

Matematičko obrazovanje u Finskoj

Nekić, Matej

Master's thesis / Diplomski rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Mathematics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:126:325186>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-04-03**



mathos

Repository / Repozitorij:

[Repository of School of Applied Mathematics and Informatics](#)



Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku

Matej Nekić

Matematičko obrazovanje u Finskoj

Diplomski rad

Osijek, 2017.

Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku

Matej Nekić

Matematičko obrazovanje u Finskoj

Diplomski rad

Voditelj: doc. dr. sc. Mirela Jukić Bokun

Osijek, 2017.

Sadržaj

Uvod	2
1 Uspjeh za sve	3
1.1 Samodjelotvornost	3
1.2 Nastava usmjerena na učenika	4
2 Finski sustav obrazovanja	6
2.1 Povijesni pregled	6
2.2 Opće značajke	8
2.3 Prilagodba obrazovnih sustava	12
3 Nastava matematike	14
3.1 Obrazovanje nastavnika matematike	14
3.2 Matematički kurikulum	16
3.3 Obilježja nastave	17
3.4 Udžbenici	18
3.5 Vrednovanje znanja	19
3.5.1 Kriteriji ocjenjivanja rada učenika	19
3.5.2 Državna matura	20
3.6 Istraživanja	23
3.6.1 Nacionalna istraživanja	23
3.6.2 PISA	24
4 Budućnost	31
5 Zaključak	32
Literatura	33
Sažetak	35
Summary	36
Životopis	37

Uvod

Finski obrazovni sustav dobio je međunarodnu pozornost 2000. godine zahvaljujući izvrsnim rezultatima njihovih učenika na prvom istraživanju PISA. Uspjeh je ponovljen i na iduća dva istraživanja PISA pa je stručnjacima za obrazovanje postao privlačan način na koji takav sustav funkcionira. Mnogi znanstveni radovi i rezultati vezani uz finsko obrazovanje objavljeni su samo na finskom jeziku. To znači da su informacije ograničene subjektivizmom, ali i mogućim poteškoćama u prevođenju. Jedan od načina za ispravljanje tog nedostatka je neposredno opažanje pa na stotine stranih delegata dolazi u Finsku otkriti tajnu njihova uspjeha.

Finci su iznimno ponosni na svoj uspjeh i svjesni njegove vrijednosti i visoke razine na kojoj se nalazi. Finska je manje ili više na istoj razini kao i druge industrijalizirane zemlje u pogledu broja visokoobrazovanih stanovnika, a daleko od toga i da je zemlja s najvećom stopom izdvajanja za obrazovanje, bilo u odnosu na veličinu gospodarstva, broj studenata ili udio u ukupnoj javnoj potrošnji. Učinkovitost se u Finskoj pokazala iznimno važnom na primjeru ponavljanja razreda. Shvatili su da to samo povećava troškove u obrazovanju i potiče nezadovoljstvo učenika i nastavnika. Učeničko samopouzdanje time može biti ozbiljno narušeno, a kada se to jednom dogodi teško je očekivati bilo kakav napredak pa se zato provode mnoge preventivne aktivnosti kako do toga ne bi došlo.

Rad će se baviti glavnim karakteristikama matematičkog obrazovanja u Finskoj počevši s kratkim pregledom finskog obrazovnog sustava. Glavni dio rada je usredotočen na opisivanje značajki poučavanja matematike kao što su nastavni plan i program te obuka nastavnika.

1 Uspjeh za sve

1.1 Samodjelotvornost

Uspjeh je danas imperativ u svim područjima života pa tako i u obrazovanju. Svaki uspjeh počinje vizijom i strašću prema onome što volimo. Da bi uspjeli u nečemu, moramo smatrati da je to što radimo vrijedno svih napora koje ulažemo. Kada radimo ono što volimo, nismo fokusirani na krajnji cilj već uživamo u procesu stvaranja. Na putu do uspjeha donosimo mnoge izbore koji određuju rezultate našeg rada. Ako nismo zadovoljni trenutnim stanjem, trebamo nešto promijeniti. Da bi bili uspješni, moramo učiti od najboljih, a u obrazovanju su Finci svakako jedni od tih.

Za početak treba naglasiti da je obrazovanje u Finskoj besplatno na svim razinama. To je osnovni preduvjet koji garantira jednake mogućnosti obrazovanja svima bez obzira na socioekonomski status. Sustav je temeljen na principu socijalne pravednosti i minimizira natjecanje među učenicima. Ne očekuje se da svi žele i postignu isto. Svakome je dana sloboda u izboru načina na koji će riješiti zadatak koji mu je postavljen. Učitelji su kvalitetno obrazovani i izuzetno cijenjeni u društvu. Tijekom studija prolaze iscrpno obrazovanje na polju odgojnih i obrazovnih znanosti te specifičnih područja koja će predavati. Učenici u nižim razredima imaju jednog učitelja koji održava nastavu iz većine predmeta. To se pokazalo kao dobar način za uspostavljanje emocionalne podrške i stvaranja osjećaja sigurnosti kod učenika na početku njihovog obrazovanja, a predstavlja dobar temelj za nošenje sa svim izazovima s kojima će se morati nositi u višim razredima. Uloga škole je spriječiti svaki oblik diskriminacije i zlostavljanja. Učitelj mora biti uzor dobrog ponašanja, treba imati razumijevanja i poticati toleranciju među učenicima. Odnosi između učenika i učitelja su u pravilu prijateljski pa stoga rijetko dolazi do neugodnih situacija.

Stručnost nastavnika utječe na kvalitetu nastave. Suvremene metode poučavanja omogućuju učenicima i nastavnicima više slobode u kreiranju interaktivne nastave. Kod učenika treba razviti želju za usvajanjem novih znanja i razviti osjećaj da mogu postići željene ciljeve ukoliko se dovoljno potrudu. Samodjelotvornost je ono na čemu su u Finskoj mnogo radili, a to je posebno važno u matematici za koju se obično vežu negativna učenička, ali i roditeljska uvjerenja. Uloga nastavnika je da održava relativno visoku razinu očekivanja učeničkih postignuća i promjeni učenička uvjerenja o nekompetentnosti. To znači da nastavnici učenicima trebaju dati do znanja da vjeruju u njihov uspjeh, ali i ukazivati na eventualne pogreške koje čine tijekom nastave. Naglasak treba staviti na uloženi trud, a ne na postignute rezultate. Ispravnim pohvalama moguće je smanjiti pa čak i ukloniti strah koji učenici osjećaju u školi. Ono čega se učenici najviše boje je pogreška jer svaka pogreška se kažnjava, prije svega lošim ocjenama koje ukazuju na to da učenik nije naučio određeno gradivo. Nastavnici trebaju poticati stav da su pogreške prilika da se nešto iz njih nauči.

Razvoju osjećaja samodjelotvornosti pomažu zadaci umjerene težine čijim rješavanjem učenici utječu na percepciju vlastite kompetencije. Važno je poticati uvjerenje da su sposobnosti promjenjive. Vjerovanje da se uz mnogo truda mogu razviti pojedine sposobnosti i time nadomjestiti eventualni nedostatak talenta karakteristično je za sve uspješne zemlje pa tako i Finsku. Smatra se da bilo kakav oblik usporedbe učeničkih rezultata može dovesti do smanjenja osjećaja samodjelotvornosti, a posebno kod učenika s poteškoćama u učenju. U Finskoj brinu o tome jer žele uspjeh za sve, a ne samo za one najbolje. Oblikovanje samodjelotvornosti složen je proces koji uključuje postavljanje kratkoročnih i dugoročnih ciljeva te vrednovanje vlastitog ponašanja. Smatra se da postavljanje kratkoročnih ciljeva može pomoći oblikovanju kompetentnosti i intrinzičnom interesu za određeno područje. To je važno za učenike nezainteresirane za matematiku. Kod njih je postavljanjem bliskih ci-

ljeva moguće postići napredak i u području koje ih primarno ne interesira. Na taj je način kod učenika moguće poboljšati znanje o vlastitim sposobnostima i postići značajan napredak u samousmjeravajućem učenju koje je važno nakon obvezne škole kada su učenici sve više prepušteni sami sebi. ([18])

1.2 Nastava usmjerena na učenika

Finci smatraju da pozitivna interakcija podržava rast i razvoj. Učenici se u školi osjećaju dobro. Komunikacija među učenicima i učiteljima je ležerna. Nastava se temelji na sudjelovanju svih učenika u aktivnostima koje se provode u svrhu učenja novog gradiva. Radi se puno, ali učenici to ne doživljavaju kao nešto što im je nametnuto, nego kao nešto što zaista žele. Nema klasične prisile i zastrašivanja kaznama u slučaju da učenici ne izvršavaju svoje obveze. Sustav se temelji na povjerenju i uzajamnoj podršci svih sudionika odgojno-obrazovnog procesa. Osobni rast i razvoj odnosi se na razvoj samopouzdanja i motivacije kod učenika te sposobnost uspostavljanja i održavanja odnosa s drugima. Kod učenika treba poticati razvoj životnih sposobnosti kao što su kreativno rješavanje problema, donošenje ekonomskih odluka te korištenje suvremene tehnologije. Posao je učitelja kod učenika razviti ljubav prema učenju i znanju. U matematici to znači poticati rješavanje problema, igrati matematičke igre i dopustiti učenicima da stvari čine korak po korak slijedeći unaprijed definirana pravila.



Slika 1: Raspored sjedenja u finskim školama¹

Finski obrazovni sustav je specifičan po kvalitetnoj brizi za učenike s poteškoćama. Glavna je značajka da svaki učenik ima pravo na prilagođeno obrazovanje bez obzira na

¹Preuzeto s <https://finland.fi/life-society/the-truth-about-finnish-schools/>.

stupanj i vrstu teškoće. Cilj je svladavanje osnovnih vještina čitanja, pisanja i računanja, a zatim i stjecanje osnovnih znanja iz područja koja se poučavaju u školi. Postoji želja da se što više učenika s poteškoćama uključi u redovne razrede jer se smatra da će se tako moći bolje uklopiti u društvo jednom kad završe školovanje.

Dobrobit učenika nastoji se postići i umjetničkim predmetima za koje se vjeruje da potiču razvoj osobnosti. To je važno talentiranim učenicima koji na taj način dobivaju dodatnu motivaciju za razvoj svog talenta. Učenici se trebaju osjećati prihvaćeno i poštovano kako bi na vrijeme svladali sva potrebna znanja i vještine. Ako je dobrobit učenika narušena na bilo koji način, problem se rješava bez odgađanja. Za to je potrebna uzajamna suradnja učenika i učitelja koji moraju imati povjerenja jedni u druge. Samo tako je moguće pravovremeno otkriti probleme.

Jedan od većih izazova s kojima se učitelji susreću je što djeca premalo vremena provode sa svojim roditeljima. Učenici, posebno oni u nižim razredima imaju potrebu za roditeljskom pažnjom, no suvremen način života to baš i ne omogućava. Roditelji su često prezaposleni, a njihova djeca su primorana prijevremeno odrasti. Od djece se zahtjeva nošenje sa situacijama koje nisu primjerene njihovoj dobi. Učiteljima je u takvoj situaciji teško jer ne mogu nadomjestiti ono što roditelji ne rade.

Zdravlje kao psihofizičko blagostanje temelj je kvalitetnog obrazovanja pa tako u svakoj finskoj školi postoji školska ambulanta, a velika se pozornost daje i socijalnoj skrbi za učenike. Škola može reagirati u slučaju neopravdanih izostanaka učenika s nastave, kontinuiranog kašnjenja, marginalizacije pojedinih učenika, ovisničkih ponašanja ili problema u obitelji. Dužnost je svih djelatnika škole rješavanje takvih problema u suradnji s roditeljima. Ako je situacija teška može se zatražiti i pomoć službe za zaštitu djece koja postoji u svakoj općini. Sistematski pregledi se provode redovito kod liječnika i zubara te su besplatni kao i sve ostale aktivnosti koje se provode u cilju održavanja zdravlja i prevencije bolesti. ([12])

2 Finski sustav obrazovanja

2.1 Povijesni pregled

Javno obrazovanje u Finskoj počinje 1860. godine. Kao i u ostatku Europe, osnivači škola bile su vjerske zajednice, a u Finskoj je to Luteranska crkva čiji je stav bio da svaka osoba treba biti u stanju čitati Bibliju na svom jeziku, a pismenost je bila i uvjet za sklapanje braka. 1866. godine pokrenut je sekularni školski sustav, a već tri godine kasnije je osnovan Nacionalni odbor za obrazovanje koji upravlja finskim školskim sustavom.

Glavna reforma obrazovnog sustava provedena je sedamdesetih godina prošlog stoljeća kada je finsko društvo bilo politički nestabilno i zahvaćeno gospodarskim promjenama. Eliminiran je dvojni sustav obrazovanja koji odvađa učenike tijekom osnovne škole i gdje država detaljno kontrolira obrazovanje strogim nastavnim planom i programom. Kurikulum je detaljno istražen i s početne usmjerenosti na nastavni plan i program naglasak je stavljen na konkretne obrazovne ciljeve te primjerene načine vrednovanja učeničkih postignuća. Odustalost se od usmjeravanja uspješnijih učenika na akademsko obrazovanje, a manje uspješnih učenika na strukovno obrazovanje. Napušten je model selekcije učenika u dobi od dvanaest godina i uvedena obvezna devetogodišnja škola. Na taj su način stvoreni razredi učenika različitih sposobnosti, a to je donijelo nove izazove koji su zahtijevali promjenu dotadašnje filozofije. Reforma je donijela stav prema kojemu svi mogu biti uspješni ako im se za to omoguće uvjeti i primjeren oblik pomoći u svladavanju nastavnog gradiva. Cilj je bilo iskustveno učenje u školskoj zajednici koja se temelji na demokraciji. Različitim je učenicima trebalo ponuditi različite metode učenja, a to je zahtijevalo dodatno profesionalno usavršavanje nastavnika koji su se trebali prilagoditi novim uvjetima u razredu.

