrijeme), teškoće u pamćenju matematičkih činjenica, teškoće u organiziranju brojeva i razumijevanju kako su problemi organizirani na stranici.*

## 3.2 Učestalost diskalkulije

Rasprostranjenost diskalkulije ovisi o tome kako je ona definirana. Prema DSM IV oko 1% školske djece ima poremećaj matematičkih sposobnosti. Badian (1983.) navodi da oko 6% školske populacije djece ima ozbiljne teškoće u matematici. Kosci (1974.) je dijagnosticirao 6,4% djece s diskalkulijom na uzorku od 375-ero djece. Shalev i Gross-Tsur (1990.) provode istraživanje na više od 3000 djece, prema njima 6,2% djece ima diskalkuliju. Podjednak je broj dječaka i djevojčica. Shalev i sur. (2000) govore o 5 do 6% djece s teškoćama u matematici. Novije studije odjeljuju onu djecu koja imaju samo teškoće u matematici od onih koja imaju i teškoće u čitanju: podaci govore o 1,3% onih koja imaju samo matematičke teškoće, a 2,3% onih i sa teškoćama čitanja. Studija u Sj. Americi (Barbarese i sur., 2005) govori o 5.9% do 13.8% djece s teškoćama u matematici. Više je diskalkuličnih dječaka nego djevojčica.

Istraživanja također pokazuju da će čisto diskalkulični učenici koji imaju poteškoće samo s brojevima imati kognitivne i jezične sposobnosti u normalnom rasponu te mogu biti izvrsni u nematematičkim predmetima. Vjerojatnije je da poteškoće s računanjem prate jezične poteškoće disleksije.

## 3.3 Učestalost u Hrvatskoj

Klinička iskustva govore o povećanju broja djece koja traže pomoć jer:

- imaju negativne ili loše ocjene iz matematike
- sama se smatraju neuspješnima u matematici
- drugi ih smatraju neuspješnima u matematici

30% ukupnog broja negativnih ocjena u osnovnim školama RH su negativne ocjene iz matematike. Najveći broj "potražnji" instrukcija su instrukcije iz matematike.

## 3.4 Kako prepoznati diskalkuliju?

Odstupanja u usvajanju matematike obuhvaćaju različite vrste teškoća i problema koji se mogu javiti u svladavanju matematike od ranog razvojnog perioda do odrasle dobi. Iako se simptomi teškoća s matematičkim sposobnostima (npr. zbunjenost konceptima brojeva ili nesposobnost točnoga brojanja) javljaju već u vrtiću ili u prvom razredu, poremećaj se rijetko dijagnosticira prije kraja prvog razreda. Najčešće se dijagnosticira u drugom i trećem razredu jer se ostvari dovoljna količina formalne poduke. Ponekad se ne uoči i do petoga razreda pa i kasnije.

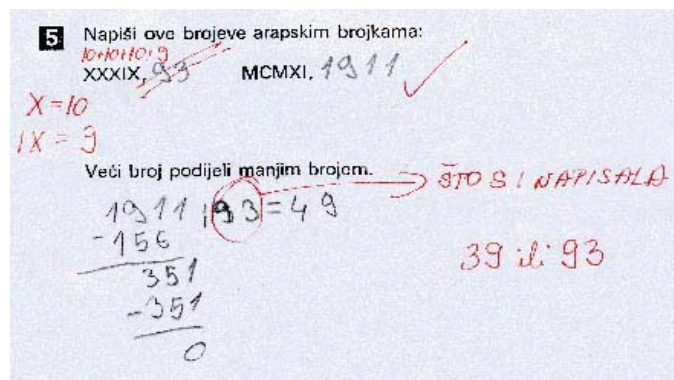
U predškolskoj dobi dijete može stvoriti predodžbu prije nego nešto čini, ali ne koristi logičko rezoniranje, ne kombinira dijelove u cjeline, niti koordinira varijable. Prostor je ograničen na susjedstvo, vrijeme na doba, dane i sate. Zadaci koje rješava su jednostavne klasifikacije.

Sharma (1989.) ističe 7 predvještina koje su neophodne za svladavanje matematike, a koje se javljaju u ovome razdoblju:

- Sposobnost praćenja niza/slijeda uputa
- Shvaćanje smjera, položaja u prostoru, prostorno orijentiranje i organiziranje
- Prepoznavanje uzorka i nastavljjanje
- Vizualizacija – sposobnosti manipuliranja mentalnim predodžbama
- Sposobnost oblikovanja i smisleno procjenjivanje veličine, količine, broja
- Deduktivno mišljenje – sposobnost da se iz općega načela izvode pojedinačni zaključci mišljenje – razumijevanje koje nije rezultat slučajne pozornosti, uviđanje razloga za neku situaciju, povezivanje postupaka i koncepata

Diskalkulično dijete se razlikuje po tome što čini vrlo mnogo neuobičajenih grešaka:

- Zamjenjuje jedan broj nekim drugim  
Ovdje je riječ o parafrazičnoj supstituciji odnosno neispravnoj upotrebi brojeva pri pisanju, računanju i čitanju.
- Ponavlja isti broj ili radnju više puta kao da se „zaglavilo“  
Greške „zaglavlivanja“ se nazivaju perseveracije. Ako se u prvom zadatku na stranici nalazi znak za oduzimanje „-“, dijete će nastaviti oduzimati u svim ostalim zadacima koji se nalaze na toj stranici iako se promijenila računaska operacija. Može se dogoditi i uporno ponavljanje nedavno naučene radnje ili postupka, te ponavljanje faktora ili pribrojnika. Primjer greške je slijedeći :  $21-3 = 3$ ,  $12 \cdot 5 = 5$
- Zrcalno okreće znamenke i narušava redosljed u višeznamenkastim brojevima.



Slika 3. Primjer kako dijete s disleksijom može potpuno ispravno riješiti zadatak s inverzno napisanim brojem. Ovo je zadatak iz testa za 4. razred osnovne škole.

3

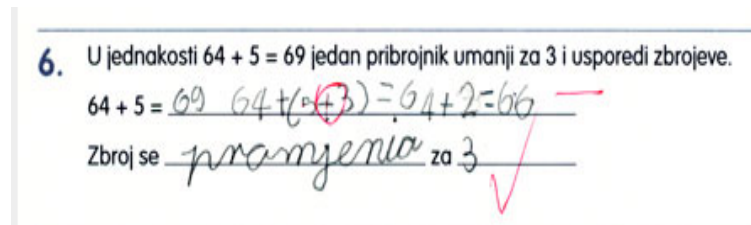
- Vrlo je usporeno čak i u elementarnom računanju, loše pamti brojeve u nizu i aritmetičke činjenice

<sup>3</sup><http://hud.hr/matematika/>

- Zapisuje brojeve u uzajamno neprikladnom položaju i time narušava smjer rješavanja

