

# Formativno vrednovanje u nastavi matematike

---

**Matišić, Ivana**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2017**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Mathematics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:126:680062>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-13**



**mathos**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of School of Applied Mathematics and Informatics](#)



Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku  
Odjel za matematiku

Ivana Matišić

# **Formativno vrednovanje u nastavi matematike**

Diplomski rad

Osijek, 2017.

Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku  
Odjel za matematiku

Ivana Matišić

# **Formativno vrednovanje u nastavi matematike**

Diplomski rad

Mentor: doc. dr. sc. Ljerka Jukić Matić

Osijek, 2017.

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Vrednovanje odgojno - obrazovnih ishoda</b>	<b>5</b>
2.1	Vrednovanje, praćenje, provjeravanje i ocjenjivanje . . . . .	5
2.2	Oblici vrednovanja . . . . .	6
2.3	Pristupi vrednovanju . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Strategije formativnoga vrednovanja</b>	<b>9</b>
3.1	Slažem se, ne slažem se, ovisi . . . . .	9
3.2	Uvijek, ponekad ili nikada . . . . .	11
3.3	Stripovi . . . . .	13
3.4	Svaki graf predstavlja priču . . . . .	16
3.5	Primjer, protuprimjer . . . . .	18
3.6	Lista izbora – opravdaj odabir . . . . .	20
3.7	Izbaci uljeza . . . . .	22
3.8	Strategija žetve . . . . .	23
3.9	Deset - dva . . . . .	25
3.10	Kartice s prometnim svjetlima . . . . .	26
3.11	Dvije zvijezde i želja . . . . .	28
3.12	Vrijeme čekanja . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Digitalni alati</b>	<b>35</b>
4.1	Plickers . . . . .	35
4.2	Kahoot . . . . .	36
<b>5</b>	<b>Zaključak</b>	<b>39</b>
	<b>Literatura</b>	<b>40</b>
	<b>Sažetak</b>	<b>42</b>
	<b>Summary</b>	<b>43</b>
	<b>Životopis</b>	<b>44</b>

# 1 Uvod

Veliku ulogu u životu svakoga čovjeka ima kvalitetan i suvremen proces učenja i poučavanja koji je usmjeren na razvoj djeteta u mladog pojedinca koji je spreman za suvremeni život u multikulturalnom društvu, svijet rada, suradnju s drugima te cjeloživotno učenje. Učenje i poučavanje treba biti usmjereno prema razvijanju kompetencija koje su prepoznate kao ciljevi matematičkoga obrazovanja. Kako bi učenici razvili očekivane kompetencije, potrebno je kontinuirano provoditi praćenje, vrednovanje, provjeravanje i ocjenjivanje usvojenosti učeničkih postignuća. Vrednovanje odgojno - obrazovnih ishoda od velike je važnosti za sudionike odgojno - obrazovnog procesa jer im omogućuje povratnu informaciju o razini usvojenosti matematičkih znanja i razvijenosti matematičkih vještina. Kao sastavni dio procesa učenja i poučavanja, vrednovanje zajedno s kurikulumom čini povezan i cjelovit sustav. Pravilnikom o načinima, postupcima i elementima vrednovanja učenika u osnovnoj i srednjoj školi definirani su pojmovi: vrednovanje, praćenje, provjeravanje i ocjenjivanje, koji su međusobno povezani jedan s drugim. Vrednovanje odgojno-obrazovnih ishoda podrazumijeva proces prikupljanja informacija i donošenja procjena o učenju i njegovim rezultatima. Podatci prikupljeni različitim oblicima vrednovanja osnova su za promjene kurikulumskih dokumenata, čime se osigurava trajna razvojnost i otvorenost nacionalnoga kurikuluma Republike Hrvatske (Prijedlog Okvira nacionalnoga kurikuluma, 2016, str. 7). S obzirom na svrhu vrednovanja, razlikujemo tri oblika: dijagnostičko, formativno i sumativno vrednovanje. Prijedlog Okvira za vrednovanje procesa i ishoda učenja u osnovnoškolskome i srednjoškolskome odgoju i obrazovanju (MZO, 2016, str. 3) navodi da formativno vrednovanje jest vrednovanje učeničkih postignuća koje se odvija za vrijeme učenja i poučavanja radi davanja informacija o učeničkome napredovanju i unapređivanja budućega učenja i poučavanja, poticanja učeničkih refleksija o učenju, utvrđivanja manjkavosti u učenju, prepoznavanja snaga te planiranja budućega učenja i poučavanja. Za prikupljanje informacija o učenikovu učenju i njegovim postignućima, primjenjuju se raznoliki pristupi vrednovanja. Vrednovanje za učenje i vrednovanje kao učenje služe za unapređivanje učenja i prilagođavanje poučavanja, a vrednovanje naučenoga upotrebljava se za procjenjivanje i izvješćivanje o postignućima i napredovanju na kraju određenoga odgojno-obrazovnog razdoblja (nastavne cjeline, polugodišta, razreda itd.) u odnosu na kurikulumom definirane ishode (Prijedlog Okvira za vrednovanje procesa i ishoda učenja u osnovnoškolskome i srednjoškolskome odgoju i obrazovanju, 2016, str. 14). Odabiranjem primjerenih strategija i digitalnih alata u svrhu formativnog vrednovanja može se uvelike utjecati na razinu usvojenosti učeničkih postignuća. U ovome radu je detaljno opisano dvanaest strategija i dva digitalna alata koji se koriste u svrhu formativnog vrednovanja.

## 2 Vrednovanje odgojno - obrazovnih ishoda

Školovanje je neizostavni dio života svakog čovjeka. Uspješni odgojno - obrazovni sustav temelji se na kvalitetnom učenju i poučavanju koji su usmjereni na razvoj djeteta u mladog pojedinca koji je spreman za suvremeni život u multikulturalnom društvu, svijet rada, suradnju s drugima te cjeloživotno učenje. U takvom sustavu, učenik je središnji sudionik odgojno - obrazovnog procesa u kojem je naglašena njegova aktivna uloga u procesu učenja te pozitivno i poticajno okruženje u kojem će razvijati sve svoje potencijale. Kako bi mlada osoba bila spremna prilagoditi se izazovima koje nameće današnji složeni i ubrzani ritam života, tokom svoga školovanja treba steći različita znanja, vještine, stavove i vrijednosti. Cilj današnje obrazovne politike je usmjeriti odgojno - obrazovni sustav suvremenim načinima učenja i poučavanja, razvoju kompetencija kao povezanog sklopa znanja, vještina i vrijednosti te definiranju odgojno - obrazovnih ishoda (ishoda učenja). Prijedlog Nacionalnog dokumenta matematičkoga područja kurikuluma (MZO, 2016, str. 5, 6) upravo ističe kako je važno naglasiti da učenje i poučavanje u svim domenama mora biti usmjereno prema razvijanju kompetencija koje su prepoznate kao ciljevi matematičkoga obrazovanja. Na taj način učenici, osim matematičkih znanja i vještina, razvijaju i kompetencije poput logičkoga mišljenja, rješavanja problema, komunikacije, korištenja matematičkih prikaza, korištenja tehnologije i primjene matematike u životu. Kako bi učenici razvili očekivane kompetencije, potrebno je kontinuirano provoditi praćenje, vrednovanje, provjeravanje i ocjenjivanje usvojenosti učeničkih postignuća.

### 2.1 Vrednovanje, praćenje, provjeravanje i ocjenjivanje

Vrednovanje procesa i ishoda učenja sudionicima odgojno - obrazovnog procesa daje povratnu informaciju o razini usvojenosti matematičkih znanja i razvijenosti matematičkih vještina. Ono je sastavni dio procesa učenja i poučavanja, koji zajedno s kurikulumom čine povezan i cjelovit sustav. Pravilnik o načinima, postupcima i elementima vrednovanja učenika u osnovnoj i srednjoj školi (MZO, 2010) definira vrednovanje kao sustavno prikupljanje podataka u procesu učenja i postignutoj razini kompetencija: znanjima, vještinama, sposobnostima, samostalnosti i odgovornosti prema radu, u skladu s unaprijed definiranim i prihvaćenim načinima, postupcima i elementima, a sastavnice su praćenje, provjeravanje i ocjenjivanje. Vrednovanje zapravo učitelju i učenicima daje informaciju o razini usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda te može motivirati i usmjeriti učenike za daljnje učenje i napredak.