Osamdesetih godina rješavanje problema dolazi na ključnu poziciju u nastavi matematike i to je značilo početak nove faze u razvoju finskog nastavnog plana i programa za matematiku. 1985. godine školsko je zakonodavstvo reformirano, a istovremeno je Nacionalni odbor za obrazovanje uveo novi kurikulum za osnovnu školu. Smanjen je broj učenika u razredu što je otvaralo više mogućnosti za individualiziranu nastavu. Nakon reforme u svakom je razredu bilo 16 do 19 učenika.

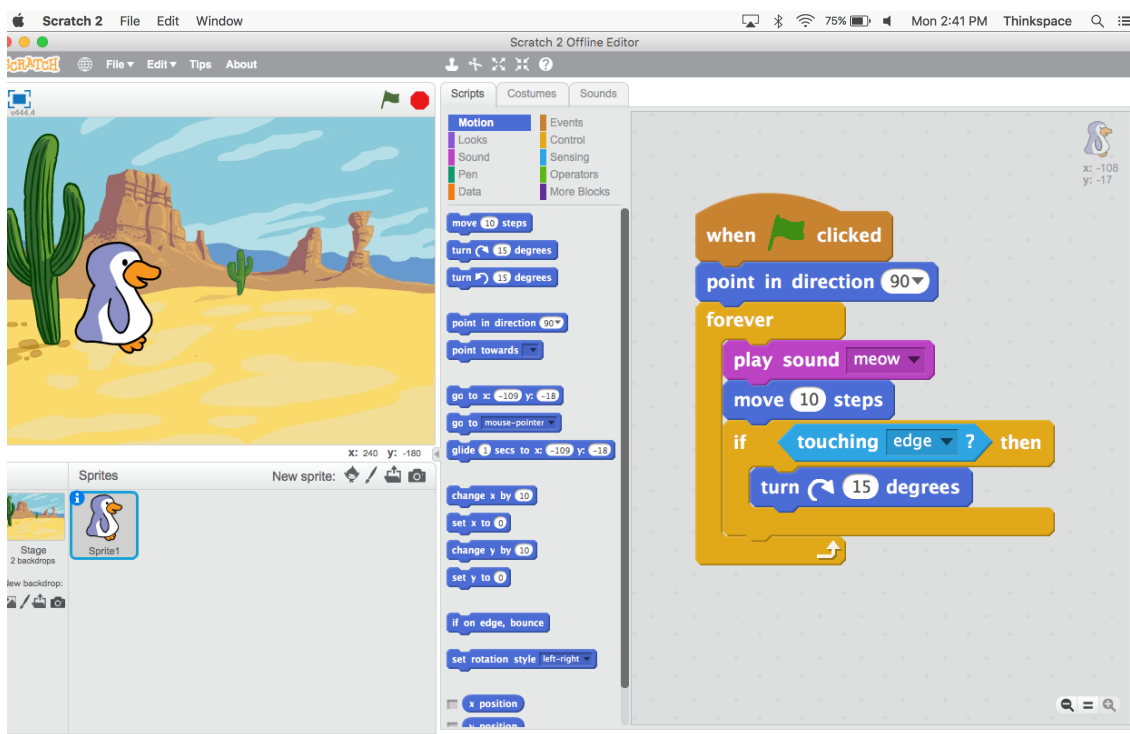
Devedesetih je godina postalo jasno da strah od neuspjeha koči kreativnost i da to u kombinaciji s lošim komunikacijskim vještinama vodi u propast pa je potreba za originalnim načinima razmišljanja i poticanjem suradnje postala glavna ideja koju je trebalo integrirati u obrazovni sustav. Nacionalni odbor za obrazovanje je 1994. godine izdao okvirni kurikulum za osnovnu školu koji je započeo novu vrstu obrazovanja i nastavne kulture u Finskoj. Postojao je jasan pomak iz centraliziranog sustava u decentralizirani sustav. Od tada Nacionalni odbor za obrazovanje izdaje samo nastavne smjernice, dok Ministarstvo obrazovanja određuje raspodjelu nastavnih sati kroz školske predmete, a škole onda u skladu s tim izrađuju svoje nastavne programe. U reformi iz 1994. godine je u nastavnom planu i programu matematike došlo samo do manjih promjena u odnosu na prethodni okvir nastavnog plana i programa pa je naglasak i dalje ostao na rješavanju problema i primjeni matematičkih znanja i vještina. Nacionalni odbor za obrazovanje pokrenuo je 1995. godine nacionalni projekt LUMA koji je trajao od 1996. do 2000. godine. Cilj je bio jačanje znanja i vještina u matematici i znanosti na svim razinama školovanja. ([12])

2004. godine predstavljen je novi središnji nacionalni kurikulum za osnovno obrazovanje. Jezgra kurikuluma je detaljnije razrađena za sve razrede. Opći cilj bio je stvoriti jedinstveno osnovno obrazovanje kroz svih 9 razreda. U toj reformi Finici se nisu vodili međunarodnim trendovima već su umjesto toga stvorili rješenje koje najbolje odgovara njihovoj nacionalnoj situaciji.

Jezgra nacionalnog kurikulumu dodatno je obnovljena 2014. godine. U tijeku je reforma koja će nastavu po predmetima zamijeniti nastavom po temama. Tako će se na primjer povijest i geografija učiti zajednički, a ne odvojeno kao do sada. U planu je i uvođenje više kreativnosti i umjetnosti u školski program. Učenici će svake školske godine sudjelovati u barem jednom multidisciplinarnom modulu učenja koji će integrirati znanja i vještine različitih školskih predmeta. Na pojedinom modulu će zajedno raditi više nastavnika, a u njihovu planiranju će sudjelovati i sami učenici. Napredak, radne sposobnosti i ponašanje učenika procjenjivat će se u odnosu na ciljeve definirane u jezgri nacionalnog kurikulumu. Moduli bi trebali promicati razvoj sedam transverzalnih kompetencija:

1. razmišljati i naučiti kako učiti
2. brinuti se o sebi i drugima
3. prepoznavati vlastite i tuđe emocije
4. komunicirati s drugima
5. koristiti suvremene tehnologije
6. biti poduzetan
7. sudjelovati u izgradnji održive budućnosti.

U planu je i uvođenje programiranja od prvog razreda osnovne škole s ciljem razvoja računalnog načina razmišljanja. Učenici će pisati jednostavne programe u vizualnim programskim jezicima kao što je primjerice *Scratch* čije grafičko sučelje možemo vidjeti na Slici 2. ([11])

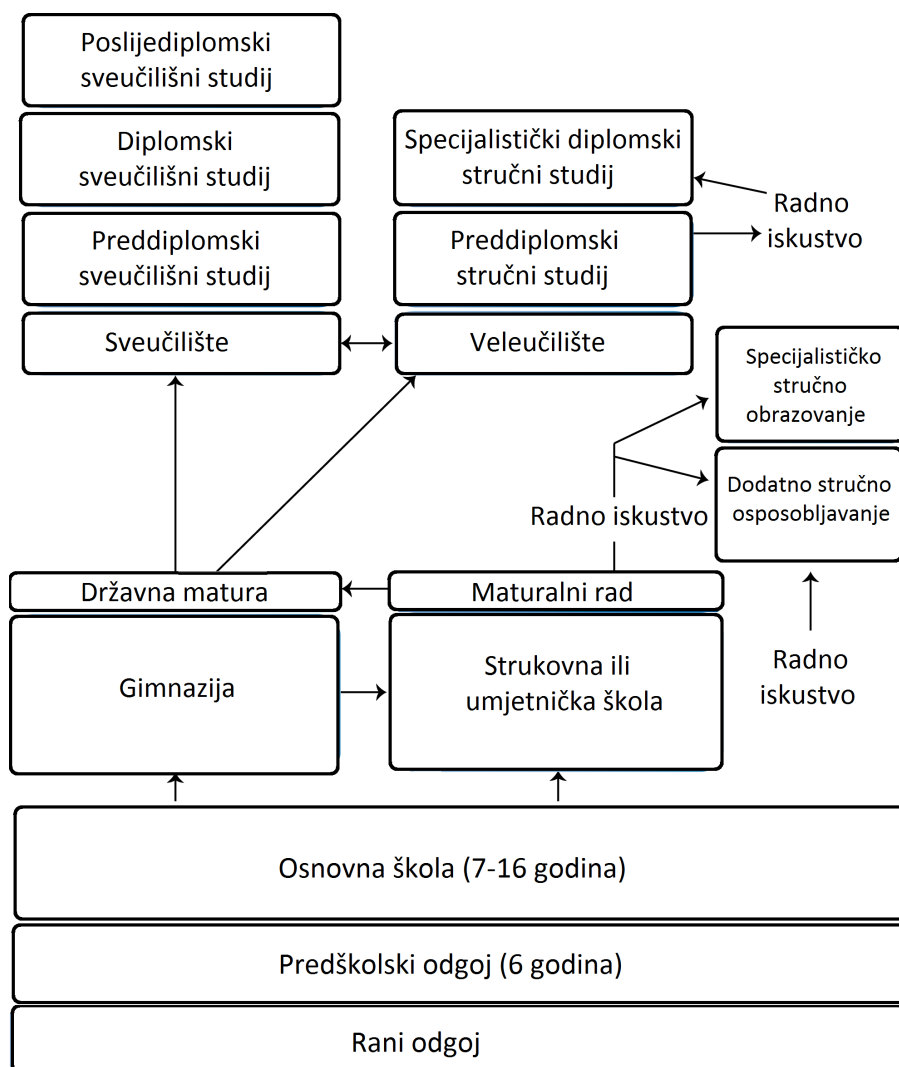


Slika 2: Vizualni programski jezik *Scratch*²

²Preuzeto s <http://www.mylittlecoders.com/2017/06/04/10-reasons-to-learn-scratch/>.

2.2 Opće značajke

Kao što smo vidjeli današnja obrazovna politika u Finskoj je građena godinama. Pravo na obrazovanje zajamčeno je Ustavom koji propisuje da nitko bez prihvatljivog razloga ne smije biti tretiran drugačije na temelju spola, dobi, podrijetla, jezika, vjere, uvjerenja, mišljenja, zdravlja, invaliditeta ili bilo kojeg drugog razloga. Obrazovanje predstavlja ključ konkurentnosti i blagostanja cijelog društva. Postoji dobra suradnja vlade, sindikata nastavnika i udruge poslodavaca u kreiranju obrazovne politike. Pregled finskog obrazovnog sustava dan je na Slici 3.



Slika 3: Pregled finskog obrazovnog sustava

Kvalitetan sustav ranog i predškolskog odgoja dobar je temelj za učinkovito osnovno obrazovanje pa je od 2015. godine uvedeno obvezno predškolsko obrazovanje šestogodišnje djece. Općine su zakonski obvezne osigurati svoj djeci to pravo. Lokalni nastavni plan i program predškolskog odgoja temelji se na jezgri nacionalnog kurikuluma za predškolsko obrazovanje koji zajedno s nacionalnim kurikulumom za osnovno obrazovanje čini cjelinu. Opći principi jezgre kurikuluma naglašavaju djetetovu individualnost, značaj aktivnog učenja i sudjelovanja u grupnim aktivnostima.

Finska ima devet godina obveznog školovanja. Tijekom prvih šest godina djeca imaju jednog učitelja koji im predaje sve ili barem većinu predmeta. Tijekom posljednje tri go-

dine nastavu po premetima izvode specijalizirani nastavnici. O uspješnosti sustava dovoljno govori činjenica da 99,7% učenika završi osnovnu školu. ([8])

Mreža škola dobro pokriva cijelu zemlju, a škole su primarno pokrenute od strane lokalnih vlasti s izuzetkom malog broja privatnih škola. 92% učenika pohađa javne škole. Školovanje je potpuno besplatno na svim razinama pa i u privatnim školama, a učenici svakodnevno u školi dobivaju besplatni topli obrok. Učenicima iz udaljenih područja je osiguran prijevoz do najbliže škole. Kao što smo rekli Nacionalni kurikulum izrađuje Nacionalni odbor za obrazovanje i njime su određeni obvezni predmeti koje će učenici učiti. Finska vlada određuje nacionalne ciljeve obrazovanja i broj sati za poučavanje pojedinog predmeta (Slika 4).

	1 2	3 4 5 6	7 8 9	ukupno
Materinski jezik i književnost	14	18	10	42
Prvi strani jezik	-----	9	7	16
Drugi strani jezik	-----	2	4	6
Matematika	6	15	11	32
Znanost o okolišu	4	10		
Biologija i geografija			7	
Fizika i kemija			7	
Zdravstvena edukacija			3	
Religija ili etika	2	5	3	10
Povijest	-----	5	7	12
Glazbena umjetnost	2	4	2	8
Likovna umjetnost	2	5	2	9
Zanati	4	5	2	11
Tjelesna i zdravstvena kultura	4	9	7	20
Upravljanje kućanstvom	-----		3	3
Umjetnički i praktični izborni predmeti		6	5	11
Savjetovanje	-----		2	2
Izborni predmeti		9		9
Minimalan broj sati				222

Slika 4: Raspodjela nastavnih sati u obveznom obrazovanju

Izvedbeni planovi izrađuju se na lokalnoj razini. Škole u suradnji s lokalnom službom za obrazovanje donose odluku o tome koji će se sadržaji poučavati i s kojim fondom sati. Učenici biraju koji će od dva službena jezika učiti kao prvi, finski ili švedski. U trećem razredu počinje učenje engleskog, a u četvrtom razredu učenje drugog stranog jezika, najčešće njemačkog. Nastavna godina počinje sredinom kolovoza i traje do sredine lipnja, ukupno 190 dana. Tjedno opterećenje učenika kreće se od 19 sati za prvi razred do 30 sati za deveti razred. Nastavni sat traje 45 minuta, a odmor između svaka dva sata je barem 10 minuta. Tjedni broj sati matematike je 3 do 4 sata. Tjedna satnica nastavnika matematike je 21 sat.