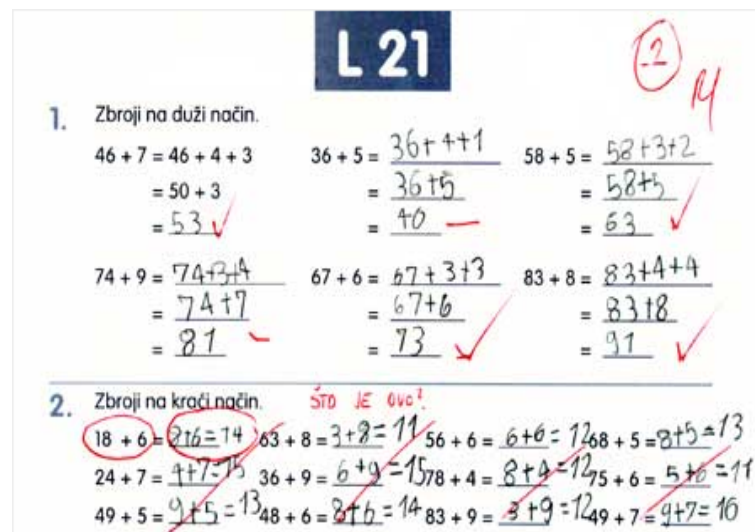
$$\begin{array}{r} 11 \\ +32 \\ \hline 142 \end{array}$$

- Vizualno pogrešno prepoznaje računске simbole i znamenke



Slika 4. Djevojčica, 3. razred, napisala je znak + umjesto –  
3

- Ne može zapamtiti i slijediti algoritam rješavanja  
 Do toga dolazi zbog teškoća u čitanju i razumijevanju uputa i zadataka riječima (dijete često ne rješava zadatak ili ne može naučiti novi koncept, jer nije u stanju pročitati upute iz udžbenika ili zbirke zadataka).



Slika 5. Djevojčica, 2. razred je razumjela da “kraći način” znači “kraćenje” broja za prvu znamenku, 18 se “krati” u 8 itd  
3

<sup>3</sup><http://hud.hr/matematika/>  
3

### 3.5 Neki razlozi nastanka teškoća

Treba razlikovati uzroke diskalkulije i uzroke drugih teškoća u učenju matematike. Diskalkulija je neurološki uzrokovana. Međutim, postoji i mnogo drugih razloga zbog kojih neka djeca imaju ozbiljnih poteškoća u učenju matematike. Razmotrit ćemo nekoliko skupina uzroka teškoća u učenju matematike.

- **Neurološke disfunkcije**  
Neurolozi interpretiraju teškoće u matematici (osobito diskalkuliju i akalkuliju) u terminima lakog ili umjerenog odstupanja u radu mozga ili zakašnjelog formiranja određenih viših funkcija korteksa.  
Do tih odstupanja može doći zbog djetetova kašnjenja u razvoju, neravnomjernim razvojem ili kasnijim oštećenjem zdravih dijelova mozga zbog bolesti ili ozljede. Svaku teškoću neurolog promatra kao disfunkciju u određenom sustavu mozga koji sudjeluje u procesu učenja matematike i, prema tome, postaje uzrok djetetovih teškoća. U mnogo slučajeva neurolozi su u pravu. Ipak, mnoštvo djece ima teškoće u učenju matematike zbog razloga koji nisu povezani s neurološkom disfunkcijom ili anomalijom.
- **Nedovoljni stupanj razvoja kognitivne inteligencije**  
Kognitivna inteligencija je sposobnost analiziranja, sintetiziranja, apstrahiranja, poopćavanja, primjene stečenih znanja i vještina u novim situacijama, shvaćanje smisla problema, pronalaženje strategija za njegovo rješavanje i dr.  
Zaostajanje u kognitivnom razvoju djeteta ili nerazvijenost kognitivnog mišljenja mogu uzrokovati velike teškoće u učenju matematike. Ako pitate učenika što je  $\frac{1}{2}$  od 8, on će vam možda odgovoriti da je to 4. Ali kada ga pitate kako je došao do odgovora on će reći da je podijelio 8 sa  $\frac{1}{2}$ . U tom slučaju, on je pronašao ispravan odgovor, ali pri tome uopće nije shvatio matematički koncept.  
U takvim slučajevima, osim što nije razumio, učenik obično ima teškoća s poopćavanjem, odnosno primjenom postupka u drugim srodnim problemskim situacijama. Dijete s takvim teškoćama može biti uspješno u osnovnim numeričkim kalkulacijama, ali se susreće s teškoćama u ovladavanju matematičkim i logičkim mišljenjem.
- **Nedovoljni stupanj razvoja viših psihičkih funkcija**  
U više psihičke funkcije ubrajamo razne vidove memorije, pažnje, percepcije, sukcesivne funkcije i dr. One određuju djetetov kognitivni stil, odnosno individualnu posebnost u obradi vanjske informacije u mozgu. U slučaju kada potrebne psihičke funkcije nisu dovoljno razvijene, dijete nailazi na velike teškoće u učenju matematike. Npr., mentalno izvršavanje zadatka sukcesivnog oduzimanja broja 3 od broja 50 zahtijeva, prije svega, slušno (ili, pri čitanju, vizualno) percipiranje govorne upute, pohranjivanje informacije u kratkoročnoj memoriji, planiranje postupka rješavanja i pažljivo rješavanje korak po korak. Rezultat svakog prethodnog koraka postaje početkom za svaki naredni korak u procesu. Pri tome trebamo pažljivo pratiti svoje mentalne postupke, pamtili što smo već obavili i što tek slijedi. Sve više psihičke funkcije su u tom procesu ujedinjene u zajednički funkcionalni sustav. Kada je neki element toga sustava slab, nemoguće je automatizirano rješavanje čak i relativno jednostavnih aritmetičkih zadataka.
- **Nerazvijenost temeljnih vještina koje su preduvjet za usvajanje matematike**  
Kao što postoji pojam spremnosti za usvajanje čitanja i pisanja, tako postoji i

pojam spremnosti za učenje matematike. Ako prije polaska u školu ili u početnom razdoblju školovanja dijete nije ovladalo temeljnim vještinama koje su preduvjet za usvajanje matematike, ono neće biti spremno za sustavno izučavanje matematike kao predmeta u školi.

- Postojanje posebnih jezičnih teškoća i specifičnih teškoća u čitanju i pisanju  
Matematika je oblik jezika koji za komunikaciju koristi simbole. U većini slučajeva matematički zadatak se djetetu zadaje riječima, usmeno ili pismeno. Pri tome postoji cijeli niz izraza i riječi koji su specifični za matematiku i često se primjenjuju u udžbenicima iz matematike i u usmenim uputama učitelja. Djeca s posebnim jezičnim teškoćama, teškoćama u čitanju s razumijevanjem i pisanju (disleksija i disgrafija), uglavnom imaju teškoće i u matematici.



## 4 Razlomci, decimalni brojevi i postotci

Jedan od problema matematike je kako opisivati dijelove stvari s brojevima. Matematika se ovim problemom bavi u tri različite grane: razlomci, decimalni brojevi i postotci. Razlomci su tema koja stvara poteškoće učenicima diljem svijeta te značajnu tjeskobu kod odraslih. Međutim, neke razlomke koristimo u svakodnevnom životu, većinom polovine i četvrtine. Decimalni brojevi i postotci se također koriste za predstavljanje dijelova cjeline. U svakodnevnom životu decimale brojeve susrećemo većinom u radu s novcem, npr. 4.63kn ili 13.99kn, a postotke kod npr. popusta za vrijeme raspodaja u trgovinama. U ovom poglavlju ćemo pokušati objasniti kako pristupiti podučavanju ovih koncepata da bi ih i učenici s disleksijom i diskalkulijom što bolje razumjeli.