Pravilnik (MZO, 2010) navodi da je praćenje sustavno uočavanje i bilježenje zapažanja o postignutoj razini kompetencija i postavljenim zadacima definiranim nacionalnim i predmetnim kurikulumom, nastavnim planom i programom te strukovnim i školskim kurikulumom. Osim zapisivanja bilješki, dobro je pratiti zalaganje učenika na satu i njegov domaći uradak.

Uz redovito praćenje rada i napredovanja učenika, trebaju se provoditi pisane i usmene provjere znanja. Provjeravanje podrazumijeva procjenu postignute razine kompetencija u nastavnome predmetu ili području i drugim oblicima rada u školi tijekom školske godine

(Pravilnik, 2010).

Uz pojam provjeravanja veže se pojam ocjenjivanja koje je najčešće orijentirano na krajnji rezultat. Prema definiciji, ocjenjivanje je pridavanje brojčane ili opisne vrijednosti rezultatima praćenja i provjeravanja učenikovog rada prema sastavnicama ocjenjivanja svakoga nastavnoga predmeta (Pravilnik, 2010.). U svijetu postoje razna mjerila i skale za izražavanje uspjeha učenika. U Republici Hrvatskoj za ocjenjivanje učeničkih postignuća koristi se ljestvica školskih ocjena od pet stupnjeva: nedovoljan – 1, dovoljan – 2, dobar – 3, vrlo dobar – 4, odličan – 5.

Iako su praćenje, provjeravanje te ocjenjivanje učeničkih postignuća bitni čimbenici u procesu učenja i poučavanja, oni ne jamče da će učenik znati što čini dobro, a što treba mijenjati kako bi poboljšao svoje učenje i kompetencije.

## 2.2 Oblici vrednovanja

Vrednovanje ciljeva, očekivanja, ishoda i procesa, jedna je od tri sastavnice Nacionalnog kurikulumu Republike Hrvatske. Podatci prikupljeni različitim oblicima vrednovanja osnova su za promjene kurikulumskih dokumenata, čime se osigurava trajna razvojnost i otvorenost nacionalnoga kurikulumu Republike Hrvatske (Prijedlog Okvira nacionalnoga kurikulumu, 2016, str. 7). S obzirom na svrhu vrednovanja, razlikujemo tri oblika: dijagnostičko, formativno i sumativno vrednovanje.

Dijagnostičko vrednovanje jest vrednovanje koje se provodi radi utvrđivanja kvalitete i razine učenikoga znanja i vještina prije početka procesa učenja i poučavanja, npr. na početku nastavne godine (Prijedlog Okvira za vrednovanje procesa i ishoda učenja u osnovnoškolskome i srednjoškolskome odgoju i obrazovanju, 2016, str. 3). Rezultati dijagnostičkoga vrednovanja daju učitelju uvid u postojeće znanje, vještine i stavove učenika. Ovisno o rezultatima, učitelj može planirati i prilagoditi proces učenja i poučavanja.

Prijedlog Okvira za vrednovanje procesa i ishoda učenja u osnovnoškolskome i srednjoškolskome odgoju i obrazovanju (MZO, 2016, str. 3) navodi da formativno vrednovanje jest vrednovanje učeničkih postignuća koje se odvija za vrijeme učenja i poučavanja radi davanja informacija o učenikome napredovanju i unapređivanja budućega učenja i poučavanja, poticanja učeničkih refleksija o učenju, utvrđivanja manjkavosti u učenju, prepoznavanja snaga te planiranja budućega učenja i poučavanja. Dobiveni rezultati daju i učitelju i učenicima povratnu informaciju o tome koji dio gradiva je dobro usvojen, ali i u kojem dijelu postoje nejasnoće i na kojem treba dodatno poraditi. Redovnim provođenjem formativnog vrednovanja učitelj dobiva informacije jesu li korišteni nastavni oblici i metode bili djelotvorni te na taj način može planirati daljnje učenje i poučavanje kako bi nastava bila kvalitetnija i prilagođena potrebama svakog učenika. Kada učenici točno znaju što rade dobro, a što loše, motivacija za učenjem i napredovanjem se povećava. Bitno je objasniti učenicima svrhu formativnog vrednovanja kako bi ono povoljno utjecalo na njihove stavove i učinkovitost poučavanja.

Definiranje odgojno-obrazovnih ishoda omogućuje određivanje razine njihove usvojenosti kod učenika. Prema navedenom Prijedlogu (MZO, 2016, str. 5), sumativno vredno-

vanje se definira kao vrednovanje koje podrazumijeva procjenu razine učenikova postignuća na kraju procesa učenja (nastavne cjeline, polugodišta, godine učenja i poučavanja). U pravilu rezultira ocjenom i/ili formalnim izvješćem, tj. svjedodžbom. Za ocjenjivanje učeničkih postignuća koristi se ljestvica školskih ocjena od pet stupnjeva: nedovoljan – 1, dovoljan – 2, dobar – 3, vrlo dobar – 4, odličan – 5.

## 2.3 Pristupi vrednovanju

Za prikupljanje informacija o učenikovu učenju i njegovim postignućima, primjenjuju se raznoliki pristupi vrednovanju koji se međusobno razlikuju s obzirom na svrhu primjene, interpretaciju i korištenje prikupljenim podacima. Stoga, razlikujemo tri osnovna pristupa vrednovanju: vrednovanje za učenje, vrednovanje kao učenje i vrednovanje naučenoga (Prijedlog Okvira za vrednovanje procesa i ishoda učenja u osnovnoškolskome i srednjoškolskome odgoju i obrazovanju, 2016, str. 14).

Vrednovanje za učenje je pristup vrednovanju koji se odvija tijekom učenja i poučavanja te je neizostavni dio tog procesa. Zbog toga ima izrazito važnu ulogu u unapređivanju i planiranju budućega učenja i poučavanja. Različite metode u procesu vrednovanja za učenje omogućuju praćenje učeničkog razumijevanja i razvoja vještina čime se dobiva informacija o tome gdje su učenici u odnosu na postavljene odgojno - obrazovne ishode, kakve su njihove potrebe da bi napredovali u učenju te koliko su učinkovite strategije učenja i poučavanja koje su primjenjene. S obzirom na to, vrednovanje za učenje služi za formativnu svrhu i u pravilu ne rezultira ocjenom, već kvalitativnom povratnom informacijom o procesu učenja i usvojenosti znanja i vještina u odnosu na postavljena očekivanja. Povratne informacije omogućuju učitelju poboljšavanje, određivanje sljedećih koraka i individualizaciju u poučavanju te usmjerenje i poticanje učenja kod učenika. Učeniku omogućuje preuzimanje kontrole nad vlastitim učenjem uz primjerenu podršku svojih roditelja.

Vrednovanje kao učenje je pristup vrednovanju koji se temelji na ideji da učenici vrednovanjem uče. Ono podrazumijeva aktivno uključivanje učenika u proces vrednovanja uz podršku učitelja kako bi se maksimalno poticao razvoj učenikova samostalnog i samoreguliranog pristupa učenju (Prijedlog Okvira za vrednovanje procesa i ishoda učenja u osnovnoškolskome i srednjoškolskome odgoju i obrazovanju, 2016, str. 19). Ovaj pristup vrednovanju se temelji na metodama samovrednovanja, tj. samorefleksije i vršnjačkoga vrednovanja. Učenici analiziraju uspješnost vlastitoga učenja u odnosu na postavljene odgojno - obrazovne ishode, i s obzirom na to, razvijaju vještine nadgledanja i samovrednovanja vlastitoga učenja, samostalnost, samoinicijativnost i samokontrolu učenja što rezultira samoreguliranim pristupom učenju. Vrednovanje kao učenje se također odvija tijekom učenja i poučavanja, i s obzirom na to, ono služi za formativnu svrhu i u pravilu ne rezultira ocjenom, već povratnom informacijom koju daje sam učenik, drugi učenici, a u manjoj mjeri i učitelj.