Učenje se obično odvija u heterogenim skupinama. To znači da svi učenici proučavaju iste temeljne predmete sa sličnim sadržajima. Oko 20% svih nastavnih sati rezervirano je za izborne predmete koje slobodno biraju sami učenici ili njihovi roditelji. Svaka škola

može razvijati vlastite izborne predmete fokusirajući se na neko područje, kao što su jezici, matematika, znanost, sport, glazba ili umjetnost. Nema boljih i gorih škola već su razlike među školama minimalne. Posljedica je to kulture povjerenja i principa lokalnih škola. Učenici u pravilu pohađaju školu koja je najbliža njihovom mjestu stanovanja. Nema elitnih škola, a broj posebnih škola je minimalan jer se nastoji izbjeći isključivanje djece s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama. ([5])

Srednja škola nije obvezna, a osim formalnog obrazovanja postoje i različiti oblici neformalnog obrazovanja. 2014. godine osnovnu je školu završilo 57 853 učenika, a od toga 4% učenika nije nastavilo svoje obrazovanje, 52% učenika upisalo je gimnaziju, 42% učenika strukovnu školu, a 2% učenika neku drugu srednju školu. Postotak učenika koji završe srednju školu je visok (93%) zahvaljujući programima pravovremenog uočavanja i sprječavanja problema s ponašanjem i učenjem. Kurikulum u strukovnim školama nastoji dovesti u ravnotežu opće i stručno znanje. Učenici trebaju steći opća znanja i vještine te kvalifikacije za obavljanje pojedinog zanimanja. U cijelom procesu strukovnog obrazovanja ključna je usklađenost škole i poslodavaca kod kojih se provodi osposobljavanje. Osim standardne prakse na radnom mjestu, za osposobljavanje se koriste i školske radionice te različiti oblici virtualnog učenja.

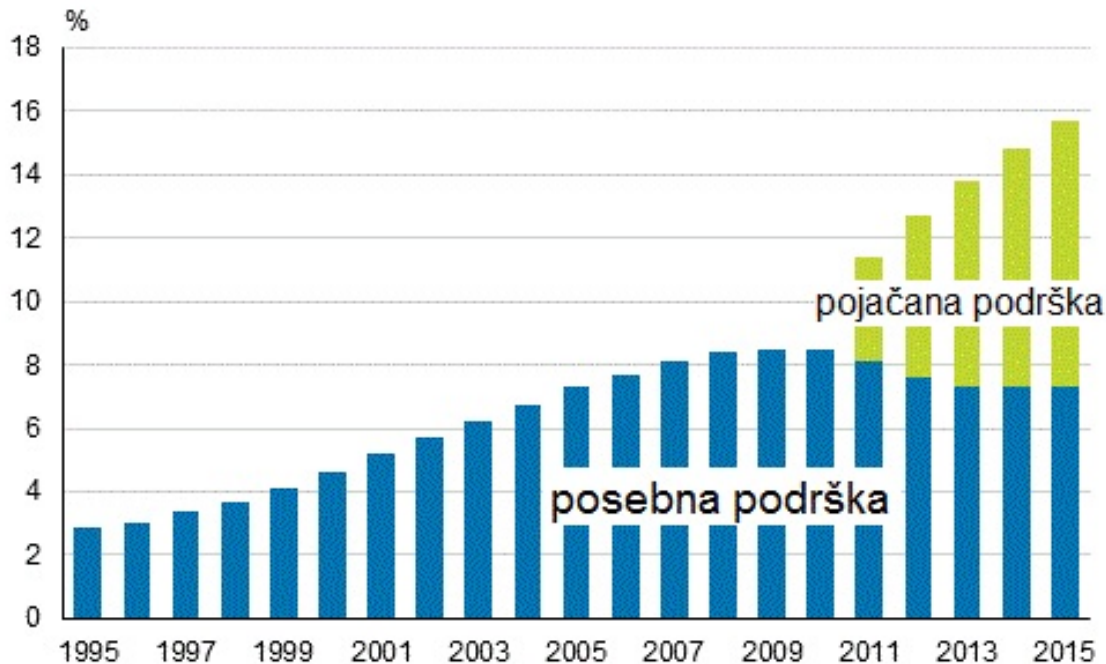


Slika 5: Dopunska nastava³

Cilj obrazovanja je podržati razvoj humanosti kod učenika i stvaranje etički odgovornih članova društva koji imaju sva potrebna znanja i vještine potrebne za život. Ostvarenje toga cilja podrazumijeva uklanjanje prepreka za učenje, mijenjanje stavova i različite vrste podrške: opća, pojačana i posebna. Opća podrška je sastavni dio nastavnog procesa i uključuje sve učenike. Pojačana i posebna podrška temelje se na pažljivoj procjeni i dugotrajnom radu stručnih timova koji izrađuju planove učenja za učenike s poteškoćama. Ako

³Preuzeto s <https://www.turku.fi/paivahoito-ja-koulutus/oppimisen-ja-koulunkay-tuki>.

opća podrška nije dovoljna, radi se pedagoška procjena nakon koje se obično donosi odluka o pojačanoj podršci.



Slika 6: Postotak učenika koji dobivaju posebnu ili pojačanu podršku u učenju

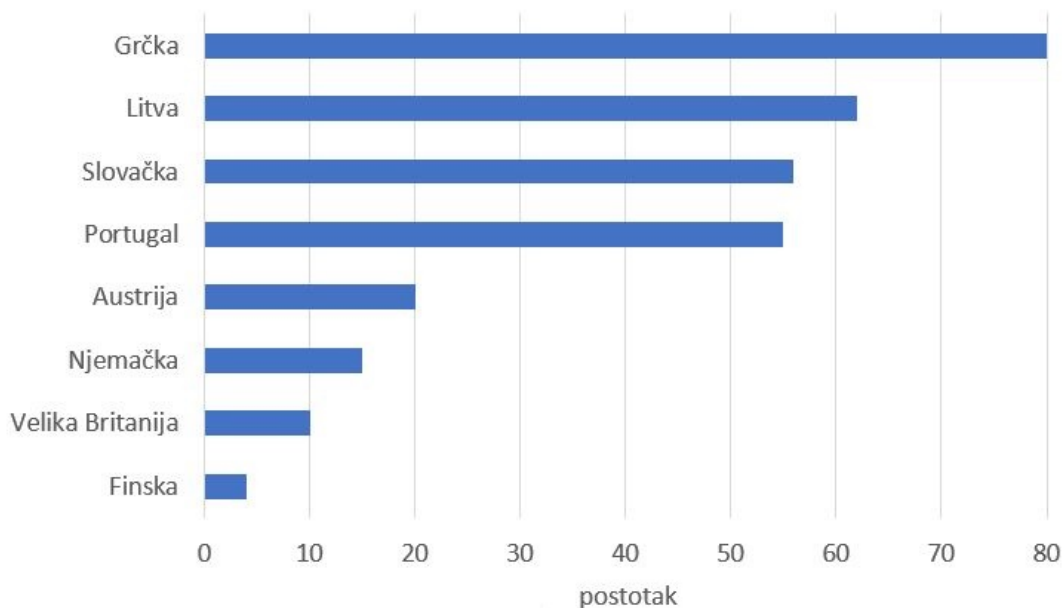
Najčešći oblik potpore učenicima je dopunska nastava koja se planira i provodi s ciljem sprječavanja trajnog zaostajanja učenika. U slučaju potrebe postoji mogućnost produljenja obveznog obrazovanja manje uspješnim i nemotiviranim učenicima. U školama se provodi niz aktivnosti s ciljem jačanja motivacije i učenja osnovnih životnih vještina. Učenike se nastoji podržati u nastavku školovanja te sjecanju kompetencija koje će im pomoći u zapošljavanju. Na Slici 6 prikazan je postotak učenika koji dobivaju posebnu ili pojačanu podršku u učenju.

U Finskoj su svjesni da je isključivanje učenika iz sustava samo kratkoročno rješenje koje dugoročno ugrožava cijelo društvo. Učenici mogu započeti osnovno obrazovanje godinu dana kasnije nego što je to uobičajeno ako stručnjaci procjene da dijete još nije spremno za polazak u školu. ([3])

Privatne instrukcije postoje u svim zemljama i na svim razinama obrazovanja. Finska je zemlja s najmanjim postotkom učenika koji koriste takve usluge. Na Slici 7 prikazana je raširenost instrukcija u nekim europskim zemljama 2006. godine. Privatne instrukcije nisu nužno loše, no u slučaju kada većina učenika koristi neki oblik privatne pomoći u učenju postavlja se pitanje kvalitete obrazovnog sustava. ([1])

Razvoj tehnologije doveo je do toga da učenici ne prihvaćaju rado postojeće oblike poučavanja. Nastava im je dosadna i ne vide smisao u onom što uče. Finci su to riješili većom fleksibilnošću u izboru nastavnih sadržaja, a rezultati su zaista impresivni. Finski učenici i nastavnici imaju više slobodnog vremena od većine svojih kolega u drugim zemljama. Domaće zadaće su rijetke, posebno u nižim razredima. Učenici se tako mogu razvijati i u područjima koja nisu nužno vezana na nastavu, a nastavnici posvetiti stručnom usavršavanju i unaprjeđenju nastave.

Od javnog obrazovanja zahtjeva se razvoj kritičkog mišljenja i samostalnosti kod učenika s naglaskom na smisleno učenje i suvremene koncepte znanja koji uključuju suradnju među učenicima. Škole zajedno s lokalnom zajednicom trebaju biti generatori promjena i aktivno



Slika 7: Raširenost pojave privatnih instrukcija na srednjoškolskoj razini

sudjelovati u poboljšanju postojećeg sustava. Povezivanje škola pokazalo se kao dobar način unaprjeđenja sustava čak i u vremenima kada su izdvajanja za obrazovanje bila mala. ([5])

2.3 Prilagodba obrazovnih sustava

Dugo su vremena zemlje engleskog govornog područja bile vodeće zemlje kada govorimo o obrazovnim pitanjima. Od ostalih zemalja, važnu su ulogu osamdesetih i devedesetih godina prošlog stoljeća imale i tada brzorastuće ekonomije azijskih zemalja. Javila se potreba prilagodbe obrazovnog sustava uvjetima na tržištu rada. Obrazovne metode azijskih zemalja uglavnom su bile temeljene na strogom načinu rada, učestalom standardiziranom testiranju i velikom broju nastavnih sati. Amerikanci su pokušali slijediti takve modele, ali pokušaj oblikovanja obrazovnog sustava po uzoru na tržišno gospodarstvo nije uspio. Pritisak izvana, pokušaj standardizacije, previše testova, slabo obrazovanje nastavničkog kadra na kraju su rezultirali zatvaranjem loših škola i otpuštanjem nastavnika. Posljednji pokušaj reforme američkih škola fokusiran je na poboljšanje uspjeha najgorih škola u zemlji. Jedna od mjera su i nastavničke plaće prema rezultatima učenika na standardiziranim testovima čime se želi povećati kvaliteta nastave. Kritičari smatraju da to ne potiče razvoj kompetencija ravnatelja i nastavnika na način da djeluju kao dio jednog sustava. Pogrešna je pretpostavka da se kvaliteta nastave može poboljšati sustavom nagrada i kazni što konkretno znači veće odnosno manje nastavničke plaće. Osim toga strategija se temelji na necjelovitom modelu upravljanja u kojem je svatko upravlja svojim razrednim odjeljenjem na način da je odgovoran za učeničke rezultate na testovima i prema tom kriteriju se natječe sa svojim kolegama. Rezultat toga su podjele i natjecateljska atmosfera. ([14])

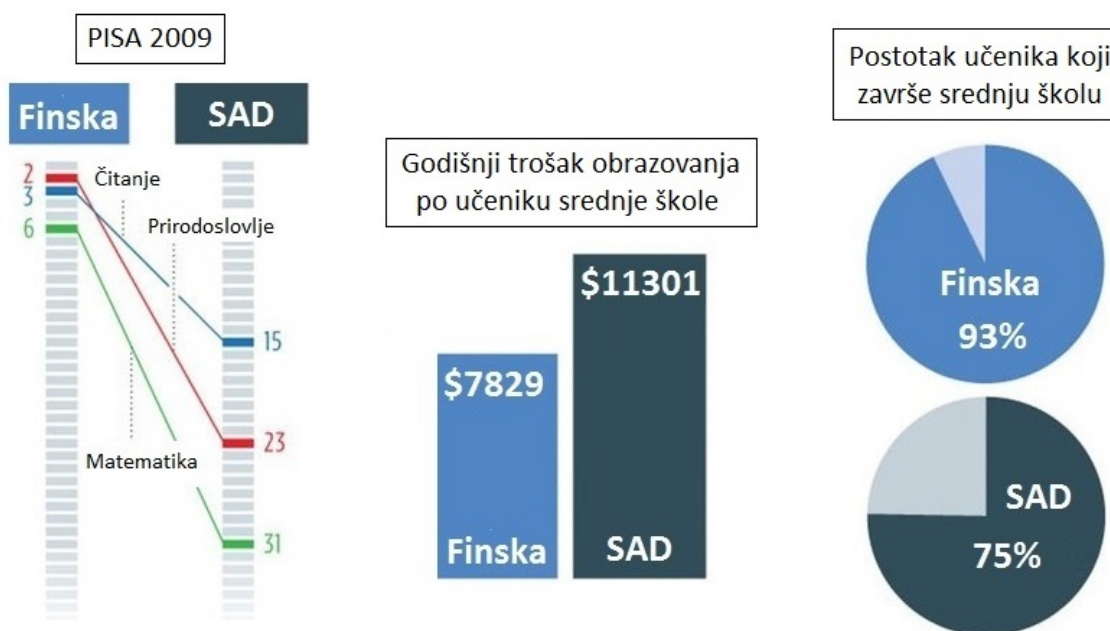
U SAD-u Ministarstvo obrazovanja u potpunosti određuju što će se, kada i u kojem opsegu poučavati. Na učenicima je da nauče i na ispitu reproduciraju naučeno gradivo. Angloamerička kultura u svim je segmentima života opsjednuta mjerljivim parametrima. Poželjno je sve što je brže, više, jače i predstavlja neki oblik moći u odnosu na druge. U ekonomskom svijetu to znači žrtvovanje svega zbog želje za što većom zaradom, od zdravlja zaposlenika do ugrožavanja cijelih ekosustava. Nerealno postavljene ciljevi znače otkaze za

one koji ih ne mogu postići. Slične se stvari događaju i u svijetu obrazovanja. Visoka stopa ekonomske nejednakosti rezultira željom za brzim i kratkoročnim rješenjima.