### 4.1 Razlomci

Razlomci su najinformativniji način opisivanja dijelova stvari, ali samo onda ako shvaćamo pojam razlomaka. Uvode se u osnovnoj školi s očekivanjem od učitelja i roditelja da bi djeca trebala biti sposobna shvatiti i računati s razlomcima.

#### Izazovi koji dolaze s razlomcima

- Razlomci koriste dva broja da bi opisali jednu količinu, što je prvi izazov prema iskustvu koje djeca do tada imaju s brojevima. Prema tome, polovica se piše kao  $\frac{1}{2}$ , četvrtina kao  $\frac{1}{4}$  i tri četvrtine koje se pišu kao  $\frac{3}{4}$ .

- U nizu razlomaka:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$$

Kako se donji broj povećava, razlomak postaje manji, što je drugi izazov prema prijašnjim iskustvima s brojevima.

- Promotrimo zbrajanje i oduzimanje razlomaka.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

ili

$$\frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

Ovdje zbrajamo i oduzimamo brojeve na vrhu razlomka dok brojevi na dnu razlomka ostaju nepromijenjeni. Stoga se + i - očito primjenjuju na polovicu brojeva. Ovo je treći izazov prema prošlim iskustvima.

Mnogi učitelji i učenici koriste savijanje papira da bi ilustrirali kako funkcioniraju razlomci. Nastavnik objašnjava kako savinuti papir, i diktira učenicima pitanja.

Učenici bi trebali zapisati pitanja i odgovore. Pisana verzija razlomka i izgled presavinutog papira bi trebali biti laki za shvaćanje.

Crtanje presavinutog razlomka stvara stepenicu između razlomka dobivenog savijanjem papira i pisanih razlomaka.

## Terminologija

Prema razlomku  $\frac{4}{5}$  se odnosimo kao dijelu cjeline. Razlomak čine jednake petine, koje nazivamo segmentima, radije nego dijelovima razlomka. Ovime izbjegavamo ponovno korištenje riječi "dijelovi", a djeci je možda od prije poznat pojam segmenata u narandži. Pojmovi brojnik i nazivnik su zbunjujući za mnoge disleksične učenike. Međutim ako učenici žele imati način da znaju što znači što, tada im može pomoći uvid u strukturu nazivnika jer uključuje "naziv".

Petina ili desetina ili četvrtina se može gledati kao naziv razlomka tj., naziv koji nam govori koliko ima segmenata.

## Što je razlomak?

Dio cjeline.

Kada podučavamo razlomke, najprije kroz razgovor s učenicima trebamo doznati što znaju o razlomcima, posebno s onima koji su im poznati iz svakodnevnog života, tj. polovinama i četvrtinama.

Poželjno je u razgovor uključiti sljedeća pitanja i opažanja:

Polu kvadrata (ili bilo kojeg drugog objekta koji možemo podijeliti na polovine i četvrtine) je veće od četvrtine, nakon toga zapišemo polovinu kao  $\frac{1}{2}$  i četvrtinu kao  $\frac{1}{4}$

Postoji li još neki način na koji možemo zapisati razlomak  $\frac{1}{2}$ ? Npr. polovica sata je  $\frac{30}{60}$ .

Što dobijemo kada  $\frac{1}{2}$  dodamo  $\frac{1}{4}$ ?

Što dobijemo kada prepolovimo pola?

Koliko polovina ima u cijelom, tj u 1?

Koliko četvrtina ima u polovini?

Koliko četvrtina ima u cijelom, tj u 1?

Može li netko dobiti veću polovinu torte?

Možeš li dobiti točno pola torte?

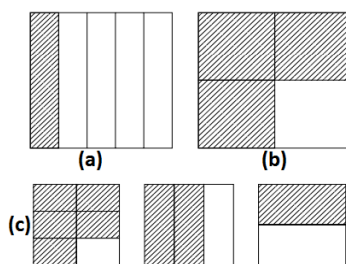
Ovakve rasprave postavljaju osnovna pravila za razlomke i možemo ih se prisjetiti pri provjeri postupka ili odgovora, po mogućnosti koristeći pitanje: "Da li je više ili manje?".

## Zadatci

Papir na slici 6a ima osjenčanu jednu petinu svoje površine. Podijeljen je u pet jednakih dijelova te je jedan dio osjenčan pa se razlomak zapisuje kao  $\frac{1}{5}$ .

Slika 6b pokazuje tri četvrtine. Pisani oblik je  $\frac{3}{4}$ .

Djecu se može upitati da napišu pisani oblik drugih razlomaka pokazanih na slici 6c.

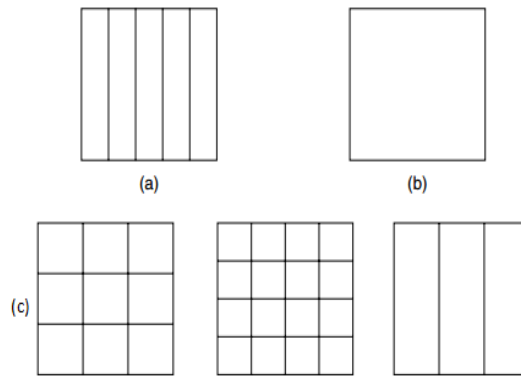


Slika 6.

## Cjeline podijeljene u jednake dijelove

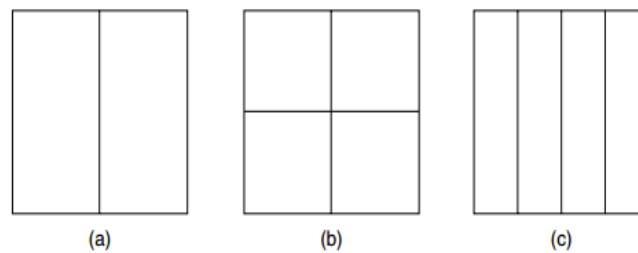
Slika 7a pokazuje cijeli kvadrat papira kao pet petina (zato se zovu petine). Ovo pišemo kao  $\frac{5}{5} = 1$  cijeli kvadrat. Brojevi na dnu razlomka naznačuju broj segmenata te njihovu veličinu. Kvadrat na slici 7b je ostavljen kao cjelina. Njega možemo zapisati kao  $\frac{1}{1} = 1$  te se naziva 1 cjelina.

Učenicima se može postaviti pitanje da ispišu razlomke za dani primjer kao što su prikazani na slici 7c.



Slika 7.

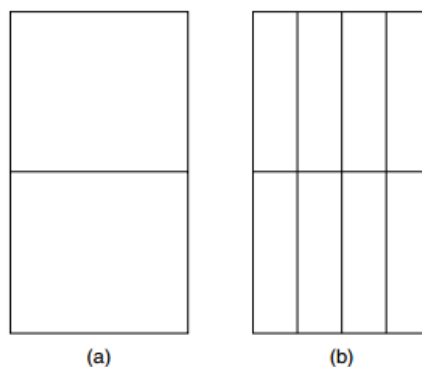
Specijalno ime za segmente na slici 8a (polovine) bi trebalo biti istaknuto. Segmenti slike 8b i c se uobičajeno zovu četvrtine.



Slika 8.