Vrednovanje naučenoga je pristup vrednovanju koji podrazumijeva procjenu razine postignuća učenika nakon određenoga učenja i poučavanja tijekom školske godine ili na njezinu kraju. U pravilu rezultira ocjenom ili nekom drugom sumativnom procjenom (Prijedlog Okvira za vrednovanje procesa i ishoda učenja u osnovnoškolskome i srednjoškolskome odgoju



i obrazovanju, 2016, str. 6). S obzirom na to da se vrednovanje naučenoga odvija nakon učenja i poučavanja, ono jest sumativno vrednovanje koje procjenjuje razinu usvojenosti znanja, vještina i vrijednosti u odnosu na odgojno – obrazovne ishode u određenoj vremenskoj točki odgojno – obrazovnoga procesa. Vrednovanje naučenoga ima svrhu za upis u višu odgojno-obrazovnu razinu, tj. daljnje školovanje.

### 3 Strategije formativnoga vrednovanja

U svim dijelovima Nacionalnoga kurikulumuma potrebno je osigurati okruženje, poticaje i podršku za razvoj viših razina kognitivnoga funkcioniranja kod djece i mladih. Poseban se naglasak stavlja na stjecanje znanja, razvoj vještina i spremnosti djece i mladih osoba za: rješavanje problema, donošenje odluka, metakogniciju, kritičko mišljenje, kreativnost i inovativnost (Prijedlog Okvira nacionalnoga kurikulumuma, 2016., str. 14). To je moguće redovnim provođenjem formativnoga vrednovanja.

Odabiranjem primjerenih strategija formativnoga vrednovanja može se uvelike utjecati na razinu usvojenosti učeničkih postignuća. U ovom dijelu rada detaljno je opisano sljedećih dvanaest strategija formativnoga vrednovanja:

1. Slažem se, ne slažem se, ovisi
2. Uvijek, ponekad ili nikada
3. Stripovi
4. Svaki graf predstavlja priču
5. Primjer, protuprimjer
6. Lista izbora – opravdaj odabir
7. Izbaci uljeza
8. Strategija žetve
9. Deset - dva
10. Kartice s prometnim svjetlima
11. Dvije zvijezde i želja
12. Vrijeme čekanja.

Uz detaljan opis strategije i njeno planiranje koje je potkrijepljeno primjerima provedbe u nastavi, za svaku je objašnjeno na koji način potiče proces učenja kod učenika i pomaže učitelju, te su navedena opća svojstva provedbe strategije, moguće prilagodbe i određena upozorenja.

#### 3.1 Slažem se, ne slažem se, ovisi

##### Opis strategije

Učenici koriste ovu strategiju kako bi provjerili točnost danih tvrdnji. Prvo trebaju odlučiti slažu li se ili ne s tvrdnjom, ili im je za odluku potrebno još informacija. Osim toga, trebaju opisati svoj proces razmišljanja koji ih je doveo do odgovora. Nakon toga, učenici opisuju što mogu učiniti kako bi istražili je li tvrdnja točna ili netočna. Testiraju svoje ideje, ispituju ono što je već poznato ili koriste druge matematičke načine istraživanja.

### **Kako se potiče proces učenja kod učenika?**

Ova strategija omogućuje učenicima vježbanje metakognicije (razmišljanje o vlastitom znanju i razumijevanju). Osim toga, ona je temelj za matematičko promišljanje tako što učenici opisuju kako bi mogli dokazati svaku od zadanih tvrdnji koristeći konkretne ili virtualne matematičke postupke, ili utvrđuju izvore informacija koji bi im pomogli utvrditi valjanost tvrdnji. Ako se ova strategija koristi u malim grupama, ona potiče matematičku raspravu i argumentaciju. Kroz proces obrane svojih ideja ili propitkivanja tuđih, učenici mogu učvrstiti vlastito mišljenje, razmotriti alternativna mišljenja drugih ili izmijeniti svoje mišljenje budući da nove ideje zamjenjuju stare.

### **Kako ova strategija pomaže učitelju?**

Ova strategija se može koristiti na početku procesa učenja za poticanje ideja o matematičkoj temi. Učiteljima može pomoći da prepoznaju područja u kojima je učenicima potrebna dodatna pomoć. Opisi učenika na koji način mogu ustanoviti jesu li tvrdnje točne, daju učiteljima informacije jesu li učenici sposobni dokazati svoje ideje.

### **Planiranje i provedba strategije**

Ovako bi glasila uputa za učitelja. Odaberite tvrdnje čiji je fokus na konkretnim konceptima ili postupcima koji se nalaze u Nacionalnom okvirnom kurikulumu. Osmislite tvrdnje koje potiču razvoj matematičkog istraživanja korištenjem manipulativa, poznatih algoritama i procedura ili upotrebom raznih izvora informacija. Proučite područje učenja kako bi upoznali uobičajene pogreške ili kriva shvaćanja koja su vezana uz temu te iskoristite neka od njih pri osmišljavanju tvrdnji. Pokušajte osmisliti barem jednu tvrdnju s kojom se učenici mogu složiti, jednu s kojom se ne slažu i jednu za koju nemaju dovoljno informacija. Učenici prvo trebaju samostalno odgovoriti na tvrdnje. Ako se s tvrdnjom ne slažu ili im je potrebno još informacija, zamolite ih da osmisle primjer kojim mogu opovrgnuti tvrdnju ili pokazati da je tvrdnja u nekim situacijama točna, dok u drugima nije. Nakon toga, podijelite učenike u manje grupe kako bi raspravljali o svojim idejama. Nakon što su međusobno razmotrili ideje i osmislili načine na koje bi mogli provesti daljnje provjere, riješiti problem ili istražiti informacije, ostavite im vremena da kroz istraživačke aktivnosti provjere tvrdnje. Ove aktivnosti omogućuju da svi učenici sudjeluju u raspravi koja je usmjerena na rješavanje razlika između početnih ideja i novih otkrića učenika tijekom njihovih istraživanja. Učitelj treba pažljivo slušati dok učenici izlažu svoja otkrića kako bi im pomogao izgraditi njihovu ideju uz pravilno usmjeravanje i pojašnjavanje stvari koje ne razumiju.

**Primjer 3.1.** Dani primjer prikazuje kako se strategija *Slažem se, ne slažem se, ovisi* može provoditi u šestom razredu osnovne škole. Učenicima je u sklopu nastavne teme *Trokut* dan nastavni listić kao na Slici 1. Učenici trebaju zaokružiti jedan od četiri izbora: *slažem se, ne slažem se, ovisi* ili *nisam siguran/a te objasniti svoj odgovor*. Mogući (**ali ne i nužno točni**) odgovori učenika označeni su crvenom bojom.

<p>1. Jednakokrani trokut ima dva kuta jednake veličine.</p> <p>Slažem se    Ne slažem se    Ovisi    Nisam siguran/a</p>	<p>Kako to možeš ustanoviti?</p> <p>U jednakokrani trokutu krakovi su jednakih duljina pa su kutovi nasuprot svakog kraka tada također jednaki. To mogu provjeriti tako da kutomjerom izmjerim te kutove.</p>
<p>2. Tupokutni trokut ima tri tupa kuta.</p> <p>Slažem se    Ne slažem se    Ovisi    Nisam siguran/a</p>	<p>Kako to možeš ustanoviti?</p> <p>Zbroj svih kutova u trokutu iznosi <math>180^\circ</math>. Tupi kut je veći od <math>90^\circ</math>, a manji od <math>180^\circ</math>. Kada bi u trokutu bila tri tupa kuta, njihov zbroj bi bio veći od <math>270^\circ</math>, što nije moguće.</p>
<p>3. Zbroj šiljastih kutova u pravokutnom trokutu iznosi <math>90^\circ</math>.</p> <p>Slažem se    Ne slažem se    Ovisi    Nisam siguran/a</p>	<p>Kako to možeš ustanoviti?</p> <p>Pravokutan trokut ima jedan pravi kut i on iznosi <math>90^\circ</math>. Zbroj sva tri kuta iznosi <math>180^\circ</math>. Tada zbroj preostala dva kuta iznosi <math>90^\circ</math>.</p>
<p>4. Simetrala dužine je pravac koji je okomit na tu dužinu.</p> <p>Slažem se    Ne slažem se    Ovisi    Nisam siguran/a</p>	<p>Kako to možeš ustanoviti?</p> <p>Nisam siguran što je točno simetrala dužine.</p>
<p>5. Visina trokuta se nalazi unutar trokuta.</p> <p>Slažem se    Ne slažem se    Ovisi    Nisam siguran/a</p>	<p>Kako to možeš ustanoviti?</p> <p>U tupokutnom trokutu visina se nalazi izvan njega.</p>

Slika 1: Trokut

### Opća svojstva provedbe strategije

Ova strategija se jednostavno koristi u nastavi, vremenski je srednje zahtjevna, a od učenika zahtijeva srednje do visoke kognitivne procese.