Za razliku od SAD-a, u Finskoj su uložili znatne napore kako bi ideje decentralizacije temeljene na školskoj autonomiji i pedagoškoj slobodi nastavnika zaživjele u školama i dovele do promjena koje su trenutno temelj finskog obrazovnog sustava:

- nastavni plan i program temeljen na standardima za rad umjesto standarda vezanih za odgovornost i zahtjeve
- profesionalno nastavno osoblje koje je uživa povjerenje vlasti i društva
- pravedan sustav obrazovanja koji brine o učenicima s posebnim potrebama.

Finci sada žele je prenijeti svoje ideje i u druge dijelove svijeta te stvoriti obrazovne sustave kojima će svi biti zadovoljni.



Slika 8: Usporedba finskog i američkog obrazovnog sustava

3 Nastava matematike

3.1 Obrazovanje nastavnika matematike

Obrazovanje finskih nastavnika matematike se na fakultetskoj razini provodi od 1974. godine. Formalno obrazovanje posreduje u prijenosu kulturnog naslijeđa s jedne generacije na drugu i zadržavanju postojećeg sustava vrijednosti. Pristup utemeljen na istraživanjima osnova je svih programa obrazovanja nastavnika. Budućim nastavnicima treba mnogo znanja o odgoju kako bi razvili pedagoško razmišljanje. Sveučilišta nastoje biti dobar primjer budućim nastavnicima pa nastava uključuje suradničko učenje, rješavanje problema i korištenje modernih tehnologija.

Struktura magisterija za učitelje razredne nastave i specijalizirane nastavnike je vrlo slična. Tipična struktura obrazovnog programa uključuje: glavni predmet (50%), sporedni predmet (20%), pedagogiju (20%) te komunikaciju i jezike (10%). Obrazovanje je podijeljeno u dva dijela: matematika se izučava na Odjelu za matematiku, a pedagogija na Odjelu za odgojne i obrazovne znanosti. Studenti odabiru glavni i sporedni predmet koji namjeravaju poučavati u školi. Tipične kombinacije za nastavnika matematike su: matematika i fizika, matematika i kemija te matematika i informatika, ali studenti su slobodni odabrati i neke druge kombinacije predmeta kao na primjer matematika i domaćinstvo. ([5])

Glavni cilj učenja matematike je dati sveučilišnu razinu razumijevanja područja koja se poučavaju u finskim školama. Korištenje novih tehnologija u učenju i poučavanju je također uključeno u studentske programe. Tipični sadržaji studentskih programa su:

- poučavanje i učenje matematike
- učenički interes i motivacija za matematiku
- nacionalni i lokalni kurikulum
- nastavne metode u nastavi matematike
- evaluacija i metodologija istraživanja nastave matematike.

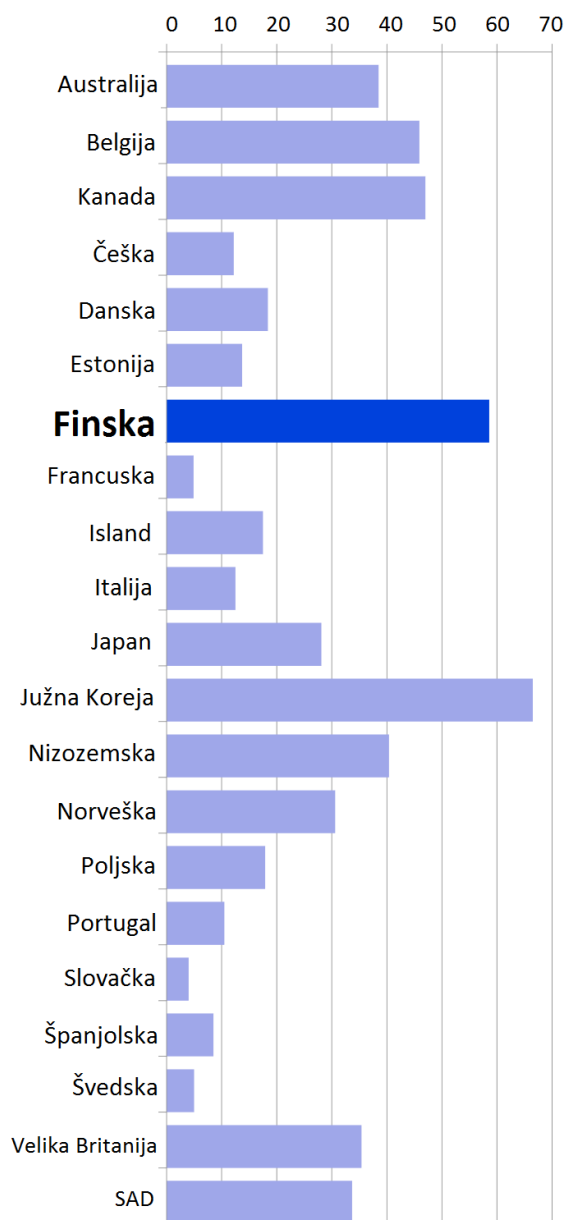
Trećina pedagoškog dijela studija sastoji se od nastavne prakse koja se održava u lokalnoj mreži škola. Nastavna praksa je podijeljena u dva dijela: prvi dio se odvija tijekom preddiplomskog, a drugi dio na kraju diplomskog studija. Na kraju studenti pišu diplomski rad. Tema može biti orijentirana na pedagogiju ili matematiku, a student je obrađuje pod vodstvom profesora.

Nastavnička profesija uživa veliko poštovanje u finskoj javnosti pa se stoga mnogo ulaže u obrazovanje nastavnika. Nastavnici vjeruju kako su pravi profesionalci u svom poslu, a oni koji donose obrazovne odluke vjeruju da nastavnici zajedno s ostalim stručnjacima, roditeljima i cjelokupnom zajednicom znaju kako djeci omogućiti najbolje moguće obrazovanje. ([7])

TALIS (*Teaching and Learning International Survey*) je svjetsko istraživanje radnih uvjeta učitelja i ravnatelja škola te okruženja učenja u školama. Provodi se u zemljama članicama Organizacije za ekonomsku suradnju i razvoj (OECD) i partnerskim zemljama u petogodišnjim ciklusima. Drugi ciklus TALIS istraživanja završio je 2013. godine i bio je usmjeren na učitelje i ravnatelje u nižem srednjem obrazovanju (5. do 8. razred osnovne škole u Hrvatskoj). U 34 zemlje sudionice ukupno je anketirano oko 107 000 učitelja, a istraživane su sljedeće teme:

- karakteristike nastave i radni uvjeti u kojima učitelji rade
- stupanj obrazovanja i stručno usavršavanje učitelja
- uvjerenja i stavovi učitelja
- samoučinkovitost, zadovoljstvo poslom te školska i razredna ozračja.

Na Slici 9 prikazan je jedan od rezultata istraživanja TALIS 2013 o tome kakvi su stavovi nastavnika o položaju nastavničke profesije u društvu. Možemo uočiti da većina finskih nastavnika smatra kako je nastavnička profesija cijenjena u društvu. U usporedbi s ostalim zemljama, taj je postotak veći jedino u Južnoj Koreji dok je u nekim zemljama čak manji od 10%. ([17])



Slika 9: Postotak nastavnika koji smatraju da je nastavnička profesija cijenjena u društvu

Obrazovanje nastavnika matematike temelji se na opisivanju kognitivnih aspekata i ciljeva učenja te stjecaju potrebnih znanja i vještina. Studentima treba istaknuti važnost pogleda i stavova prema matematici te ih upoznati s poteškoćama s kojima se učenici suočavaju. Tradicionalno proces učenja matematike ne ističe važnost govorne komunikacije i suradnje među učenicima iako se to pokazalo kao djelotvorna metoda rješavanja problema. Interakcija s vršnjacima omogućava raspravu o složenim matematičkim situacijama i kreativnim načinima rješavanja problema. ([10])

3.2 Matematički kurikulum

Kao što smo spomenuli finski je nacionalni kurikulum više puta mijenjan u posljednjih pedesetak godina. Najnovija obrazovna i psihološka istraživanja učenja matematike upućuju na to da su se glavne promjene u matematici dogodile prije tridesetak godina. Sadašnja jezgra nacionalnog kurikuluma razlikuje na neki način od one iz 1994. godine, ali se temeljne ideje nisu promijenile. Matematičko obrazovanje se smatra osnovom za razvijanje matematičko-logičnog razmišljanja. Učenje matematike je apstraktno i predstavlja velik izazov za učenike pa je potrebno koristiti didaktičke modele koji će učenicima olakšati primjenu matematičkog razmišljanja u praksi i naglasiti važnost ispravnog zaključivanja. Učenici trebaju naučiti razmišljati i komunicirati na matematički način kako bi došli do rješenja. Jedan od glavnih ciljeva učenja matematike je razumijevanje matematičkih koncepata što omogućava primjenu stečenih znanja u različitim situacijama. Matematički kurikulum navodi samo osnovne principe poučavanja bez ulaženja u detalje koji se razrađuju na lokalnoj razini. Jezgra kurikuluma ukazuje na važnost razvoja učeničkog samopouzdanja i pozitivnih stavova prema matematici.

U nastavku je popis ishoda učenja u matematici na kraju petog razreda prema nacionalnom kurikulumu iz 2004. godine. ([8])

Mišljenje i marljivost

- *pokazati razumijevanje koncepata u vezi s matematikom upotrebljavajući ih pri rješavanju problema i prikazujući ih u različitim prigodama uz pomoć instrumenata, slika, simbola, riječi, brojeva ili dijagrama*
- *svjesno usmjeriti svoju pozornost pri promatranju; moći uspješno prenositi svoja zapažanja i mišljenje u različitim oblicima prilikom djelovanja, govorenja, pisanja ili uporabe simbola*
- *na temelju zadanih kriterija grupirati podatke, razlikovati njihova svojstva te opisivati skupine objekata iznoseći istinite ili neistine tvrdnje o njima*
- *interpretirati jednostavne tekstove, ilustracije ili događaje te izraditi plan za rješavanje problema*

Brojevi i računanje

- *razumjeti decimalni sustav, pojam negativnog broja i razlomka*
- *znati kako prezentirati računanje pismeno i usmeno*
- *moći unaprijed procijeniti rješenje zadatka*

Geometrija

- *moći oblikovati likove slijedeći zadane instrukcije*
- *opisivati jednostavnije geometrijske likove*
- *prepoznavati sličnost*
- *razumjeti načela mjerenja*
- *moći izračunati opseg kvadrata i trokuta*

Obrada podataka, statistika i vjerojatnost

- *znati kako prikupljati podatke, organizirati ih, klasificirati i statistički ih prezentirati*
- *znati kako čitati jednostavne tablice i dijagrame*
- *znati kako objasniti različite događaje*

3.3 Obilježja nastave

Iako je finska nastava većim dijelom orijentirana na učenika i dalje ima nekih tradicionalnih elemenata. Frontalni oblik rada je i dalje prisutan, ali ne u tolikoj mjeri da učenici samo pasivno promatraju nastavu. Ono što se time želi postići je zadržavanje ozbiljnosti nastavnog procesa. Nastava treba biti zanimljiva i zabavna pa zato sve više koriste suvremene tehnologije. Umjesto davanja i prijenosa informacija učenicima, nastavnici trebaju podupirati proces učenja i promicati socijalnu interakciju učenika. Kada učenici nauče komunicirati o svojim matematičkim razmišljanjima, to će poboljšati njihove stavove prema matematici i pojačati njihovo samopouzdanje u svojstvu učenika matematike.