## Više od jedne cijele stvari

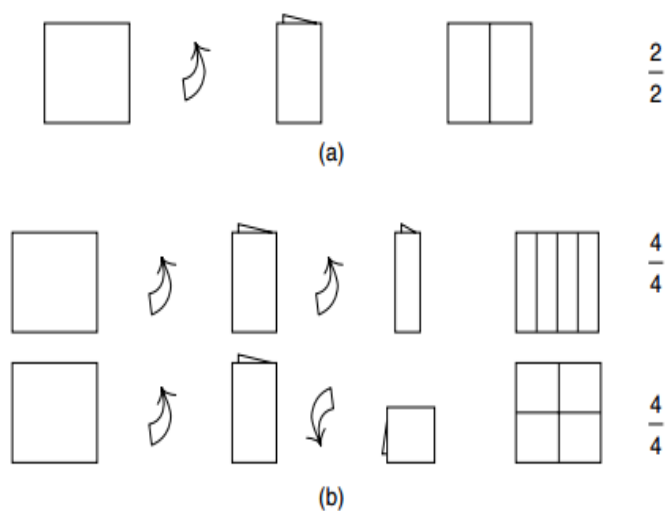
Slika 9a pokazuje dva cijela kvadrata. To možemo zapisati kao  $\frac{2}{1}$ . Slika 9b pokazuje dva cijela kvadrata podijeljena na četvrtine. To možemo zapisati kao  $2 \cdot \frac{4}{4} = \frac{8}{4}$ .



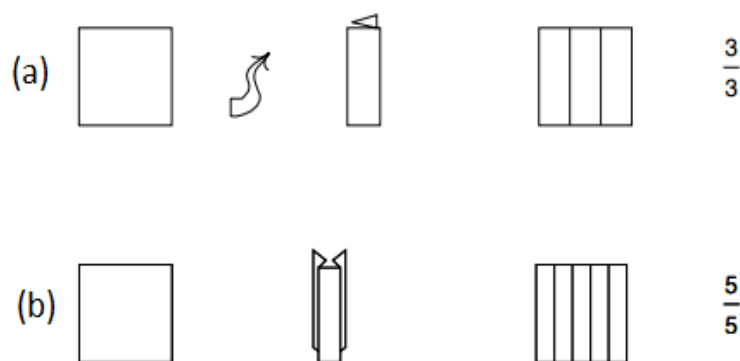
Slika 9.

## Kreiranje nekih razlomaka

- Postupak za dobivanje polovina  
Slika 10a pokazuje postupak kojim dobivamo polovine. Ako postupak polovljenja dva puta ponovimo dobiti ćemo četvrtine (slika 10b). Ponavljajući postupak dobivamo familiju razlomaka, čiji su nazivnici potencije broja 2.
- Postupak za dobivanje trećina  
Postupkom prikazanim na slici 11a dobivamo trećine. Ponavljajući postupak dobivamo familiju razlomaka čiji su nazivnici potencije broja 3.
- Postupak za dobivanje petina  
Postupkom prikazanim na slici 11b dobivamo petine. Ponavljajući postupak dobivamo familiju razlomaka čiji su nazivnici potencije broja 5.



Slika 10.



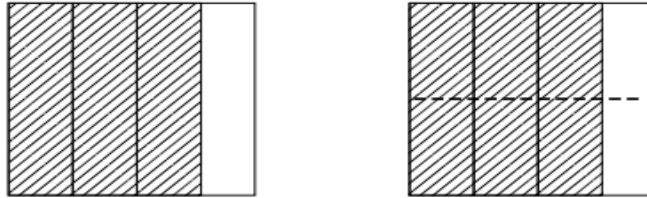
Slika 11.

- Drugi razlomci  
Drugi važni razlomci se mogu dobiti koristeći kombinaciju postupaka presavijanja.  
Šestine – prepolavljanjem pa dijeljenjem na trećine ili obrnuto.  
Desetine – prepolavljanjem pa dijeljenjem na petine ili obrnuto.  
Dvanaestine - prepolavljanjem dva puta te dijeljenjem na trećine ili obrnuto.  
Dvadesetine - prepolavljanjem dva puta te dijeljenjem na petine ili obrnuto.

## Jednaki ili ekvivalentni razlomci

Razlomci su jednaki ili ekvivalentni ako pokrivaju istu površinu kvadrata.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$



Slika 12.

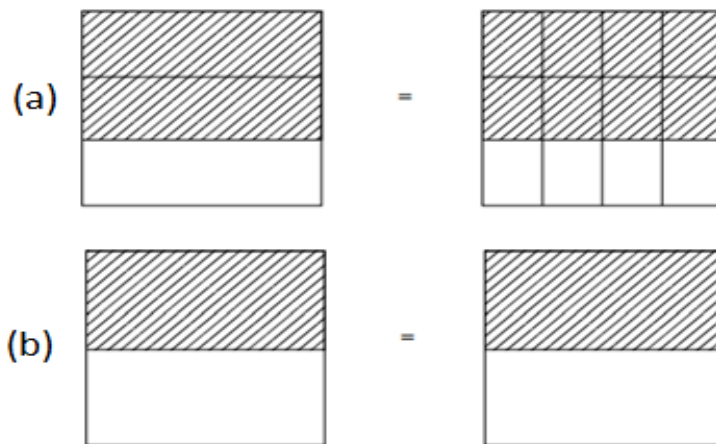
Dodatnim (horizontalno) presavijanjem dobili smo dvostruko više dijelova te je dvostruko manje osjenčano.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$$

Učenicima možemo postaviti sljedeća pitanja:

Dan je crtež koji prikazuje 2 jednaka razlomka kao na slici 13a. Kako bismo zapisali te razlomke?

Na slici 13b do crtaj linije kako bi pokazali da je  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ .



Slika 13.

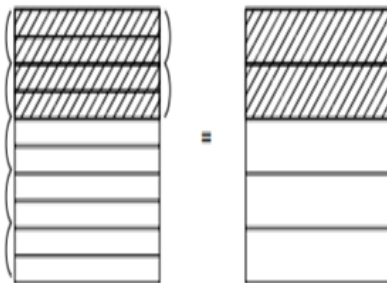
Napišite odgovarajuće brojeve u prazna polja

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} &= \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{\square}{\square} \\ \frac{3}{5} &= \frac{3 \cdot \square}{5 \cdot 2} = \frac{6}{\square} \\ \frac{3}{8} &= \frac{3 \cdot \square}{8 \cdot \square} = \frac{9}{\square} \\ \frac{3}{4} &= \frac{3 \cdot \square}{4 \cdot \square} = \frac{\square}{16} \end{aligned}$$

## Pojednostavljivanje razlomaka

U primjeru na slici 14. moguće je podijeliti desetine u grupe po dva, kao što je prikazano.

Četiri osjenčana dijela su podijeljena u grupe po dva u istom postupku.



Slika 14.

$$\frac{4}{10} = \frac{4 : 2}{10 : 2} = \frac{2}{5}$$

Dopustivo je podijeliti gornji i donji dio razlomka s istim brojem.

Problem je odlučiti koji broj bi trebali koristiti za dijeljenje gornjeg i donjeg dijela, tj. u koju veličinu se dijelovi mogu podijeliti. Može se koristiti zajednički faktor ili metoda pokušaja i pogrešaka. Jedna ideja je testiranje s brojevima korištenim pri formiranju originalnih dijelova presavijanjem.