### Prilagodbe strategije

Mlađim učenicima može se dati jedna po jedna tvrdnja umjesto svih tvrdnji odjednom.

### Upozorenja

Ova strategija ne smije se koristiti isključivo kao *Točno - netočno* strategija. Važno je omogućiti učenicima da istraže tvrdnje, posebice one kod kojih postoji konflikt između već postojećih učenikovih ideja i matematičkih činjenica.

## 3.2 Uvijek, ponekad ili nikada

### Opis strategije

Ova strategija uključuje niz tvrdnji koje učenici trebaju provjeriti i zaključiti jesu li

one uvijek ili ponekad točne, ili nikada nisu točne. Osim toga, učenici trebaju obrazložiti svoj odgovor. Ova strategija je korisna jer može pokazati imaju li učenici problema s generalizacijom matematičkih pojmova i koncepata.

### **Kako se potiče proces učenja kod učenika?**

*Uvijek, ponekad ili nikada* pomaže učenicima pri razvoju metakognicije. Također im pomaže da shvate kako se matematičke tvrdnje uvijek moraju provjeriti kako bi se moglo zaključiti jesu li uvijek točne, ili samo ponekad, ili su netočne. Ova strategija također kod učenika potiče razvoj matematičkog mišljenja jer trebaju osmisliti primjere i protuprimjere kako bi objasnili svoje odgovore. Ako se ova strategija koristi u malim grupama, ona može biti poticaj za matematičku raspravu i argumentiranje.

### **Kako ova strategija pomaže učitelju?**

Ova strategija može se koristiti na početku procesa učenja kako bi potaknula razvoj učeničkih ideja o matematičkoj temi, ili se može koristiti na kraju procesa učenja kako bi se provjerilo razumijevanje nakon što su učenici upoznati s temom. Osim toga, učitelji mogu saznati koriste li učenici naučene koncepte na krivi načini i primjenjuju li ih prekomjerno. Učitelj treba zamoliti učenike da ispituju valjanost tvrdnji čime usvajaju naviku osmišljavanja primjera i protuprimjera.

### **Planiranje i provedba strategije**

Ovako bi glasila uputa za učitelja. Odaberite tvrdnje čiji je fokus na konkretnim konceptima ili postupcima koji se nalaze u Nacionalnom okvirnom kurikulumu. Ako ovu strategiju koristite na početku nove nastavne jedinice, odaberite tvrdnje čiji je fokus na konkretnim konceptima ili postupcima koji se nalaze u Nacionalnom okvirnom kurikulumu. Ako ju koristite nakon što su učenici upoznati s novim gradivom, odaberite tvrdnje povezane s pojmovima koje su učenici upoznali tokom sata i koje mogu razvijati. Proučite područje učenja kako bi upoznali uobičajene pogreške ili kriva shvaćanja koja su vezana uz temu te iskoristite neka od njih pri osmišljavanju tvrdnji. Pokušajte osmisliti barem jednu tvrdnju za svaki od tri izbora: uvijek, ponekad i nikada. Učenici prvo trebaju samostalno odgovoriti na tvrdnje. Nakon toga, podijelite ih u manje grupe kako bi raspravljali o svojim idejama i usuglasili se je li tvrdnja uvijek ili ponekad točna, ili nikada nije točna. Svoje odgovore trebaju potkrijepiti primjerima. Potom u razrednoj raspravi učenici razmjenjuju primjere koje su osmislili, učitelj ih usmjerava prema ostalim primjerima kojih se nisu mogli sjetiti te u konačnici svi zajedno odlučuju o valjanosti svake tvrdnje koje potkrijepljuju primjerima.

**Primjer 3.2.** Dani primjer prikazuje kako se strategija *Uvijek, ponekad ili nikada* može provoditi u petom razredu osnovne škole. Učenicima je u sklopu nastavne jedinice *Djeljivost s 10, 5, 2, 3 i 9* dan nastavni listić kao na Slici 2. Učenici trebaju zaokružiti jedan od tri izbora: uvijek, ponekad ili nikada te objasniti svoj odgovor. Mogući (**ali ne i nužno točni**) odgovori učenika označeni su crvenom bojom.

<p>1. Višekratnici broja 5 završavaju znamenkom 5.</p> <p>Uvijek                      <b>Ponekad</b>                      Nikada</p>	<p>Obrazloži svoj odgovor:</p> <p>Višekratnici broja 5 završavaju znamenkom 0 ili 5, npr. 25 i 50.</p>
<p>2. Posljednja znamenka višekratnika broja 2 je neparan broj.</p> <p>Uvijek                      Ponekad                      <b>Nikada</b></p>	<p>Obrazloži svoj odgovor:</p> <p>Posljednja znamenka višekratnika broja 2 može biti 0, 2, 4, 6 ili 8, a to nisu neparni brojevi.</p>
<p>3. Višekratnici broja 7 su neparni brojevi.</p> <p><b>Uvijek</b>                      Ponekad                      Nikada</p>	<p>Obrazloži svoj odgovor:</p> <p>Višekratnici broja 7 su 7, 21, 35, 49, ...</p>
<p>4. Posljednja znamenka višekratnika broja 10 je 0.</p> <p><b>Uvijek</b>                      Ponekad                      Nikada</p>	<p>Obrazloži svoj odgovor:</p> <p>10, 20, 30, 40, ... su višekratnici broja 10 i svi završavaju znamenkom 0.</p>
<p>5. Višekratnici broja 3 su ujedno i višekratnici broja 9.</p> <p><b>Uvijek</b>                      Ponekad                      Nikada</p>	<p>Obrazloži svoj odgovor:</p> <p>9, 18, 27, 36, ... su višekratnici brojeva 3 i 9.</p>

Slika 2: Djeljivost s 10, 5, 2, 3 i 9

### Opća svojstva provedbe strategije

Ova strategija se jednostavno koristi u nastavi, vremenski je srednje zahtjevna, a od učenika zahtijeva visoke kognitivne procese.

### Prilagodbe strategije

Mlađim učenicima može se dati jedna po jedna tvrdnja umjesto svih tvrdnji odjednom. Kako bi se učenike potaklo da potkrijepe svoj odgovor, može ih se pitati kako bi nekoga uvjerali da je tvrdnja uvijek točna, ponekad točna ili nikada nije točna.

### Upozorenja

Bitno je da učenici za svaku tvrdnju osmisle više primjera prije nego što odluče je li ona uvijek, ponekad ili nikada nije točna.

## 3.3 Stripovi

### Opis strategije

Učenici trebaju odlučiti s kojim likom u stripu se najviše slažu i objasniti zašto. Jedan

od komentara crtanih likova na slici je matematički najprihvatljiviji, a preostali alternativni komentari su utemeljeni na najčešćim greškama ili krivim shvaćanjima.

### **Kako se potiče proces učenja kod učenika?**

Ova strategija je osmišljena za angažiranje i motiviranje učenika, otkrivanje njihovih načina razmišljanja o vlastitim idejama te poticanje rasprave o matematičkim temama. Osobito je učinkovita kod učenika koji imaju problema s čitanjem jer se ideje vizualno predstavljaju s vrlo malo teksta. Prikazivanje likova s različitim gledištima pomaže učenicima shvatiti kako je u matematici važno razmotriti tuđe razmišljanje. Učenici razmatraju ideje i rade na rješavanju razlika među njima kako bi došli do prihvatljivog odgovora. Ova strategija pomaže učenicima razviti samopouzdanje kako bi mogli javno iznositi svoje ideje. U slučaju da pogriješe, uvijek mogu okrviti lika iz stripa što je predložio krivu ideju.