Tijekom posljednjih dvadeset godina došlo je do ohrabrujućih znakova pozitivnog razvoja pa je tako na primjer razvojni program poučavanja matematike i znanosti u razdoblju od 1996. do 2002. godine stvorio nove obrazovne mogućnosti proizvedene aktivnom suradnjom nastavnika i škole. Mnogi nastavnici matematike aktivno traže alternativne i prema učenicima usmjerene metode za svoju nastavu pa se tako matematičko modeliranje, igre za učenje, istraživanje i rad na projektu sve više primjenjuju u nastavi. ([10])

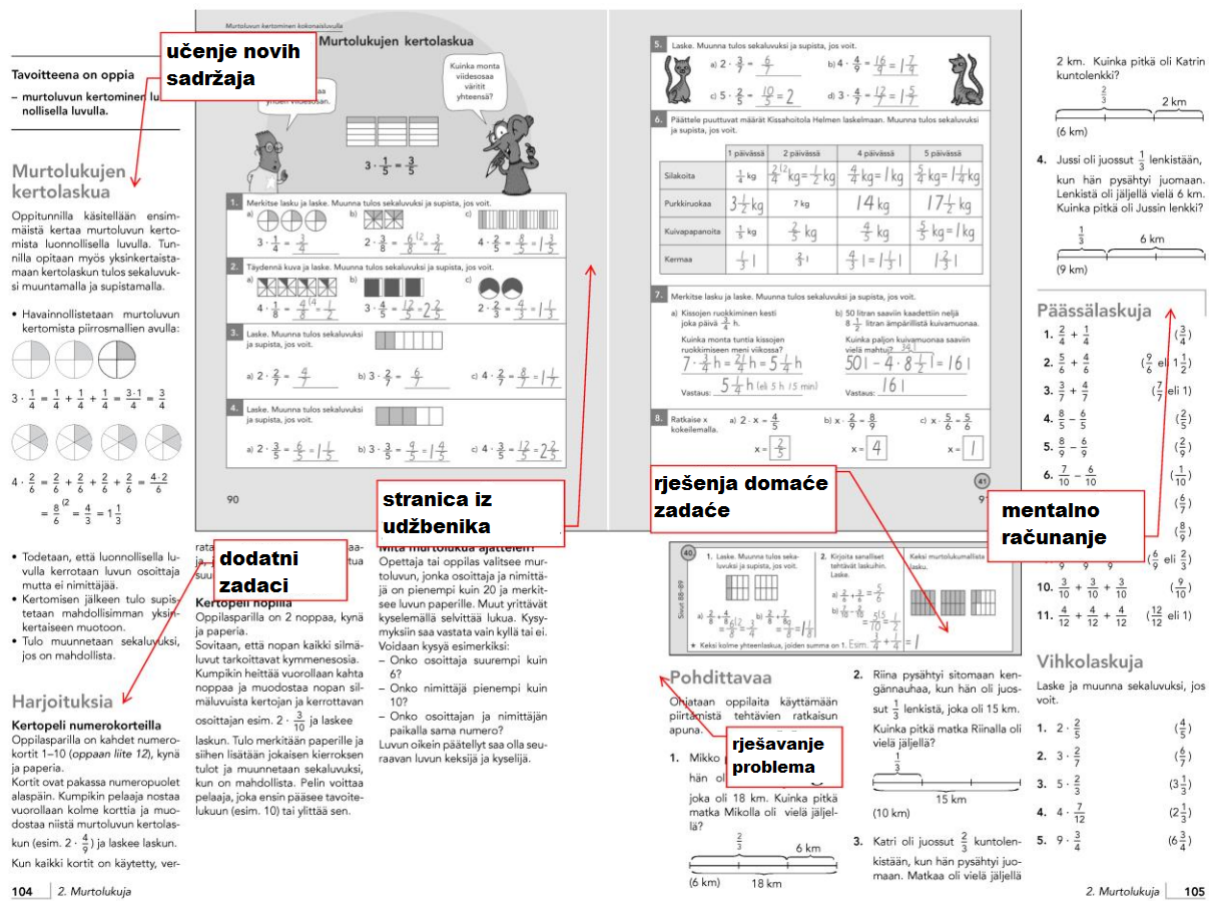
Sposobnosti ne treba izjednačavati s nečijom osobnom vrijednošću. Nitko nije bolji čovjek jer je sposoban u nekom području. Nastavnik treba naglašavati dobre strane svakog učenika i pomoći mu u rješavanju problema s kojima se suočava. Izostanak pravovremenog djelovanja može dovesti do naučene bespomoćnosti koja se temelji na vjerovanju da ne možemo uspjeti bez obzira na to koliko se trudili. Takvi se stavovi često mogu čuti u nastavi matematike. Učenici su uvjereni u vlastitu nesposobnost i to uzrokuje mnogo problema, a prije svega loše ocjene. Matematika je okarakterizirana kao teška, nerazumljiva i nepotrebna pa je neki učenici doživljavaju kao mučenje. U Finskoj su svjesni tih problema te aktivno rade na promjeni učeničkih uvjerenja o matematici.

Finski učenici imaju pozitivan stav prema svojim nastavnicima matematike, a nastavnike vide kao jaku podršku u učenju. Finska školska klima je pozitivna i ohrabrujuća za učenje matematike. Stres i anksioznost među učenicima i nastavnicima nisu tako česta pojava. ([14])

3.4 Udžbenici

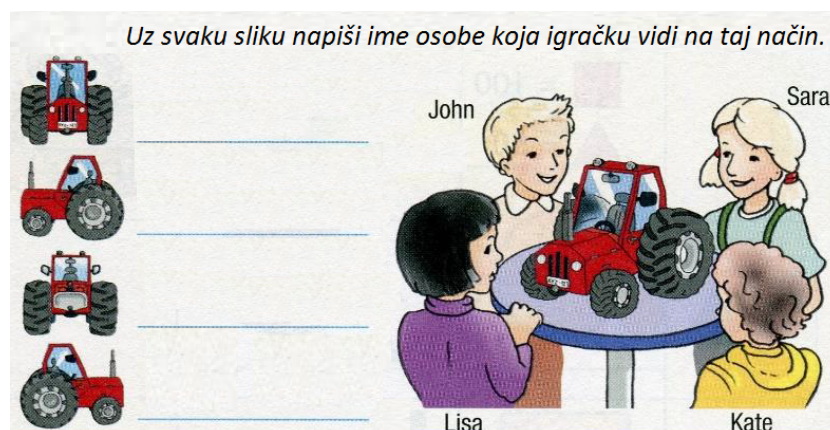
Planiranje je važan dio nastavnčkog posla. Ono započinje analizom ciljeva koje je potrebno ostvariti tijekom nastavnog sata. Ciljevi određuju sadržaje i postupke koji će biti korišteni za prezentaciju gradiva. Svrha planiranja je osigurati strukturiranost nastavnog procesa. Sadržaji nastavnih jedinica propisani su kurikulumom. Uloga nastavnika je da na temelju ciljeva koje želi postići izabere primjeren metode i aktivnosti tijekom kojih će učenici u planiranom vremenu steći određena znanja i vještine. Na kraju je potrebno utvrditi u kojoj su mjeri ostvareni nastavni ciljevi.

Nekoliko izdavača proizvodi matematičke udžbenike za osnovnu školu. Udžbenici su općenito dobro planirani i pripremljeni, no unatoč tomu mogu postojati velike razlike u načinu obrade pojedinih sadržaja. Jedan od razloga za takvo stanje je i činjenica da od 1992. godine ne postoji službena kontrola udžbenika.



Slika 10: Pregled finskog udžbenika matematike

Na Slici 10 dan je pregled finskog udžbenika matematike. Udžbenici jamče kvalitetu nastave jer sadrže bitne činjenice i zadatke iz svakodnevnog života. Nastavnici vide udžbenik i kao izvor motivacije za učenje matematike. Učenici vole učiti ako je udžbenik šaren i sadrži zanimljive zadatke. Često se u udžbenicima mogu naći ideje za grupni rad ili projekt. Kvaliteta nastavnih materijala nije ekvivalent za kvalitetu nastave. Važno je kako nastavnik koristi materijale. Postoji mogućnost organiziranja nastave bez korištenja udžbenika, no u praksi se to rijetko događa. Uloga udžbenika je održavati nastavu na odgovarajućoj razini. ([4])



Slika 11: Zadatak iz udžbenika za drugi razred ([19])

3.5 Vrednovanje znanja

Vrednovanje se u matematici obično provodi od strane nastavnika i uglavnom se temelji na testovima te zapažanjima nastavnika tijekom nastave. Završno vrednovanje se održava dva puta godišnje, u jesen i proljeće, nakon kojega učenici dobivaju svoja izvješća s ocjenama. Promjene u vrednovanju učenika odražavaju promjene u kurikulumu. Nacionalni odbor za obrazovanje donosi smjernice za procjenu učeničkih postignuća koje uključuju opisne ocjene i u obzir uzimaju trud i aktivnosti učenika.

Tijekom obvezne škole učenici se ne susreću s vanjskim vrednovanjem znanja jer se smatra da to negativno utječe na njihova postignuća. Nastava je usmjerena na to da učenici zaista svladaju gradivo, a ne na to da što bolje riješe standardizirani test. To se pokazalo kao dobro rješenje jer su finski učenici manje tjeskobni tijekom učenja matematike u usporedbi s učenicima iz drugih zemalja.

3.5.1 Kriteriji ocjenjivanja rada učenika

U nastavku su navedeni kriteriji ocjenjivanja rada učenika. Ocjene su od 4 do 10, gdje je 10 najbolja ocjena. ([8])

Ocjena 10 (odlično)

- *učenik učenju pristupa s oduševljenjem*
- *aktivno i samoinicijativno sudjeluje u radu*
- *primjenjuje stečena znanja i vještine*
- *traži suradnju i osjećaj zajedništva u grupi*

Ocjena 9 (pohvalno)

- *učenik zainteresiran za učenje*
- *aktivno i samoinicijativno sudjeluje u radu*
- *rado pomaže i potiče ostale na rad*

Ocjena 8 (dobro)

- *učenik ima pozitivan stav prema učenju*
- *aktivno sudjeluje u radu*
- *napreduje u radu u grupi*

Ocjena 7 (zadovoljavajuće)

- *učenik najčešće ima pozitivan stav prema učenju*
- *općenito aktivno sudjeluje u radu*
- *napreduje u radu u grupi*

Ocjena 6 (podnošljivo)

- *učeniku je potrebna pomoć drugih u učenju*
- *najčešće ima pozitivan stav prema učenju*
- *često ga je potrebno usmjeravati kad radi u grupi*

Ocjena 5 (dovoljno)

- *učenik ima negativan stav prema učenju*
- *potrebna mu je nastavnikova pomoć kad radi u grupi*
- *potrebno ga je stalno tjerati na rad i zajedništvo*

Ocjena 4 (slabo)

- *učenik mnogo izostaje s nastave*
- *ne radi na satu*
- *nema osjećaj zajedništva*

3.5.2 Državna matura

Državna matura se u Finskoj provodi dva puta godišnje (proljeće i jesen) u svim srednjim školama u isto vrijeme. Svaki kandidat piše najmanje četiri obvezna testa, od kojih je jedini obvezni onaj iz materinskog jezika, dok se ostala tri biraju iz skupine u kojoj se nalaze: drugi nacionalni jezik, strani jezik, matematika i opći test. U tijeku je digitalizacija postupka provedbe državne mature pa su tako u jesen 2016. godine provedeni prvi ispiti na računalu, a od 2019. će cijeli postupak biti digitaliziran. Ispit iz matematike sastoji se od 13 pitanja. ([16])

Kako bismo dobili uvid u sadržaje obuhvaćene državnom maturom, u nastavku navodimo primjere zadataka s proljetnog roka državne mature 2017. godine.



Slika 12: Rješavanje testa na državnoj maturi⁴

Primjer 1. Neka su p, q i r prirodni brojevi. Dokaži da je umnožak $(p + q)(q + r)(r + p)$ paran broj.

Primjer 2.

- Riješi jednadžbu $2x^2 - 7x - 4 = 0$.
- Odredi parametre a i b takve da za sve x vrijedi $(x + a)^2 = x^2 + 14x + b$.
- Zadan je polinom prvog stupnja $p(x) = cx + d$ sa svojstvom da je $p(4) = 1$, a $p(7) = 3$. Riješi jednadžbu $p(x) = 0$.

Primjer 3. Neka je $a > 0$. Prema definiciji je $\log_a x = b$, ako je $x = a^b$. Vrijedi $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$.

- Neka je $x > 0$ i $y > 0$. Odredi y ako je $\log_4 y = \log_2 x$.
- Lik u ravnini je omeđen pravicama $x = 2$, $x = 3$, $y = 0$ i krivuljom zadanom u a). Skiciraj dani lik i odredi mu površinu.

Primjer 4. Ravna cilindrična čaša čija proizvodnja zahtjeva najmanje stakla ima dno debljine 5 mm, stjenke imaju debljinu 2 mm i volumen joj je 2 dl. Odredi visinu i promjer baze takve čaše.