U gore navedenom primjeru, desetine bi se morale formirati presavijanjem u polovine pa u petine. Stoga bi trebali pokušati dijeljenjem u grupe po pet ili dva. Od njih, samo grupe po dva funkcioniraju za osjenčane dijelove te je razlomak sveden na najmanje moguće brojeve, odnosno skraćen.

## 4.2 Decimalni brojevi

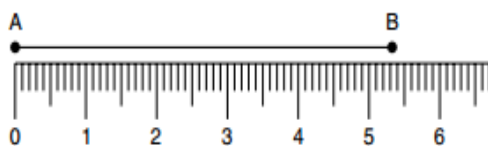
Decimalan broj sastoji se od cijelog i decimalnog dijela koji su odvojeni decimalnom točkom.

Postoji smisao u kojem su decimale samo određeni razlomci gdje prvi stupac (znamenka) poslije decimalne točke predstavlja desetine, drugi stotine itd. Zbog ovog je svaki stupac deset puta veći od prethodnog tako da su decimale nastavak cjelokupnog brojevnog sustava. Demonstriraju svojstvo kada se broj prenosi pri zbrajanju, npr. kada se decimala množi s 10.

### Mjesta iza decimalne točke

- Prvo mjesto kao desetine

Ovo možemo dobro prikazati s vježbom mjerenja. Uzmite u obzir duljinu dužine  $\overline{AB}$  označenu na mjerilu.



Slika 15.

Svaka velika jedinica na mjerilu (cm) je podijeljena u 10 manjih (mm). Svaka manja jedinica je  $\frac{1}{10}$  veće jedinice.  $|AB|$  je 53 manje jedinice i  $5\frac{3}{10}$  većih jedinica.

Ako je  $|AB|$  napisana kao 5.3 velike jedinice, tada .3 znači  $\frac{3}{10}$ , a prvi broj nakon decimalne točke predstavlja desetine.

Da bi učenici to što bolje usvojili poželjno je zadati im da izmjere duljine nekoliko različitih dužina, te ispišu njihove odgovore u centimetrima kao decimalne brojeve i razlomke.

- Drugo mjesto kao stotine

Ovo se može dobro demonstrirati na primjerima s novcem.

$$100lp = 1kn$$

$$10lp = \frac{1}{10}kn$$

$$1lp = \frac{1}{100}kn$$

*Odnosi među novčanicama*

Skoro sva djeca će prihvatiti i shvatiti ekvivalentne veličine za novac.

Iznos novca prikazan na slici 16 napisan je u lipama na vrhu i kunama na dnu.

100	10	1	lp
4	2	3	

1kn

1kn

1kn

1kn

10lp

10lp

1lp

1lp

1lp

1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	kn
4	2	3	

Slika 16.

S iznosima novca u kunama, decimalna točka preuzima njeno poznato mjesto.

Slika potvrđuje da prvi stupac nakon točke predstavlja desetine te da drugi predstavlja stotine. Dobra vježba za shvaćanje i pojašnjavanje ovog pojma je pitati učenike da pretvore različite iznose lipa u kune napisane kao decimalni brojevi i razlomci. Razlomke koje možemo pojednostaviti treba izbjegavati jer zbog pojednostavljivanja mogu nastati druge stvari osim stotina.

- Daljnja decimalna mjesta

Jednom kad smo uspostavili odnose ekvivalentnih razlomaka za prvo i drugo decimalno mjesto, učenicima je relativno lako prihvatiti da je iduće mjesto tisućina itd. Podsjetnik da su cijeli brojevi po stupcima jedinice, desetice, stotice, tisućice itd obično pomaže.

## Pretvaranje decimalnih brojeva u razlomke

Decimalni brojevi su sastavljeni od dekadskih razlomaka  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{1}{1000}$  i tako dalje, ovisno u kojem stupcu su napisani.

Da bi ih pretvorili natrag u razlomke potrebno je jednostavno pročitati u kojem stupcu se brojevi nalaze.

	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	
•	3			$\frac{3}{10}$
•	3	7		$\frac{37}{100}$
•	0	9		$\frac{9}{100}$
•	7	8	9	$\frac{789}{1000}$
•	0	0	7	$\frac{7}{1000}$
•	0	2	3	$\frac{23}{1000}$

Slika 17.

Neki učenici mogu smatrati zadnji primjer zbunjujućim. Zbunjuje ih zašto se 2 u drugom stupcu ne piše kao  $\frac{2}{100}$ .

Objašnjenje je sljedeće (naznačuje zbrajanje u razlomcima):

$$.023 = \frac{\frac{2}{100} + \frac{3}{1000}}{1000} = \frac{\frac{20}{1000} + \frac{3}{1000}}{1000} = \frac{23}{1000}$$

Slika 18.

Nakon što pretvorimo nekoliko decimalnih brojeva u razlomke, razlomke pojednostavimo.

	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	
•	8			$= \frac{8}{10} = \frac{8 \div 2}{10 \div 2} = \frac{4}{5}$
•	4	5		$= \frac{45}{100} = \frac{45 \div 5}{100 \div 5} = \frac{9}{20}$
•	0	0	4	$= \frac{4}{1000} = \frac{4 \div 4}{1000 \div 4} = \frac{1}{250}$

Slika 19.



## Korištenje broja 25

U mnogo slučajeva gdje je decimalni broj pretvoren u razlomak te se pojednostavljuje, mogućnost dijeljenja (cijelog razlomka) s 25 je veoma korisna kao prečac. Postoje dva unutar 50, tri unutar 75, 4 u svakoj stotici te 40 u 1000. Npr.

$$0.375 = \frac{375}{1000} = \frac{375 : 25}{1000 : 25} = \frac{15}{40} = \frac{15 : 5}{40 : 5} = \frac{3}{8}$$

Posebni decimalni brojevi se mogu pretvoriti i pojednostaviti u veoma važne razlomke. Poželjno je zapamtiti:

$$0.1 = \frac{1}{10}, \quad 0.01 = \frac{1}{100}, \quad 0.001 = \frac{1}{1000}, \quad 0.5 = \frac{1}{2}, \quad 0.25 = \frac{1}{4}, \quad 0.75 = \frac{3}{4}, \quad 0.2 = \frac{1}{5}.$$

## Značaj nula

Na određenim mjestima nule su veoma važne dok su na drugima nebitne ili neobavezne. Kao kod cijelih brojeva nule su brojevi koji drže druge brojeve na njihovim određenim mjestima koja imaju značaj.

Slijedi nekoliko primjera koji prikazuju ulogu nula.

$$\begin{array}{c|c|c} & \frac{1}{10} & \frac{1}{100} \\ \bullet & 7 & \\ \bullet & 0 & 7 \end{array} = \frac{7}{10} = \frac{7}{100}$$

Slika 20. Nula u 0.07 daje vrijednost koja je drugačija od 0.7

$$\begin{array}{c|c|c|c} & \frac{1}{10} & \frac{1}{100} & \frac{1}{1000} \\ \bullet & 1 & 0 & 9 \\ \bullet & 1 & 9 & \end{array} = \frac{109}{1000} = \frac{19}{100}$$

Slika 21. Nula u 0.109 utječe na vrijednost, jer ona "pogura" 9 na drugo mjesto

$$\begin{array}{c|c|c} & \frac{1}{10} & \frac{1}{100} \\ \bullet & 3 & \\ \bullet & 3 & 0 \end{array} = \frac{3}{10} = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

Slika 22. Nula u 0.30 ne predstavlja nikakvu razliku u vrijednosti

Kada decimalni broj kao što je .92 nema dio s cijelim brojem, obično se piše kao 0.92 s neobaveznom nulom na početku jer je tako stilski prihvatljivije. Sve dok učenici imaju poteškoća s decimalnim brojevima, jednostavnost je važnija od stila tako da bi se takav zapis trebao izbjegavati.