### **Kako ova strategija pomaže učitelju?**

*Stripovi* se najčešće koriste na početku procesa učenja kako bi se učenike zainteresiralo za matematičku situaciju sa slike. Obzirom da učenici pozitivno reagiraju na crtane likove, oni se lakše uključuju u argumentaciju i raspravu o svojim idejama. Na taj način učitelj prikuplja korisne informacije koje može iskoristiti za oblikovanje nastavnih sati ili planiranje daljnjeg poučavanja i vrednovanja. Svaki lik učenicima nudi mogućnost da opravdaju svoje razmišljanje objašnjavajući koncept ili pokazujući kako su riješili taj problem.


### **Planiranje i provedba strategije**

Ovako bi glasila uputa za učitelja. *Stripovi* su osmišljeni kako bi se proučavalo razmišljanje učenika o uobičajenim matematičkim temama koje učenici često susreću u svakodnevnim situacijama koje uključuju matematičke koncepte. Možete koristiti već postojeće crteže ili osmisliti vlastite, ali pri tome mora ograničiti količinu teksta u oblacima na najmanju moguću. Važno je provjeriti da ne postoje neki kontekstualni znakovi, kao što su sretniji i veseliji izraz lica nekog lika ili da jedan lik ima detaljnije objašnjenje, koji bi mogli učenike navesti na točan odgovor. Prije prikazivanja crtanih likova potrebno je učenike upoznati s temom. Zadatak može biti na nastavnom listiću, ili ga prikazati pomoću LCD projektora, ili ga nacrtati na ploči. Ova strategija može se koristiti za poticaj rasprave u malim grupama ili cijelog razreda, ali je bitno da učenici prvo samostalno razmisle o zadatku. Nakon što su učenici samostalno razmislili o vlastitim idejama, možete ih podijeliti u manje grupe kako bi međusobno raspravljali o njima i zajedno došli do odgovora. Za to vrijeme učitelj kruži po razredu i sluša ideje o kojima učenici raspravljaju, ali im ne daje do znanja jesu li one točne ili ne. Neka svaka grupa podijeli njihove ideje s cijelim razredom, a glasanjem se može odlučiti koja se čini prihvatljivom za cijeli razred. Kada je moguće, neka učitelj prati raspravu dok učenici objašnjavaju svoje ideje koristeći algoritme, manipulative, ili izmišljene strategije, te krajnji rezultat procesa rješavanja problema. Njihove rezultate možete iskoristiti za raspravu o tome što su učenici naučili te na koji način su se njihove ideje nadograđivale ili promijenile.

**Primjer 3.3.** Dani primjer prikazuje kako se strategija *Stripovi* može provoditi u petom razredu osnovne škole. Učenicima je u sklopu nastavne jedinice *Množenje decimalnih brojeva dekadskim jedinicama* dan nastavni listić kao na Slici 3. Učenici trebaju odabrati jedan od likova s kojim se slažu i objasniti zašto. Mogući (ali ne i nužno točni) odgovori učenika označeni su crvenom bojom.


Kako obitelj Simpson jako voli pekmez od šljiva, mama Marge je prošle godine napravila 10l tog pekmeza. Zanima ju koliko im je pekmeza ostalo. Trenutno u podrumu imaju 10 staklenki od 0.3l. Kako bi utvrdila koliko im je pekmeza ostalo, treba izračunati  $0.3l \cdot 10$ .

**Bart**



Pomakni decimalnu točku za jedno mjesto udesno.  
 $0.3 \cdot 10 = 3 l$


**Lisa**



Samo dodaj nulu.  
 $0.3 \cdot 10 = 0.30 l$


**$0.3 \cdot 10 = ?$**

**Marge**




Pomakni decimalnu točku za jedno mjesto ulijevo.  
 $0.3 \cdot 10 = 0.03 l$

**Homer**



Pa to je lako!  
 $0.3 \cdot 10 = 10.3 l$

**Maggie**



Što ti misliš?

Slazem se s Bartom jer množenjem 0.3 i 10 dobijem 3:  $0.3 \cdot 10$

0.3	10
03	
+ 00	
3.0	

Slika 3: Množenje decimalnih brojeva dekadskim jedinicama

### Opća svojstva provedbe strategije

Ova strategija se jednostavno koristi u nastavi, vremenski je srednje zahtjevna, a od učenika zahtijeva srednje kognitivne procese.

### Prilagodbe strategije

Učitelj može ostaviti prazne oblačiće, a potom tražiti od učenika da rade u malim grupama kako bi ih popunili idejama. Također se mogu koristiti i fotografije poznatih osoba (npr. Rihanna, Beyonce, Nicki Minaj).



## Upozorenja

Likovi u stripu trebaju potaknuti raspravu o različitim idejama. Važno je da učenici ne podcjenjuju način razmišljanja tih likova jer postoji mogućnost da neki učenici u razredu imaju isto ili slično mišljenje kao oni.

## 3.4 Svaki graf predstavlja priču

### Opis strategije

*Svaki graf predstavlja priču* otkriva koliko učenici imaju smisla za grafički prikaz. Istraživanja pokazuju da učenici svih dobnih skupina često grafički prikaz tumače kao doslovne slike, a ne kao simboličke prikaze nekih situacija. Učenicima je dan graf i trebaju odabrati tvrdnju koja najbolje opisuje priču koju graf prikazuje. Njihovi odgovori otkrivaju interpretiraju li značajke grafa doslovno (na primjer, nagib prema gore tumače kao penjanje uz brdo) ili razmatraju točke podatke i odnose koje opisuju.

### Kako se potiče proces učenja kod učenika?

Sposobnost tumačenja grafova važna je vještina u matematici i ostalim disciplinama, posebno u znanosti. Ova strategija potiče učenike da koriste svoje razumijevanje grafičkih prikaza u svrhu tumačenja grafova. Učeničko razumijevanje grafičkih prikaza podataka nadilazi proceduralne vještine izrade grafova za analizu grafičkih podataka.