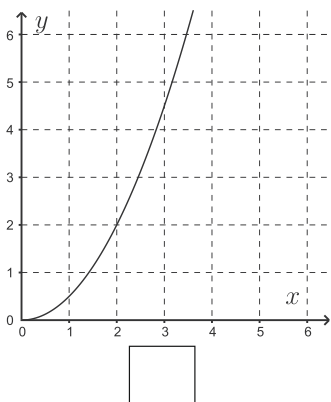
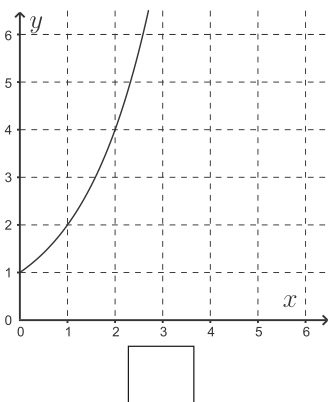
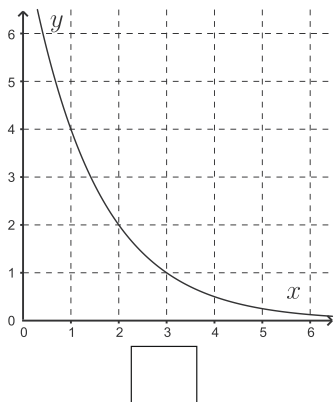
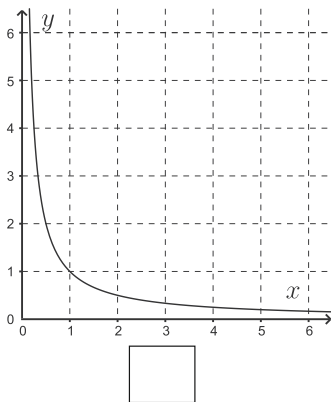
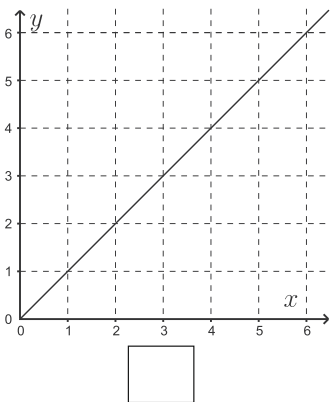
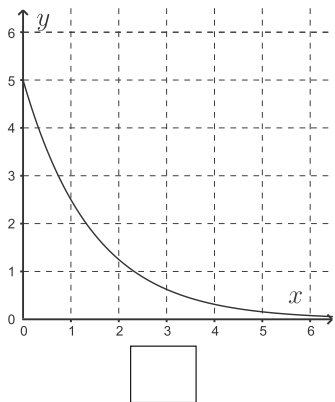
Primjer 5. Dana je funkcija $f(x) = |x - 1| + 1$.

- Ako je $0 \leq x \leq 1$, kojim je izrazom (bez apsolutnih vrijednosti) zadana funkcija f ?
- Graf funkcije f rotira oko osi x za $0 \leq x \leq 2$. Odredi volumen tako dobivenog tijela.

⁴Preuzeto s <http://www.lansi-savo.fi/uutiset/kotimaa/matematiikan-uudistuu-taas-72218>.

Primjer 6. Zadano je 5 izjava i 6 grafova krivulja. U kvadrat ispod svakog grafa označi izjavu koja vrijedi za dani graf. Jedno slovo se pojavljuje u dva kvadrata.

- (A) y je proporcionalan s x .
- (B) y je obrnuto proporcionalan s x .
- (C) y se udvostruči kada se x poveća za jedan.
- (D) y se prepolovi kada se x poveća za jedan.
- (E) y je proporcionalan s x^2 .



Primjer 7. Neka je $f(x) = e^x$, $g(x) = 2x^2 + 1$ i $h(x) = g(f(x))$. Elmeri i Uolevi su računale $h'(x)$ na sljedeći način:

Elmerino rješenje	Uolevino rješenje
$f(x) = e^x$	$h(x) = g(f(x)) = 2(e^x)^2 + 1 = 2e^{x^2} + 1$
$g'(x) = 4x$	$h'(x) = 2e^{x^2} \cdot (2x)$
$h'(x) = g'(f(x)) = 4e^x$	$h'(x) = 4xe^{x^2}$

Mari je dobila rješenje $4e^{2x}$. Čije je rješenje točno? Naznači pogreške u netočnim rješenjima.

3.6 Istraživanja

3.6.1 Nacionalna istraživanja

Nacionalni ispit iz matematike provodio se od 1998. do 2004. godine svake dvije godine na uzorku od 5% učenika u dobi od 16 godina. Matematičke vještine ispitivale su se zadacima višestrukog izbora, a vještine rješavanja problema zadacima otvorenog tipa. Nastavnici i učenici popunjavali su ankete kako bi se prikupile što detaljnije informacije o nastavnom procesu. Između ostaloga ispitivali se i stavovi učenika prema matematici. Godinu dana nakon provođenja ispita objavljeno je izvješće na osnovu kojega su planirane promjene u nastavi. Prosječna riješenost testa bila je između 50 i 60 posto. Dječaci su bili bolji u zadacima višestrukog izbora, a djevojčice u zadacima otvorenog tipa. Ukupno gledano, rezultati djevojčica su bili homogeniji od rezultata dječaka. Stavovi prema matematici bili su uglavnom neutralni s time da su dječaci nešto više vjerovali u svoje matematičke sposobnosti. Promjene u kurikulumu iz 2004. godine temeljene su na rezultatima tih istraživanja. ([15])

Istraživanje provedeno u razdoblju od 2005. do 2015. godine na uzorku od 3 500 učenika (1800 dječaka i 1700 djevojčica) ocjenjivalo je stupanj matematičkih kompetencija u prijelaznim fazama osnovnog obrazovanja: nakon drugog razreda 2005. godine, nakon petog razreda 2008. godine i na kraju devetog razreda 2012. godine te na završetku srednjoškolskog obrazovanja 2015. godine.

Treba imati na umu da rezultati istraživanja daju malo pretjerano pozitivnu sliku o stupnju stručnosti učenika na kraju srednjoškolskog obrazovanja jer je 48% učenika ciljane skupine odbilo sudjelovati u istraživanju. Unatoč tome, uzorak je ostao reprezentativan. Tijekom osnovne škole su svi ispitanici rješavali jednaki test, a za završno testiranje na kraju srednje škole su razvijene dvije verzije testa: jedna za gimnazije i jedna za strukovne škole. Strukovno obrazovanje pruža mogućnost postizanja samo osnovne razine kompetencija, no to ne zabranjuje učenicima zainteresiranim za matematiku da se razvijaju i postižu vrlo visoku razinu matematičkih kompetencija. Kada učenici strukovnih škola pokazuju osobni interes za matematiku izvan onoga što se podučava u školama, njihova razina matematičkih kompetencija ne odstupa od prosječne razine gimnazijalaca.

Istraživanje je pokazalo da je napredak u učenju matematike najveći u nižim razredima i da se stavovi prema matematici pogoršavaju u višim razredima te da postoji jasna razlika u matematičkim kompetencijama između učenika strukovnih škola i gimnazijalaca. Matematička kompetencija maturanata strukovnih koji su imali minimalan broj sati matematike ostala je na razini koju su postigli na kraju osnovne škole. Mladići su bili znatno uspješniji u matematici od djevojaka na kraju srednjoškolskog obrazovanja (27% najuspješnijih su djevojke, a 73% mladići). Djevojke su također osjetile više negativnih emocija povezanih s matematikom tijekom obrazovanja. Time su potvrđeni rezultati ranijih istraživanja o tome da su dječaci skloniji više vjerovati u svoje matematičke sposobnosti od djevojčica. Stavovi prema matematici su se pokazali nešto lošijima nego što bismo to očekivali promatrajući postignuća na testovima. Opće zadovoljstvo školovanjem u Finskoj je na istoj razini kao i u drugim europskim zemljama s tendencijom pada zadovoljstva u višim razredima.

Postoji jasna veza između stupnja obrazovanja roditelja i rezultata učenika na testovima iz matematike. Danas mnogi roditelji mogu pomoći svojoj djeci u školskim zadacima i dati im odgovarajuću podršku u učenju što dovodi do boljih učeničkih postignuća. Viši stupanj obrazovanja povezan je s boljim rezultatima učenika na testovima. ([9])

U nastavku su primjeri zadataka s nacionalnih ispita.

Primjer 1. *Cijena cipela bez popusta je 500 mk. Kolika je cijena uz 15% popusta?*

a) 485 mk b) 425 mk c) 75 mk d) 350 mk e) 400 mk

Primjer 2. *Duljina ruba kockaste kutije je 20 centimetara. Koliki je volumen kutije?*

a) 8 litara b) 6 litara c) 20 litara d) 80 litara e) 4 litre

Primjer 3. *Koncentrirani sok se miješa s vodom u omjeru 1:4. Koliko razrijeđenog soka možete dobiti od dvije litre koncentriranog soka?*

a) 4 litre b) 5 litara c) 6 litara d) 8 litara e) 10 litara

Primjer 4. *Čemu je jednak izraz $(2a)^3$?*

a) $2a^3$ b) $6a$ c) $8a$ d) $6a^3$ e) $8a^3$

Primjer 5. *U kockasti spremnik pun vode uronjena je čvrsta kocka čija je duljina brida dvostruko manja od duljine brida spremnika. Koliko vode će se prelitati izvan spremnika?*

Primjer 6. *Mia je iz prvog testa dobila ocjenu 7. Koju ocjenu treba dobiti na drugom testu kako bi prosjek ocjena bio 8?*

Primjer 7. *Marku su za put od kuće do škole potrebne 24 minute ako hoda brzinom od 5 km/h. Koliko mu je vremena potrebno ako u školu ide vozeći bicikl brzinom od 15 km/h?*

Primjer 8. *Riješi jednadžbu $6x - 2 = 4x + 7$.*

3.6.2 PISA

PISA (*Programme for International Student Assessment*) je međunarodno istraživanje obrazovnih postignuća petnaestogodišnjih učenika u kojem sudjeluju zemlje članice OECD-a i zemlje partneri. Ispituju se tri područja: čitalačka, matematička i prirodoslovna pismenost. Jedno od glavnih obilježja istraživanja je nalaženje veza između učeničkih postignuća i faktora koji na njega utječu. Cilj je identificirati karakteristike uspješnih sustava i ta znanja iskoristiti u unaprjeđenju onih manje uspješnih. Istraživanje je fokusirano na ispitivanje sposobnosti učenika da primjenom onoga što su naučili riješe konkretne probleme.

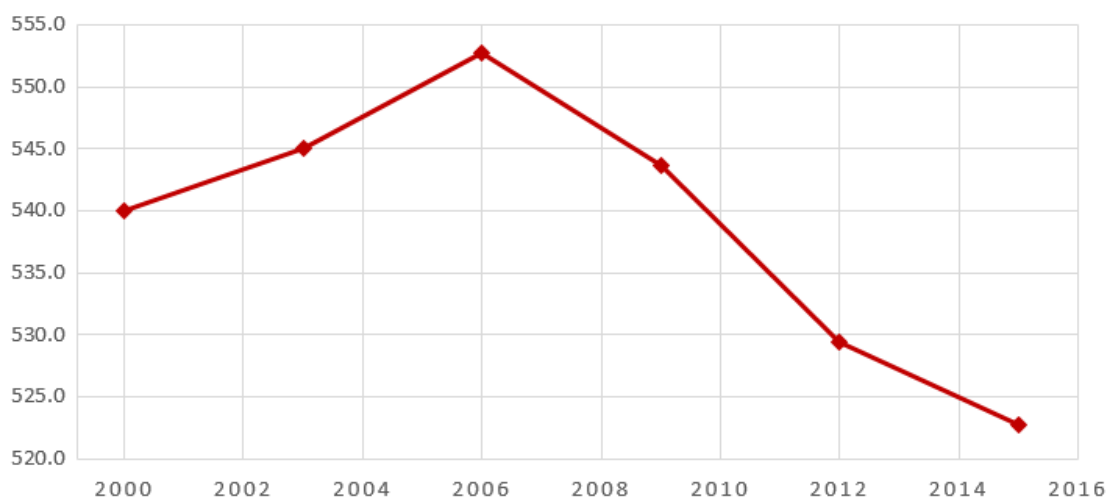
PISA definira matematičku pismenost kao *sposobnost formuliranja, primjenjivanja i tumačenja matematike u različitim kontekstima. Ona obuhvaća matematičko zaključivanje i primjenu matematičkih koncepata, postupaka, činjenica i alata potrebnih za opisivanje, objašnjavanje i predviđanje pojava. Ona pomaže pojedincu da prepozna ulogu matematike u svakodnevnom životu i da donosi dobro utemeljene odluke i prosudbe koje su mu potrebne kao konstruktivnom, zainteresiranom i promišljajućem građaninu.* ([13])

Ispitivanje matematičke pismenosti temelji se na tri dimenzije: matematički procesi, matematički sadržaji i matematički konteksti. Osnovna ideja je povezivanje stvarnog problema s matematikom. Nakon toga moguća je primjena matematičkih znanja i vještina na rješavanje problema koji je napisan matematičkim jezikom.

Matematički procesi su svrstani u tri kategorije:

1. matematičko formuliranje situacija
2. primjenjivanje matematičkih koncepata, činjenica, postupaka i zaključivanja
3. tumačenje, primjenjivanje i vrednovanje matematičkih rezultata.

Matematički sadržaji odnose se na osnovne ideje na kojima se temelji nastava matematike. To su: prostor i oblik, promjena i odnosi, količina te neizvjesnost. Matematički konteksti se odnose na područje u kojem promatramo probleme. U istraživanju se koriste četiri konteksta: osobni, obrazovni, društveni i znanstveni. Prva tri ciklusa PISA istraživanja ukazala su na uspješnost finskog obrazovanja u sva tri ispitivana područja: matematika, prirodoslovlje i čitalačka pismenost. Vrhunac je bio treći ciklus PISA istraživanja završen 2006. godine kada je Finska bila najbolja u prirodoslovlju te druga u čitalačkoj pismenosti i matematici što joj je osiguralo prvo mjesto u ukupnom poretku. Takav uspjeh u kasnijim ciklusima nije ponovljen. 2009. godine Finska je bila druga u prirodoslovlju, treća u čitalačkoj pismenosti te šesta u matematici. Idući ciklus (PISA 2012) također je bilo lošiji u odnosu na prethodni: peto mjesto u prirodoslovlju, šesto u čitalačkoj pismenosti i dvanaesto u matematici. U ciklusu završenom 2015. godine sudjelovalo je 540 000 učenika iz 72 zemlje sudionice. Finska je bila peta u prirodoslovlju, četvrta u čitalačkoj pismenosti te trinaesta u matematici. Grafički prikaz na Slici 13 upućuje na kontinuirani pad prosječnog broja postignutih bodova od 2006. do 2015. godine.