## Usporedba decimalnih brojeva

Koji decimalni broj je veći, 0.87 ili 0.135?

Kao odgovor na ovo pitanje mnogo učenika će reći da je odgovor 0.135, iz razloga što vide 135 kao veći broj od 87.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \frac{1}{10} & \frac{1}{100} & \frac{1}{1000} \\ \hline 8 & 7 & 0 \\ \hline 1 & 3 & 5 \\ \hline \end{array}$$

Slika 23.

Pogledajmo zapis u stupcima. Sada je očito da je 870 veće od 134.

Neki učenici imaju sličan problem shvaćajući zašto je 0.25 na pola puta između 0.2 i 0.3 od čega se oba čine manjima. Ovdje ponovo pomažu stupci i neobavezne nule.

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \frac{1}{10} & \frac{1}{100} \\ \hline 2 & 0 \\ \hline 2 & 5 \\ \hline 3 & 0 \\ \hline \end{array}$$

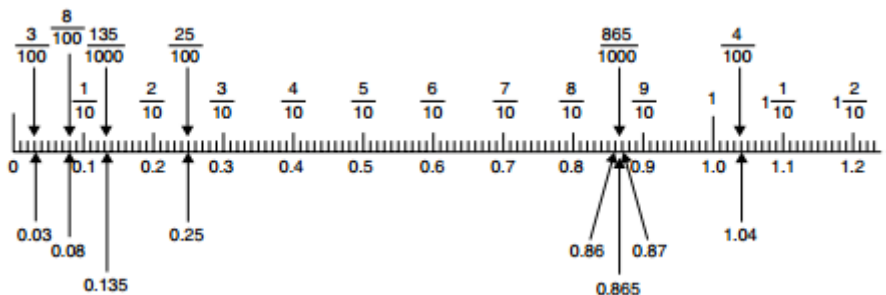
Slika 24.

Prilično jasno, 25 stotina je na pola puta između 20 i 30 stotina.

Još jedan pristup ovim i sličnim problemima je objašnjavanje pomoću brojevnog pravca na kojemu su označeni decimalni brojevi.

## Niz decimalnih brojeva

Izraz "niz decimalnih brojeva" odnosi se na proširene "izvatke" iz brojevnog pravca.



Slika 25. Brojevni pravac

Učenicima možemo zadati sljedeći zadatak: Nastavite brojevni niz: 2.97, 2.98, 2.99... .

Učenici koji nisu ispravno shvatili kako se decimalni brojevi ponašaju u njihovim stupcima, mogu napraviti grešku pretpostavljajući da je idući decimalni broj u nizu 2.100.

Nisu shvatili da će se 1 od 100 prenijeti preko decimalne točke te bi sljedeći broj nakon 2.99 bio 3.00.

Jedan način za razjašnjavanje ove situacije je predložiti da se privremeno ignorira decimalna točka, pa bi poslije 299 prirodno slijedilo 300.

Jedna od možda više zadovoljavajućih te svakako djeci zanimljivija metoda je zadati im izazov u kojem moraju pronaći broj koji nedostaje u sredini zadanog niza.

Ranije navedeni niz možemo prilagoditi tako da izgleda: 2.97, 2.98, 2.99, 3.01, 3.02, 3.03.

Na ovaj način djeca pristupaju problemu s druge strane.

Svaki od sljedećih nizova obuhvaća različito područje. Brojevi u zagradama se izostavljaju da bi ih učenici pronašli.

Pronađi broj koji nedostaje.

a) 1.7, 1.8, 1.9, (2.0), (2.1), 2.2, 2.3 ...

b) 7.3, 7.2, (7.1), (7.0), 6.9, 6.8 ...

c) 8.8, 8.6, 8.4, 8.2, (8.0), 7.8, 7.6, 7.4 ...

d) 39.7, 39.8, 39.9, (40.0), (40.1), 40.2, 40.3 ...

e) 20.03, 20.02, (20.01), (20.00), 19.99, 19.98, 19.97 ...

### Pretvaranje razlomaka u decimalne brojeva

Neki razlomci su veoma jednostavni za pretvaranje u decimalne brojeve jer su već desetine, stotine i tisućine. Odmah upadaju u stupce decimalnih brojeva.

Postoje drugi razlomci koje se lako može ubaciti u desetine, stotine i tisućine kao što je prikazano u sljedećim primjerima:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & & \frac{1}{10} & \frac{1}{100} & \frac{1}{1000} \\
 & & & & \bullet & | & | & | \\
 \frac{2}{5} & = & \frac{2 \times 2}{5 \times 2} & = & \frac{4}{10} & = & 4 & & \\
 \frac{3}{4} & = & \frac{3 \times 25}{4 \times 25} & = & \frac{75}{100} & = & 7 & 5 & \\
 \frac{1}{20} & = & \frac{1 \times 5}{20 \times 5} & = & \frac{5}{100} & = & 0 & 5 & \\
 \frac{7}{8} & = & \frac{7 \times 125}{8 \times 125} & = & \frac{875}{1000} & = & 8 & 7 & 5
 \end{array}$$

Slika 26. *Primjeri pretvorbe razlomaka u decimalne brojeve*

Zadnji primjer  $\frac{7}{8}$  može zakomplicirati pretvaranje ukoliko učenici ne prepoznaju da je  $8 \cdot 125 = 1000$ . Izostanak ovog znanja može "gurnuti" pretvaranje u najtežu kategoriju, uz same razlomke kao što je  $\frac{5}{9}$ .

Ne postoji način da se  $\frac{5}{9}$  pretvori u desetine, stotine i tisućine. Za takav primjer potrebno je  $\frac{5}{9}$  promatrati kao  $5 : 9$ , te izvršiti dijeljenje.

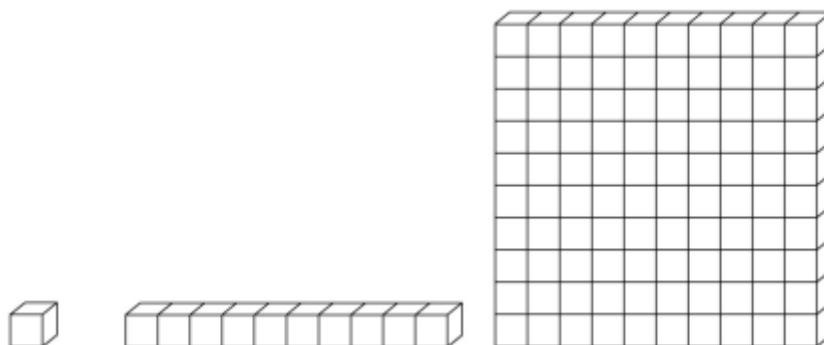
### 4.3 Postotci

„Posto“ znači ”od 100”. Npr. 1 posto znači 1 od 100, što se može zapisati kao  $\frac{1}{100}$ . U suštini, ”postotci su stotine”. Oznaka za postotak, % izgleda kao da je napravljena od jedinice i dvije nule, te se ponaša kao konstantan i vrijedan podsjetnik na važnost broja 100. Jasno, pošto su postotci stotine, jednostavna je stvar pretvoriti postotak u razlomak. Štoviše, pošto stotine sačinjavaju jedan od decimalnih stupaca, također ih je lako pretvarati između postotaka i decimala.