### Kako ova strategija pomaže učitelju?

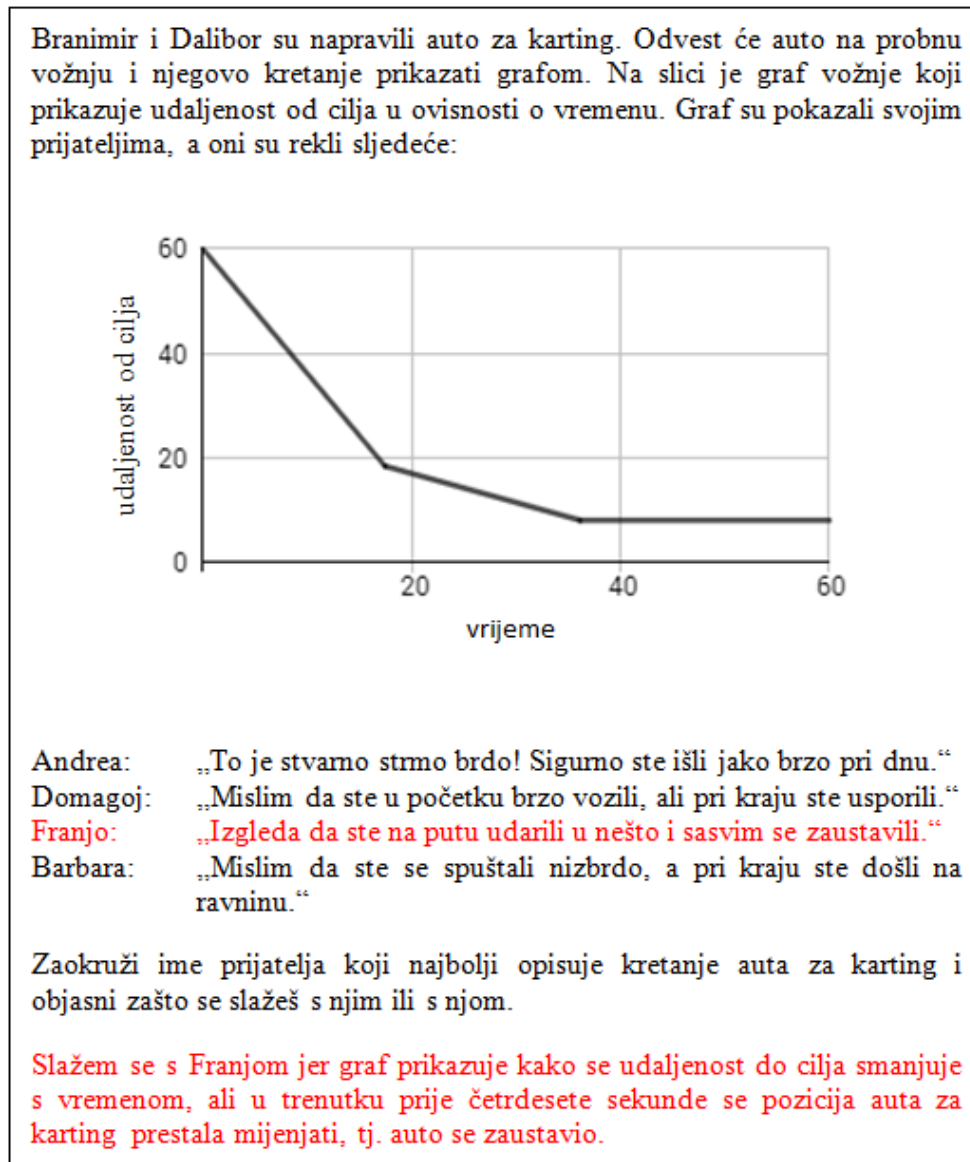
*Svaki graf predstavlja priču* pomaže učiteljima u otkrivanju čestih pogrešaka koje učenici čine prilikom tumačenja grafa. Vizualnost je bitan element za učenike koji koriste grafove, pogotovo u fizikalnim situacijama koje uključuju vrijeme i udaljenost. Ova strategija pomaže učiteljima uočiti tumače li učenici vizualne karakteristike grafa doslovno (na primjer, nagib prema gore tumače kao penjanje uz brdo) ili konceptualno razumiju kako jedna vrsta podataka u grafu ovisi ili je povezana s drugom.

### Planiranje i provedba strategije

Ovako bi glasila uputa za učitelja. Prilikom odabira grafova, odaberite one koji predstavljaju situacije iz stvarnog života koje su poznate učenicima. Osmislite izjave koje: (1) djelomično odražavaju stvarne podatke, (2) doslovno odražavaju tumačenje vizualnih komponenti, (3) točno opisuju podatke. Potrebno je upoznati učenike s grafom i označenim osima. Grafovi koji prikazuju ovisnost udaljenosti o vremenu su posebno korisni za ovu vrstu strategije. Neka učenici objasne zašto su odabrali određenu izjavu koja opisuje priču grafa. Omogućite učenicima kratku raspravu u kojoj međusobno komentiraju vlastita tumačenja grafa.

**Primjer 3.4.** Dani primjer prikazuje kako se strategija *Svaki graf predstavlja priču* može provoditi u prvom razredu srednje škole. Iako se učenici tek u osmom razredu upoznaju s gibanjima i pripadnim grafovima, zadatak je uz dodatna objašnjenja moguće provesti i

u sedmom razredu osnovne škole. Učenicima je u sklopu nastavne jedinice *Graf linearne funkcije* dan nastavni listić kao na Slici 4 koja prikazuje graf koji se odnosi na udaljenost i vrijeme. Učenici trebaju odabrati jednu od ponuđenih izjava koja opisuje priču grafa i objasniti zašto sa ju odabrali. Mogući (ali ne i nužno točni) odgovori učenika označeni su crvenom bojom.



Slika 4: Graf linearne funkcije

### Opća svojstva provedbe strategije

Ova strategija nije sasvim jednostavna za korištenje u nastavi, vremenski je srednje zahtjevna, a od učenika zahtijeva visoke kognitivne procese.

### Prilagodbe strategije

Ova strategija se može promijeniti koristeći otvoreni pristup koji učenicima daje graf, a oni sami moraju osmisliti priču koja opisuje što se događa na grafu.

## Upozorenja

Bitno je da su učenici upoznati s oznakama na osima. Na primjer, ako je grafom prikazna akceleracija, a učenici ne znaju razliku između akceleracije i brzine, tada je problem u vokabularu, a ne grafu.

## 3.5 Primjer, protuprimjer

### Opis strategije

Osmisliti i ispitati primjere i protuprimjere otkriva učenikovo razumijevanje te način na koji interpretira definicije matematičkih pojmova.

### Kako se potiče proces učenja kod učenika?

Osmisliti primjere i protuprimjere zahtijeva drugačije kognitivne sposobnosti i vještine od onih koje se koriste za izvođenje određenih postupka ili pamćenje definicije. Često se učenicima postavi pitanje "Je li ovo primjer...?" Učenici moraju pažljivo razmotriti karakteristike brojeva ili objekta kako bi odgovorili na to pitanje. U ovoj strategiji učenici trebaju osmisliti vlastite primjere i objasniti zašto jesu ili nisu primjeri određenog matematičkog pojma. Umjesto da im se daju primjeri koje je učitelj odabrao, na ovaj način učenici razvijaju kritičku vještinu koju će upotrebljavati tokom cijelog školavanja u nastavi matematike.

### Kako ova strategija pomaže učitelju?

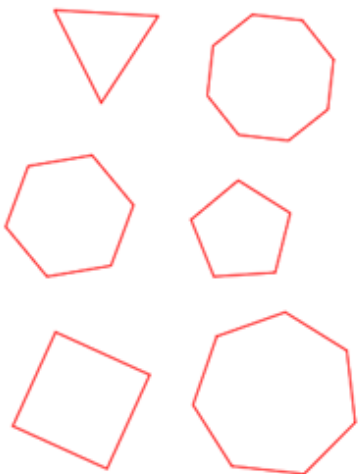
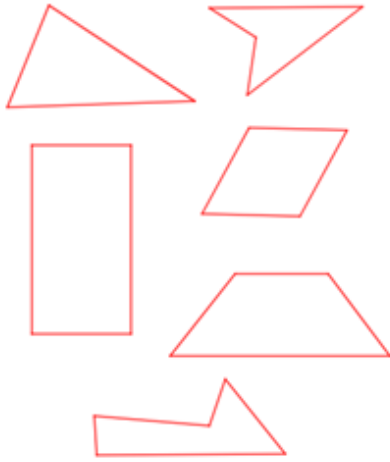
Razumijevanje matematičkih pojmova i terminologije je ključno za učenikovu sposobnost razumijevanja i rješavanja problema. Ova strategija može pomoći učitelju procijeniti u kojoj mjeri učenici mogu primjeniti pravilo ili definiciju s kojima su se tek upoznali.

### Planiranje i provedba strategije

Ovako bi glasila uputa za učitelja. Ova strategija se može koristiti prilikom uvođenja i objašnjavanja novog pojma, ali i nakon što su učenici upoznati s određenim pojmom. Od učenika se traži da razmisle o onome što su prethodno naučili o određenom konceptu ili pojmu, osmisle vlastite primjere i protuprimjere te navedu pravilo ili definiciju koje zadovoljavaju njihovi primjeri i protuprimjeri. Prvo odredite pojam za koji će učenici trebati osmisliti primjere i protuprimjere. Zatim napravite tablicu kao na Slici 5 koju će učenici popuniti svojim primjerima i protuprimjerima te na dnu opisati pravilo ili definiciju koju su koristili. Učenici mogu raditi samostalno ili u manjim grupama. Neka međusobno komentiraju koje su primjere i protuprimjere osmislili te koje su pravilo ili definiciju koristili. Učitelj može odabrati određene primjere i organizirati razrednu raspravu o tome jesu li učenici osmislili odgovarajuće primjere i protuprimjere te koje se pravilo ili definicija trebalo koristiti za definiranje riječi ili objašnjavanje koncepta.