Slika 13: Ukupni prosječni rezultat finskih učenika na istraživanju PISA

Spomenimo samo da su se učenici iz Singapura pokazali najuspješnijima u sva tri područja na istraživanju PISA 2015. Postavlja se pitanje što se krije iza tog uspjeha. Sasvim je sigurno da je Singapur puno uložio u svoj obrazovni sustav, no ono što njega i druge istočnoazijske zemlje čini posebnima su privatne instrukcije te njihov udio u ukupnom uspjehu učenika: 40% predškolske djece, 80% učenika osnovnih te 60% učenika srednjih škola pohađa privatne instrukcije. Učenici srednjih škola u školi provode 8 sati nakon čega slijedi učenje u privatnim ustanovama ili kod kuće do kasno u noć. Uči se i vikendom i praznicima. Najvažnije je biti bolji od drugih jer jedino to jamči profesionalni uspjeh. Dio gospodarske i društvene elite postaju samo oni s diplomama prestižnih sveučilišta.

Rezultati su pokazali da u Finskoj socioekonomski status roditelja ima relativno mali utjecaj na postignuća učenika u odnosu na druge zemlje. Razlike pronađene između finskih škola su među najmanjima u usporedbi s ostalim zemljama. Učenici iz finskih najlošijih škola postižu prosjek zemalja OECD-a na testu iz matematike. Mala je razlika u varijanci između svih nordijskih zemalja, a to je uglavnom posljedica činjenice da te zemlje imaju neselektivni obrazovni sustav u kojem su svi učenici u dobi od 7 do 16 godina dio obveznog obrazovanja. Nasuprot tome, varijacije između škola su više izražene u zemljama u kojima

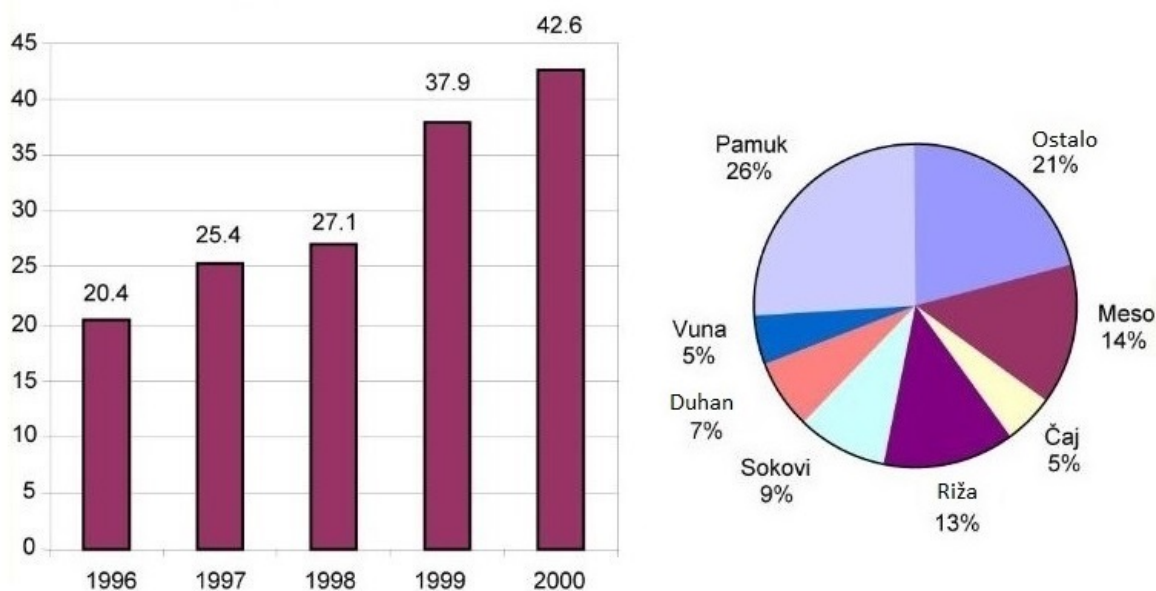
su učenici upisani u različite vrste škola u ranoj dobi. Rezultati PISA istraživanja upućuju na to da je mala varijacija između škola jedan od ključnih čimbenika koji je povezan s visokom i relativno jednakom razinom učeničkih postignuća. Razlike između škola u ruralnim i urbanim područjima su minimalne. Mogućnosti za učenje su iste u cijeloj zemlji pa stoga nije bitno živi li učenik na dalekom sjeveru ili u glavnom gradu Helsinkiju. ([5])

Njemački učenici primjerice postižu znatno lošije rezultate od finskih učenika na PISA testiranjima, a razlika između najgorih i najboljih postignuća je najveća u usporedbi s ostalim zemljama. Mnogi smatraju da je to posljedica rane selekcije učenika obzirom na školski uspjeh. U većini njemačkih škola već nakon četvrtog razreda učenici su podijeljeni na bolje i lošije. Posebno zabrinjava velik broj iznimno niskih postignuća u svim područjima. Četvrtina učenika (u sve tri pismenosti) nalazi se na razini jedan koja uključuje samo elementarna znanja i nedovoljna je uspješan nastavak obrazovanja. ([2])

Kritičari PISA testova smatraju da takav način provjere učeničkih znanja može dovesti do krivih zaključaka kada govorimo o načinima unaprjeđivanja obrazovnih sustava. Ono što se mjeri PISA testovima samo je jedan dio znanja koji učenici stječu u školi. Naravno da je nemoguće provjeriti apsolutno sve, ali se postavlja pitanje što s onim područjima koja se ne ispituju. Tendencija je da se kurikulum prilagođava takvim trendovima pa se sve manje bavi društvenim znanostima, umjetnošću i sportom koji su važni za cjeloviti razvoj osobe. Jedan od problema je svakako i javno obznanjivanje rezultata uspješnosti i rangiranje zemalja koje potiče kompetitivnost. Nekima je to motiv da rade još više i upornije na reformi svojih obrazovnih sustava, a neki će učvrstiti osjećaj bespomoćnosti. Obrazovni sustavi su složeni i zahtijevaju detaljnu analizu svih faktora koji na njega utječu. Pojednostavljeno gledanje na probleme i traženje brzih i lakih rješenja siguran je put u još veće probleme.

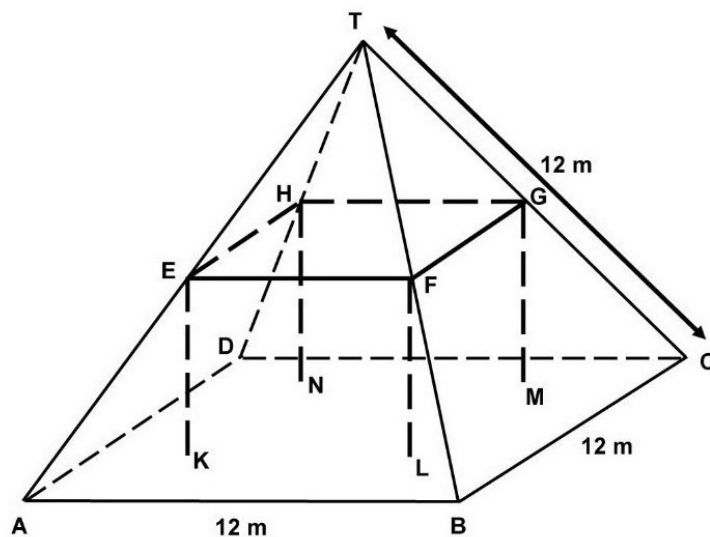
U nastavku donosimo primjere zadataka s PISA istraživanja.

Primjer 1. Na slici je prikazana ukupna godišnja vrijednost izvoza iz Zedlanda u milijunima zeda (lijevo) i struktura izvora iz Zedlanda 2000. godine (desno).

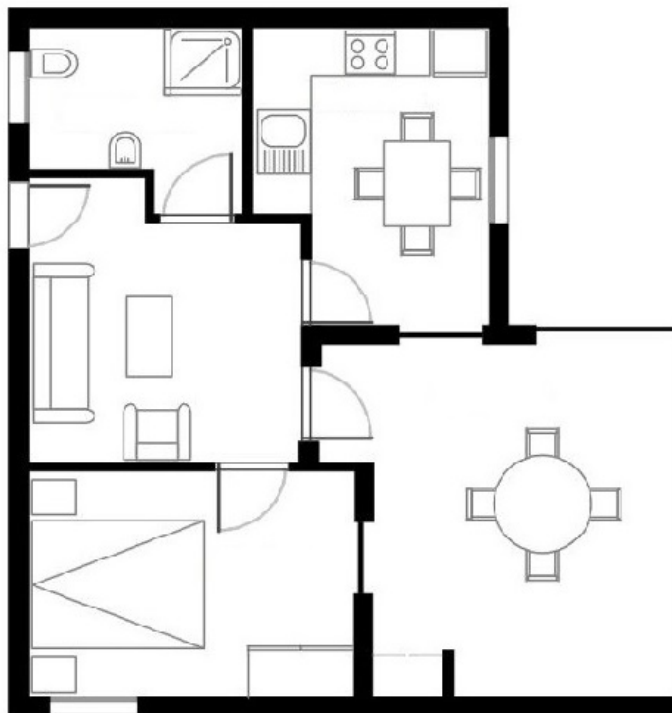


1. Kolika je ukupna vrijednost izvoza iz Zedlanda 1998. godine?
2. Kolika je vrijednost sokova izvezenih iz Zedlanda 2000. godine?

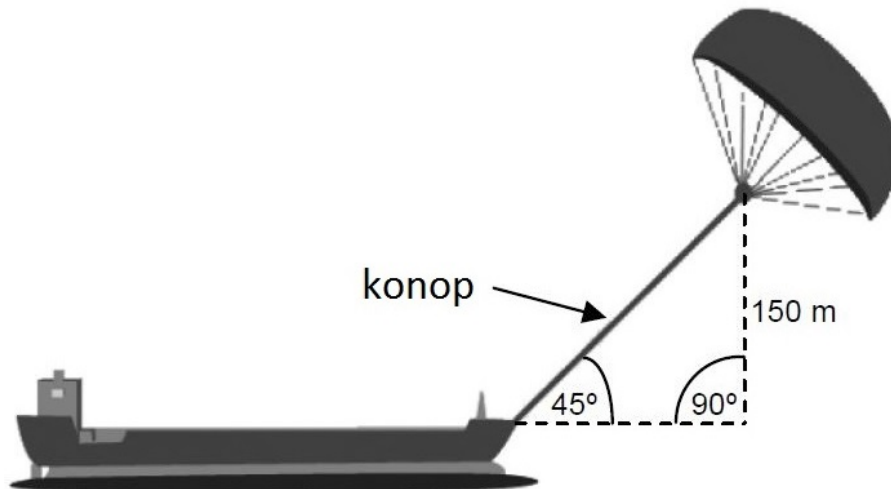
Primjer 2. *Krov kuće ima oblik piramide. Pod tavana kvadratnog je oblika i na slici je označen s ABCD. Izračunajte površinu poda.*



Primjer 3. *Označite na tlocrtu četiri duljine potrebne za računanje ukupne površine stana.*

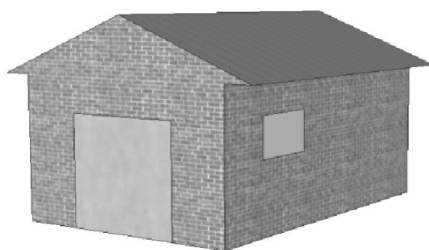


Primjer 4. Većina brodova za pogon koristi dizelsko gorivo. Inženjeri planiraju razviti zmaj koji će brodovima omogućiti korištenje energije vjetra i smanjiti potrošnju dizelskog goriva.



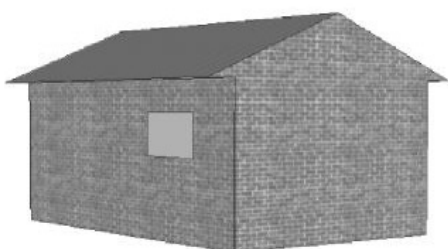
1. Brzina vjetra na visini od 150 metara je za približno 25% veća od brzine vjetra na palubi broda. Kolika je približna brzina vjetra na visini od 150 metara ako je na palubi izmjerena brzina vjetra od 25 km/h?
 - a) 6 km/h
 - b) 18 km/h
 - c) 25 km/h
 - d) 30 km/h
 - e) 49 km/h
2. Kolika je približna dužina konopa koji povezuje brod i zmaj pod kutom od 45 stupnjeva i nalazi se na visini od 150 metara?
 - a) 173 m
 - b) 212 m
 - c) 285 m
 - d) 300 m
3. Zbog cijene dizelskog goriva od 0.42 zeda po litri vlasnici broda razmišljaju o opremanju broda zmajem. Procjenjuje se da zmaj može smanjiti potrošnju goriva za približno 20%. Nakon koliko godina će ušteda goriva pokriti trošak opremanja broda zmajem koji iznosi 2 500 000 zeda ako se za pogon broda bez zmaja godišnje troši 3 500 000 litara dizelskog goriva?

Primjer 5. Na slici je izgled garaže s prednje strane.