Zapisati dijelove cjeline u pojmu postotaka je malo teže nego zapisivanje dijelova cjelina s razlomcima i decimalnim brojevima. Cjelina je  $\frac{100}{100}$  što je 100%. Svaka cjelina je 100%, tako da je za cijeli broj 5 postotak 500%.

#### Globalni model za postotke, razlomke i decimalne brojeve

Na slici je prikazan cijeli kvadrat podijeljen u 100 jednakih dijelova. Svaki od njih je  $\frac{1}{100}$ , 1% ili 0.01. Ovo se može fizički predočiti jedinicama blokova u Dienesovom pomagalu. Svaki stupac je  $\frac{1}{10}$ , 10% ili 0.1. Oni se mogu predočiti kao dužine. Cijeli kvadrat je 100%, ili 1 kao cijeli broj te se može prikazati kao ravnina.



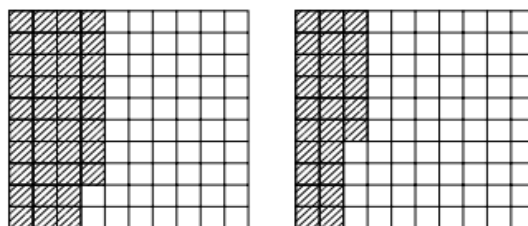
Slika 27. Dienesovo pomagalo

#### Usporedba postotaka

Za razliku od razlomaka koji imaju dijelove različitih veličina, ili decimalnih brojeva koji mogu biti desetine, stotine, tisućine itd., svi postotci imaju jednaku veličinu pojedinih dijelova. Svi dijelovi su stotine. Numeričke vrijednosti postotaka se uspoređuju na jednostavan način - što veći broj, veći postotak.

Primjeri:

- a) 38% je veće od 26%
- b) 19% je manje od 82%
- c) 13% je veće od 4.5%



Slika 28. 38% je za 12% veće od 26%

## Pretvaranje postotaka u razlomke

Postotci su shvaćeni kao stotine, tako da je njihovo pretvaranje u razlomke u biti njihovo zapisivanje sa 100 kao nazivnikom.

Primjeri:

a)  $27\% = \frac{27}{100}$

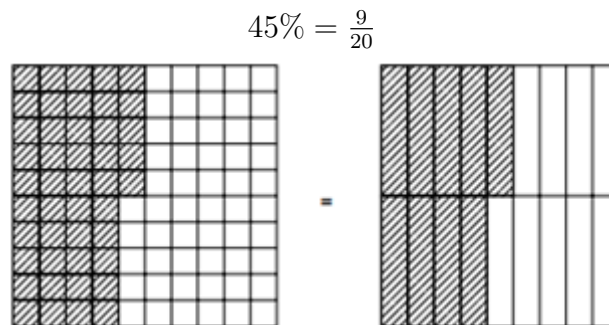
b)  $127\% = 1\frac{27}{100}$

d)  $9\% = \frac{91}{100}$

Nekad se dobiveni razlomci mogu pojednostaviti.

Primjeri:

a)  $45\% = \frac{45}{100} = \frac{45:5}{100:5} = \frac{9}{20}$



Slika 28.

b)  $62\% = \frac{62}{100} = \frac{62:2}{100:2} = \frac{31}{50}$

c)  $70\% = \frac{70}{100} = \frac{70:10}{100:10} = \frac{7}{10}$

d)  $5\% = \frac{5}{100} = \frac{5:5}{100:5} = \frac{1}{20}$

Neki postotci stvaraju razlomke koji trebaju više koraka da bi ih se pojednostavilo.

Primjeri:

a)  $12.5\% = \frac{12.5}{100} = \frac{12.5 \cdot 10}{100 \cdot 10} = \frac{125}{1000} = \frac{125:25}{1000:25} = \frac{5}{40} = \frac{5:5}{40:5} = \frac{1}{8}$

b)  $33\frac{1}{3}\% = \frac{33\frac{1}{3}}{100} = \frac{33\frac{1}{3} \cdot 3}{100 \cdot 3} = \frac{\frac{100}{3} \cdot 3}{300} = \frac{100}{300} = \frac{100:100}{300:100} = \frac{1}{3}$

## Pretvaranje razlomaka u postotke

Kada su razlomci u stotinama, % se može zamijeniti s 100 kao nazivnikom.

Primjeri:

a)  $\frac{83}{100} = 83\%$

$$b) 2\frac{83}{100} = 283\%$$

$$c) \frac{7}{100} = 7\%$$

Neke razlomke prvo moramo pretvoriti u stotine.

Primjer:

$$a) \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 50}{2 \cdot 50} = \frac{50}{100} = 50\%$$

$$b) \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{40}{100} = 40\%$$

$$c) \frac{12}{25} = \frac{12 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{48}{100} = 48\%$$

Nekad učenici neće moći pretvoriti razlomke u stotine zbog toga što neće znati kojim brojem trebaju pomnožiti da bi dobili 100 kao nazivnik.

Prvi korak u pretvaranju razlomaka u stotine je pronalazak množitelja.

$$\frac{17}{20} = \frac{17 \cdot ?}{20 \cdot ?} = \frac{?}{100}$$

Potrebno je identificirati koliko 20-ica ima u 100. Kada to tako prikažemo postaje očigledno da 100 moramo podijeliti s 20. Kako je  $100 : 20 = 5$ , sada je moguće pomnožiti gornji i donji dio s 5 da bi dobili stotine.

$$\frac{17}{20} = \frac{17 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{85}{100} = 85\%$$

Ponekad nema cijelog broja s kojim se množi da bi se dobilo 100 kao nazivnik. Tada je potrebno množiti s decimalnim brojevima.

### Pretvaranje postotaka u decimalne brojeve

Postotci su shvaćeni kao stotine, drugi stupac decimalnih brojeva iza decimalne točke je shvaćen kao stotine. Zbog toga je prilično jednostavno zapisati cjelobrojni postotak u decimalne stupce. Potrebno je završiti u stupcu s stotinama.

		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$
28%	=	● 2	8		
72%	=	● 7	2		
50%	=	● 5	0		
8%	=	● 5	0		
8%	=	● 0	8		
31.25%	=	● 3	1	2	5

Slika 29.

Zadnji gore navedeni primjer pokazuje teži decimalni postotak. On ne završava u stupcu sa stotinama pošto ima 0.25% na kraju. Zbog ovog su potrebna dodatna decimalna mjesta, što dovodi to desettisućina zbog:  $.25\% = \frac{0.25}{100} = \frac{25}{10000}$ .