**Primjer 3.5.** Dani primjer prikazuje kako se strategija *Primjer, protuprimjer* može provoditi u sedmom razredu osnovne škole. Učenicima je u sklopu nastavne jedinice *Pravilni mnogokuti* dan nastavni listić kao na Slici 6. Učenici trebaju nacrtati što više različitih primjera i

protuprimjera pravilnih mnogokuta. Mogući (**ali ne i nužno točni**) odgovori učenika označeni su crvenom bojom.

Ravninski oblici koji su pravilni mnogokuti	Ravninski oblici koji nisu pravilni mnogokuti
Nacrtaj što više različitih primjera.	Nacrtaj što više različitih protuprimjera.
	
<p>Napiši pravilo koje si koristio/la kako bi odlučio/la je li mnogokut pravilan:</p> <p><b>Pravilni mnogokut je mnogokut kojemu su sve stranice jednake duljine i svi kutovi jednake veličine.</b></p>	

Slika 5: Pravilni mnogokut

### Opća svojstva provedbe strategije

Ova strategija se jednostavno koristi u nastavi, vremenski je srednje zahtjevna, a od učenika zahtijeva srednje kognitivne procese.

### Prilagodbe strategije

Nekim učenicima su potrebni vizualni znakovi i zbog toga se ova strategija može koristiti kao sortiranje kratica. Potrebno je napraviti primjere i protuprimjere na karticama i dati ih učenicima kako bi ih sortirali u dvije kategorije.

### Upozorenja

Iako se ova strategija može koristiti kao poticaj za prepoznavanje prethodnog znanja, najbolje ju je koristiti za praćenje koliko su učenici naučili određeni koncept ili mogu li primijeniti definiciju. Važno je učenicima na vrijeme dati povratne informacije.

## 3.6 Lista izbora – opravdaj odabir

### Opis strategije

*Lista izbora* započinje izjavom ili pitanjem o nekom matematičkom pojmu ili proceduri. Navedeni su primjeri koji odgovaraju ili ne odgovaraju danoj izjavi ili pitanju. Učenik treba odabrati primjere koji odgovaraju danoj izjavi ili pitanju te objasniti zašto su njih odabrali.

### Kako se potiče proces učenja kod učenika?

*Lista izbora* potiče učenike na razmišljanje o matematičkim pojmovima ili procedurama. Može se iskoristiti za poticanje kratke rasprave u kojoj bi učenici u manjim skupinama usporedili svoja rješenja i razmjenili ideje. Ovu strategiju se može koristiti u bilo kojem dijelu nastavnog sata. Ako ju se koristi u uvodnom dijelu, ona će pomoći učenicima za stvaranje predodžbe o matematičkom pojmu koji se treba usvojiti tijekom sata. Također može poslužiti kao refleksija u završnom dijelu gdje će učenici učvrstiti znanja o već poznatim pojmovima ili procedurama.

### Kako ova strategija pomaže učitelju?

Tokom ove strategije učenici koriste prethodno stečena znanja o matematičkom pojmu ili proceduri. Učenikovo razumijevanje, to jest nerazumijevanje pojma ili procedure će se očitovati u njegovom odgovoru. Ova strategija pomaže učitelju da sazna mogu li učenici povezati određeni pojam ili proceduru s različitim primjerima. Nemogućnost povezivanja često upućuje na učenikov problem s generalizacijom. Stoga je važno pažljivo slušati kada učenici objašnjavaju svoje odabire i reagirati ukoliko se uoči pogrešna veza između nekog od primjera i zadanog matematičkog pojma ili procedure. Također, učitelj može uočiti koliko brzo učenici mogu povezati stare i nove matematičke ideje. To može ukazati na potrebu za dodatnim aktivnostima koje podupiru prijenos učenja u nove kontekste.

### Planiranje i provedba strategije

Ovako bi glasila uputa za učitelja. Osmislite *Listu izbora* tako da ispituje temeljne ideje u matematici i da ima kognitivnu istraživačku osnovu koja će pomoći učitelju pri odabiru primjera koji mogu zbuniti učenike. *Lista izbora* pogodna je za samostalno rješavanje, ali i za rad u paru ili u manjim skupinama kako bi učenici razmijenili ideje te zajedno odredili koji bi primjeri s popisa trebali biti odabrani. Može se organizirati kratka rasprava kako bi skupine podijelile svoja rješenja s ostalima i dobile povratne informacije od drugih učenika.

**Primjer 3.6.** Dani primjer prikazuje kako se strategija *Lista izbora – opravdaj odabir* može provoditi u osmom razredu osnovne škole. Učenicima je u sklopu nastavne cjeline koja proučava Pitagorin poučak i njegov obrat dan nastavni listić kao na Slici 6. Učenici trebaju među ponuđenim duljinama stranica odabrati one koje čine pravokutni trokut. Mogući (**ali ne i nužno točni**) odgovori učenika označeni su crvenom bojom.

Je li trokut sa zadanim duljinama stranica pravokutan?

<p>A. <math>a = 5 \text{ cm}</math>  <math>b = 7 \text{ cm}</math>  <math>c = 11 \text{ cm}</math></p>	<p>B. <math>x = 2.4 \text{ dm}</math>  <math>y = 3 \text{ dm}</math>  <math>z = 1.8 \text{ dm}</math></p>
<p>C. <math>a = 13 \text{ mm}</math>  <math>b = 11 \text{ mm}</math>  <math>c = 5 \text{ mm}</math></p>	<p>D. <math>x = 2\sqrt{2} \text{ cm}</math>  <math>y = \sqrt{11} \text{ cm}</math>  <math>z = \sqrt{3} \text{ cm}</math></p>

Objasni zašto je trokut sa zadanim duljinama stranica pravokutan!

<p>A. <math>5^2 + 7^2 = 11^2</math>  <math>25 + 49 = 121</math>  <math>74 = 121</math></p> <p>Za duljine stranica ne vrijedi Pitagorin poučak pa trokut nije pravokutan.</p>	<p>B. <math>1.8^2 + 2.4^2 = 3^2</math>  <math>3.24 + 5.76 = 9</math>  <math>9 = 9</math></p> <p>Za duljine stranica vrijedi Pitagorin poučak pa je trokut pravokutan.</p>
<p>C. <math>5^2 + 11^2 = 13^2</math>  <math>25 + 121 = 169</math>  <math>146 = 169</math></p> <p>Za duljine stranica ne vrijedi Pitagorin poučak pa trokut nije pravokutan.</p>	<p>D. <math>\sqrt{3}^2 + (2\sqrt{2})^2 = \sqrt{11}^2</math>  <math>3 + 8 = 11</math>  <math>11 = 11</math></p> <p>Za duljine stranica vrijedi Pitagorin poučak pa je trokut pravokutan.</p>

Slika 6: Pitagorin poučak i njegov obrat

### Opća svojstva provedbe strategije

Ova strategija se jednostavno koristi u nastavi, vremenski je srednje zahtjevna, a od učenika zahtijeva srednje do visoke kognitivne procese.

### Prilagodbe strategije

Neki učenici možda neće prepoznati neku riječ, simbol koji je na popisu ili upotrebu pravog poučka. Učenicima se može dopustiti da prekriže nepoznate riječi kako bi se usredotočili na one poznate. Za mlađe učenike je prikladnije staviti slike.

### Upozorenja

Učenici trebaju biti upoznati s riječima ili simbolima koji su navedeni jer bi se u suprotnom nastavni sat mogao svesti na vježbu vokabulara.

## 3.7 Izbaci uljeza

### Opis strategije

Izbaci uljeza je strategija u kojoj učenik između nekoliko elemenata treba odabrati jedan koji ne pripada grupi i objasniti zašto je njega odabrao. Grupa može sadržavati brojeve, simbole, slike, matematičke pojmove, ...