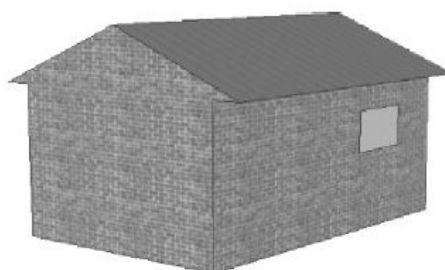


1. Koja slika odgovara izgledu garaže sa stražnje strane?

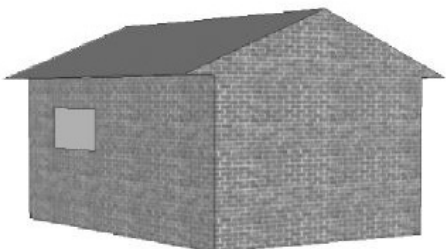
A



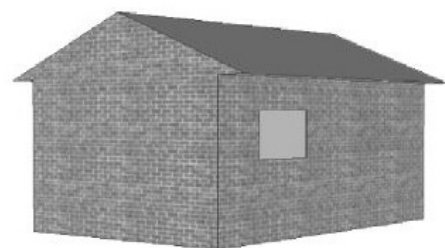
B



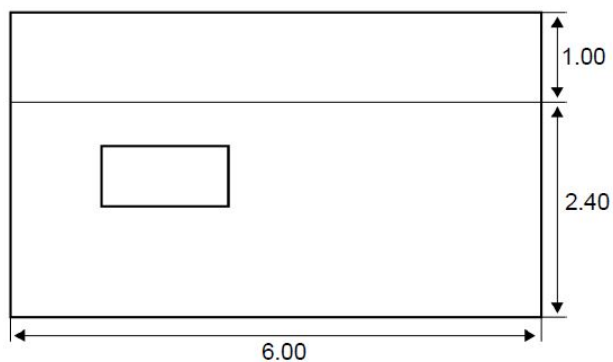
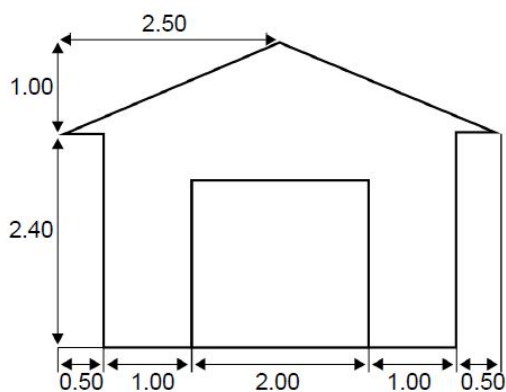
C



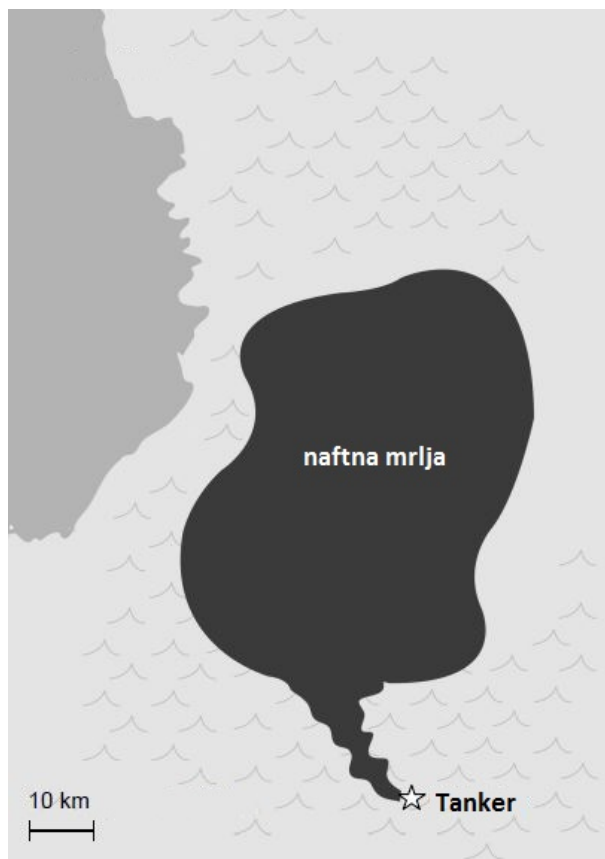
D



2. Na slici su označene dimenzije garaže u metrima. Krov garaže sastoji se od dva jednaka pravokutna dijela. Izračunajte ukupnu površinu krova.



Primjer 6. Tanker je udario u kamen na dnu mora i iz njega je počela istjecati nafta. Nakon nekoliko dana nafta je stvorila mrlju na površini mora kao što je prikazano na slici. Procijenite površinu naftne mrlje izraženu u kvadratnim kilometrima.



4 Budućnost

Kada ste najbolji, morate biti inovativni i kreativni kako bi postavljali nove standarde koji će vam omogućiti ostanak na vrhu. Pitanje je mogu li Finci dugoročno održavati pozitivnu stopu gospodarskog rasta koja omogućava društvo blagostanja. Izgleda da ipak ne mogu. Na to ukazuje propast kompanije "Nokia" koja pojavom pametnih telefona ulazi u probleme. O veličini problema dovoljno govori podatak da je udio na tržištu pao s 40% 2008. godine na manje od 1% u prvom kvartalu 2016. godine. Propast kompanije značio je niz problema za cijelu državu koja se mora nositi s problemom održavanja visokog standarda na koji su građani navikli. Zbog mjera štednje zatvorene su škole u malim mjestima te smanjena proračunska izdvajanja za obrazovanje. Pitanje je mogu li Finci i u takvim uvjetima zadržati kvalitetu obrazovnog sustava na visokoj razini. Kriza ne mora nužno biti nešto loše jer je uspjeh finskog obrazovnog sustava počeo krizom i željom za promjenom. Možda i ova kriza bude početak novih promjena. Sadašnjost je obilježena mnogim društvenim problemima i nedostatkom vjere u bolju budućnost. Izazovi siromaštva i porast nasilja svakako pogoduju tim predodžbama, a sve to negativno utječe na obrazovni sustav koji se u takvim okolnostima stavljen na veliki test.

Živimo u vremenu brzih društvenih i ekonomskih promjena te intenzivnog razvoja komunikacijskih tehnologija. Škole se moraju više nego ikad natjecati s medijima i industrijom zabave da bi održale interes učenika na učenju. Osim toga, danas postoji potreba za novom vrstom obrazovanja koja će učenike pripremiti za život. Koliko je nova finska reforma dorasla ovim izazovima vidjet ćemo u godinama koje slijede.

5 Zaključak

Mnogi su bili iznenađeni uspjehom Finske na istraživanjima PISA, a posebno 2006. godine kada je bila u samom vrhu. Nakon toga počinje intenzivno zanimanje svjetske javnosti za finski obrazovni sustav. Stručnjaci su nakon opsežnih analiza zaključili da se finski obrazovni sustav temelji na jednakosti, pravednoj raspodjeli resursa i želji za napretkom. Sve je počelo sveobuhvatnom reformom sedamdesetih godina prošlog stoljeća kada je uvedena obvezna devetogodišnja škola. Osamdesetih godina rješavanje problema postaje sastavni dio nastave matematike, u nastavu su uvedene inovativne metode i oblici rada, a učenicima s poteškoćama je osigurana pomoć u svladavanju gradiva čime je smanjena stopa napuštanja školovanja. Od tada do danas finski je sustav ostao imun na tržišno orijentirane reforme obrazovanja.

Istraživanje PISA ukazalo je na neke paradokse koji dijelom mogu objasniti finski uspjeh. Prvi je da finski učenici i nastavnici provode manje vremena u nastavi od većine svojih kolega u drugim zemljama. Nastavnicima tako ostaje više vremena za pripremu i planiranje nastave te profesionalni razvoj i usavršavanje. Kako se cjelokupan rad škole zasniva na aktivnom učenju tijekom nastave, prevladava mišljenje nastavnika kako pisanje zadaće nije nužno da bi učenici razvili radne navike i unaprijedili svoje učenje. Drugi paradoks je nepostojanje standardiziranih testova znanja. Osim vrednovanja znanja i vještina prati se i napredak u učenju i ponašanju. Na temelju tih podataka predlažu se mjere koje učeniku mogu pomoći u postizanju boljih rezultata. Jedan od oblika pomoći je organiziranje dopunske i dodatne nastave. Treći paradoks je visok stupanj autonomije škola i nastavnika te minimalan broj kontrolnih mehanizama.

Budućnost donosi nove izazove s kojima se treba suočiti. Jedan od njih je i kontinuirani pad u postignućima finskih učenika na PISA istraživanju koji traje još od 2006. godine. Sve je veći izazov motivirati učenike za učenje. U tijeku je reforma koja će u nastavu unijeti više inovativnosti i kreativnosti što bi učenicima trebalo pomoći u razvoju vještina potrebnih za cjeloživotno učenje.

Literatura

- [1] M. Bray, *The shadow education system: private tutoring and its implications for planners*, UNESCO: International institute for educational planning, Paris, 2007.
- [2] V. Domović, Z. Godler, *Procjena učinkovitosti obrazovnih sustava na osnovi učeničkih dostignuća: usporedba Finska – Njemačka*, Društvena istraživanja 14.3 (77), 2005, 439–458.
- [3] *Education in Finland*, Finnish National Agency for Education, 2017,
URL: http://www.oph.fi/download/175015_education_in_Finland.pdf
- [4] H. Krzywacki, L. Pehkonen, A. Laine, *Promoting mathematical thinking in finnish mathematics education*,
URL: http://sites.nationalacademies.org/cs/groups/pgasite/documents/webpage/pga_173315.pdf
- [5] P. Kupari, *Mathematics education in Finnish comprehensive school: characteristics contributing to student success*, ICME 11, Monterrey (Mexico), 2008.
- [6] G. Malaty, *PISA results and school mathematics in Finland: strengths, weaknesses and future*,
URL: http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_charlotte_MalatyPaper.pdf
- [7] O. Martio, *High school mathematics teacher education in Finland*, Mathematics Education - The Nordic Way, (urednik: Ingvill M. Stedoy), NCC, Trondheim, 2004, 56–63.
- [8] M. Matijević, *Ocjenjivanje u finskoj obveznoj školi*, Odgojne znanosti 8/2, 2006, 469–495.
- [9] J. Metsamuuronen, *Oppia ika kaikki – Matemaattinen osaaminen toisen asteen koulutuksen lopussa 2015*, Julkaisut 1:2017,
URL: https://karvi.fi/app/uploads/2017/03/KARVI_0117.pdf
- [10] J. Oikkonen, *Mathematical education in Finland at university level – some recent trends*, Mathematics Education - The Nordic Way, (urednik: Ingvill M. Stedoy), NCC, Trondheim, 2004, 32–35.
- [11] *OPS 2016 matematiikan tukimateriaalit*,
URL: http://www.edu.fi/perusopetus/matematiikka/ops2016_tukimateriaalit
- [12] J. Paasonen, *Mathematics education in finnish secondary schools*, Mathematics Education - The Nordic Way, (urednik: Ingvill M. Stedoy), NCC, Trondheim, 2004, 19–21.
- [13] PISA, URL: <http://pisa.hr/>; <http://www.oecd.org/pisa/>
- [14] P. Sahlberg, *Lekcije iz Finske*, Školska knjiga, Zagreb, 2012.
- [15] *Summary of four national assessments of mathematics learning in the 9th grade of basic education, 1998-2004*,
URL: http://www.oph.fi/download/47697_4_matikkaa_englanniksi.pdf
- [16] *The Matriculation Examination*,
URL: <https://www.ylioppilastutkinto.fi/en/>

- [17] *The OECD teaching and learning international survey (TALIS) - 2013 Results*,
URL: <http://www.oecd.org/edu/school/talis-2013-results.htm>
- [18] V. Vizek-Vidović, M. Rijavec, V. Vlahović-Štetić, D. Miljković, *Psihologija obrazovanja*, IEP, Zagreb, 2003.
- [19] T. L. Wang , D. C. Yang, *A comparative study of geometry in elementary school mathematics textbooks from five countries*, European Journal of STEM Education 1:3, 2016, 58.

Sažetak

Finski obrazovni sustav poznat je po kvaliteti i efikasnosti, a bazira se načelu jednakosti i sustavnoj brizi o učenicima koji imaju poteškoća u svladavanju gradiva. U radu opisujemo glavne značajke i dajemo povijesni pregled reformi finskog obrazovnog sustava. Naglasak stavljamo na matematičko obrazovanje pa ćemo reći nešto više o obrazovanju nastavnika matematike, matematičkom kurikulumu i značajkama nastave matematike. Na kraju opisujemo nekoliko nacionalnih i međunarodnih istraživanja učeničkih postignuća koja su provedena tijekom posljednjih dvadesetak godina.

Ključne riječi: matematika, škola, kurikulum, Finska, PISA

Mathematical education in Finland

Summary

The Finnish education system is known for its quality and efficiency, and it is based on the principle of equality and systematic care of pupils who have difficulty in mastering the materials. The paper describes the main features and gives a historical overview of the reform of the Finnish education system. We put emphasis on mathematics education so we will say something more about math teacher education, mathematics curriculum and the features of math teaching. Finally, we describe several national and international research achievements that have been carried out over the last twenty years.

Key words: math, school, curriculum, Finland, PISA

Životopis

Matej Nekić rođen je 5. rujna 1993. godine u Požegi. Osnovnu školu završio je u Trenkovu, a opću gimnaziju u Požegi. Od 2012. godine student je Odjela za matematiku u Osijeku.