## Pretvaranje decimalnih brojeva u postotke

Drugi stupac decimala je za stotine. Stoga, svaki decimalni broj koji se može u cijelosti "podići" iz prva dva stupca decimala se može odmah zapisati kao postotak. Ako decimalni broj sadrži više od 2 mjesta, tada će se postotak produljiti da bi ih mogao sadržavati.

	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$	
1	6	6			= 66%
•	6	6	6	6	= 66.66%
•	3	7			= 37%
•	3	7	5		= 37.5%
•	1	8			= 18%
4	1	8			= 418%

Slika 30.

## Posebni postotci

U sljedećem popisu su navedeni ekvivalentni postotci, razlomci i decimalni brojevi .

$$\frac{1}{2} = 50\% = 0.5$$

$$\frac{1}{4} = 25\% = 0.25$$

$$\frac{3}{4} = 75\% = 0.75$$

$$\frac{1}{10} = 10\% = 0.1$$

$$\frac{1}{5} = 20\% = 0.2$$

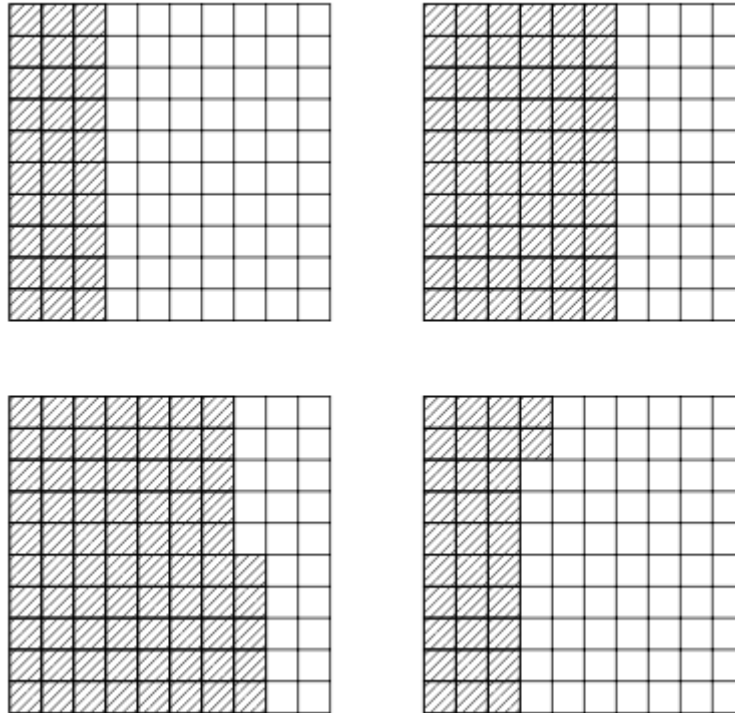
$$\frac{1}{3} = 33\frac{1}{3}\% = 33.3\%0.333$$

$$\frac{2}{3} = 66\frac{2}{3}\% = 66.6\% = 0.666$$

$$\frac{1}{100} = 1\% = 0.01$$

## Vježbe s razlomcima, postotcima i decimalama

Da bi vježbali različite procese pretvorbi, učenicima se trebaju dati zadaci kao prikazani osjenčani dijelovi dijagrama prikazani na slici. Treba zapisati brojeve kao postotke, decimale i razlomke (pojednostaviti gdje je moguće).



Slika 31.



## 5 Zaključak

Postotak djece s teškoćama učenja svakodnevno raste. Disleksiju i disgrafiju ubrajamo među najpoznatije teškoće učenja.

Da bi učenici što bolje savladali nastavno gradivo, nije dovoljno samo izvrsno poznavati sadržaj predmeta koji nastavnici predaju već i razumjeti potrebe djece, pogotovo djece s poteškoćama u učenju. Uloga nastavnika nije da liječi i ispravlja disleksiju i diskalkuliju. Nastavnik bi trebao voditi podučavanje na način koji je prirodan i efikasan za učenike.

Od velike je važnosti da učenici sami dolaze do zaključaka. Ako npr. sami kreiraju razlomke, što se može postići presavijanjem kvadrata papira to će im pomoći u izbjegavanju osnovnih zabuna kao što je pojam raspolavljanja, ponovo i ponovo da bi se dobile šestine. Ako se učenici mogu sjetiti kako su pravili razlomke to im može pomoći u poteškoćama u budućnosti.

## 6 Sažetak

Disleksija je jedna od nekoliko specifičnih teškoća u učenju. Postoji mnogo različitih definicija disleksije, ali najjednostavnije je reći da je to poremećaj čitanja i pisanja. Disleksija se javlja u najranijem djetinjstvu i obično se otkriva u ranom školskom dobu. Pojavljuje se diljem svijeta bez obzira na kulturu i jezik zahvaćajući oko 10% populacije.

Današnji stručnjaci pod pojmom diskalkulija podrazumijevaju skup specifičnih teškoća u učenju matematike/aritmetike i u obavljanju matematičkih/aritmetičkih zadataka. Teškoće u usvajanju matematike kod djece mogu biti lake, umjerene i teške, pa zato postoji djelomična ili, pak, potpuna matematička nesposobnost - diskalkulija ili akalkulija. Najčešće se dijagnosticira u drugom i trećem razredu osnovne škole.

U ovom radu objašnjeno je kako obrađivati gradivo vezano za razlomke, decimale i postotke na način da ga učenici s disleksijom i diskalkulijom što bolje razumiju.

## 7 Dyscalculia, dyslexia and mathematics

### Summary

Dyslexia is one of several specific learning difficulties. There are many different definitions of dyslexia but the simplest way to define it is to say it is a reading and writing disorder. It occurs in earliest childhood and usually its not revealed until early school age. It appears all around the world no matter the culture or language affecting around 10% of the population.

Present-day experts mean that under the term dyscalculia is a set of specific learning difficulties in mathematics or arithmetics and in completing mathematical or arithmetical tasks. Difficulties in adopting mathematical knowledge can be light, moderate or hard so there iis a partial or even complete mathematical incompetence – dyscalculia or acalculia. It is mostly diagnosed in the second or third grade of elementary school.

In this paper it is explained how to teach the curriculum connected to fractions, decimals and percentages in a way that students with dyslexia and dyscalculia can understand it better.

## Literatura

- [1] S. CHINN, R. ASCHROFT, *Mathematics for Dyslexics Including Dyscalculia, Third Edition*, John Wiley & Sons, Ltd. ,United States, 2007.
- [2] L. DŽUDŽA, *Diskalkulija, Specifične teškoće u učenju matematike: što i kako?* , Miš, **12**(2001), 60–65.
- [3] M. LENČEK, D. BLAŽI, J. IVŠAC , *Specifične teškoće učenja: Osvrt na probleme u jeziku, Čitanju i pisanju* Magistra Iadertina, **2(2)**(2007), 107–121.
- [4] M. SHARMA, *Matematika bez suza: Kako pomoći djetetu s teškoćama u učenju matematike* , Lekenik, Ostvarenje, 2001.

## 8 Životopis

Rođena sam 30. srpnja 1990. godine u Našicama. Godine 1997. upisujem se u Osnovnu školu J.J. Strossmayera u Đurđenovcu. Nakon završetka 2005. godine upisujem srednju školu Isidora Kršnjavoga u Našicama, smjer prirodoslovno-matematička gimnazija. Završetkom srednje 2009. upisujem se na Sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike na Odjelu za matematiku u Osijeku.