### Kako se potiče proces učenja kod učenika?

Razmišljajući o sličnostima i različitostima, učenici razmišljaju na izazovan i zanimljiv način. Nakon što su imali priliku samostalno analizirati odnos između elemenata, ova strategija se može iskoristiti za poticanje rasprave u malim skupinama učenika. Tokom rasprave o svojim idejama, učenici mogu promijeniti svoje mišljenje ili pronaći način kako bi dokazali ili opovrgnuli svoje ideje.

### Kako ova strategija pomaže učitelju?

Ova strategija se može koristiti na početku nastavne jedinice kako bi učitelj saznao što učenici već znaju o njoj. Također se može koristiti tijekom razvoja konceptualnog razumijevanja kako bi se ispitali razlozi koje učenici koriste prilikom uspoređivanja elemenata. Učitelji pomoću ove strategije mogu ispitati na koji način njihovi učenici povezuju koncepte.

### Planiranje i provedba strategije

Ovako bi glasila uputa za učitelja. Odaberite elemente koji mogu formirati grupu u kojoj se jedan od njih opravdano ne uklapa s ostalima. Budite sigurni da ste odabrali elemente i odnos koji nije odmah očigledan kako biste omogućili dublje razmišljanje kod učenika. Zadatak se može podijeliti na nastavnom listiću, prikazati putem LCD projektora ili pomoću skupa kartica. Prije nego učenici počnu analizirati odnos između elemenata, napomenite koja je tema. Neka učenici zapišu vlastita razmišljanja i odgovore prije razgovora o svojim idejama s partnerom ili u malim skupinama. Omogućite im dovoljno vremena za razgovor prije nego se odluče tko je uljez.

**Primjer 3.7.** Dani primjer prikazuje kako se strategija *Izbaci uljeza* može provoditi u petom razredu osnovne škole. Učenicima je u sklopu nastavne jedinice *Skraćivanje razlomaka* dan nastavni listić kao na Slici 7. Učenici trebaju u svakom retku zaokružiti razlomak koji se ne uklapa s ostalima i objasniti zbog čega se ne uklapa. Mogući (ali ne i nužno točni) odgovori učenika označeni su crvenom bojom.

Tko je uljez? Zaokruži ga u svakom retku.				Objašnjenje
9/6	15/18	10/6	21/18	Svi ostali razlomci mogu se skratiti s 3, a 10/6 ne može.
2/10	7/8	6/21	16/6	7/8 je neskrativ razlomak, a svi ostali su skrativi.
2/3	10/15	20/30	5/7	Skaćivanjem svih razlomaka, osim 5/7, se dobiju 2/3.

Slika 7: Skraćivanje razlomaka

### Opća svojstva provedbe strategije

Ova strategija se jednostavno koristi u nastavi, vremenski je srednje zahtjevna, a od učenika zahtijeva srednje do visoke kognitivne procese.

### Prilagodbe strategije

Mlađim učenicima mogu se dati primjeri na karticama. Od ponuđenih kartica trebaju odabrati jednu koja ne pripada toj grupi kartica.

### Upozorenja

Učenici trebaju biti upoznati s pojmovima ili formulama prije nego počnu ispitivati odnose među njima. Moguće je da će neki učenici odabrati drugi element kao uljez te ispravno objasniti odnose koje učitelj nije imao na umu kada je sastavljao primjer.

## 3.8 Strategija žetve

### Opis strategije

U ovoj strategiji učenici rješavaju problemski zadatak, a zatim među svojim vršnjacima traže drugačije strategije kojima su riješili problem. Učenici bilježe druge strategije i opisuju kako se one razlikuju od one koju su sami koristili. Tijekom ovog procesa, učenici međusobno daju povratne informacije o strategiji koju su koristili.

### Kako se potiče proces učenja kod učenika?

Strategija žetve pruža učenicima priliku da analiziraju strategije drugih učenika i usporede ih sa svojom. Prilikom ispitivanja drugih strategija, učenici ih mogu nadograđivati ili dodati neke nove ideje. Ova strategija omogućuje da učenici prije rasprave sa cijelim razredom međusobno dijele vlastite strategije, postavljaju pitanja i daju povratne informacije.

### Kako ova strategija pomaže učitelju?

Učitelj može koristiti strategiju žetve za prikupljanje informacija o strategijama koje



su učenici koristili kako bi odlučio koje će se od njih podijeliti s cijelim razredom. Ako učitelj koristi ovu strategiju prije poučavanja, ona mu omogućuje da prikupljene informacije iskoristi za planiranje nastavnih jedinica koje usmjeravaju učenike prema određenoj strategiji. No, ako ju koristi tijekom faze razvoja koncepta, učitelj može prikupljene informacije iskoristiti kako bi se utvrdilo koliko su učenici sposobni primjenjivati nove spoznaje u kontekstu rješavanja problema.

### Planiranje i provedba strategije

Ovako bi glasila uputa za učitelja. Podijelite učenicima nastavne listiće poput predloška iz Primjera 3.8 i upoznajte ih s problemom koji trebaju riješiti. Neka učenici samostalno riješe problem i svoj postupak rješavanja zapišu u prvi odjeljak na nastavnom listiću. Ovisno o složenosti problema, odredite broj strategija i vrijeme koje je potrebno za "žetvu". Zatražite od učenika da se ustanu i pronađu partnera tako da uspostave kontakt očima s nekim tko ne sjedi pokraj njih. Zamolite svaki par da odabere tko će biti partner A, a tko će biti partner B. Prvo partner A objašnjava svoju strategiju, dok partner B postavlja pitanja i daje povratne informacije. Nakon toga uloge se mijenjaju. Nastavite ovaj proces s dva do tri dodatna partnera. Na kraju ove strategije, zamolite nekoliko dobrovoljaca da podijele i objasne neku od prikupljenih strategija.

**Primjer 3.8.** Dani primjer prikazuje kako se *Strategija žetve* može provoditi u četvrtom razredu osnovne škole. Učenicima je u sklopu nastavne jedinice *Oduzimanje u skupu brojeva do milijun* dan sljedeći zadatak:

*Luka će sa svojim prijateljima proslaviti svoj deseti rođendan u dječjoj igraonici. Najviše od svega im se sviđa veliki bazen pun loptica. U bazenu je ukupno 672 loptice. 284 od njih su crvene, a ostale su plave boje. Koliko je plavih loptica u bazenu?*

Mogući (**ali ne i nužno točni**) odgovori učenika označeni su crvenom bojom.

Moje rješenje	Klara
$672 - 284 = ?$ $672 - 200 = 472$ $472 - 80 = 392$ $392 - 4 = 388$	$11$ $672$ $-284$ $388$
Lea	Mateo
$672 - 272 = 400$ $400 - 10 = 390$ $390 - 2 = 388$	$672 - 284$ $\downarrow +6 \quad \downarrow +6$ $678 - 290$ $\downarrow +10 \quad \downarrow +10$ $688 - 300 = 388$

Slika 8: Oduzimanje u skupu brojeva do milijun

## **Opća svojstva provedbe strategije**

Ova strategija nije sasvim jednostavna za korištenje u nastavi, vremenski je srednje zahtjevna, a od učenika zahtijeva visoke kognitivne procese.

## **Prilagodbe strategije**

Učenici mogu problemski zadatak rješavati i u paru, a potom formirati grupe po četiri učenika kako bi razmijenili strategije. Potrebno vrijeme i broj partnera mogu se promijeniti ovisno o složenosti problema. Za manje složene probleme, može se koristiti pristup gdje se učenici brzo kreću od partnera do partnera kako bi pronašli barem jednu strategiju koja se razlikuje od njihove.

## **Upozorenja**

Prilikom grupnog rješavanja problema, zbog vremenskih ograničenja, ali i zbog razine opuštenosti, nemaju svi učenici priliku dijeliti informacije, postavljati pitanja i dati povratne informacije. Također, učenici koji se teško koncentriraju ili slušaju, mogu imati problema prilikom izvođenja ove strategije. Obzirom da će u učionici biti prisutna visoka razina buke jer mnogi učenici razgovaraju u isto vrijeme, parovi se mogu raširiti po učionici kako bi mogli bolje čuti svog partnera.

## **3.9 Deset - dva**

### **Opis strategije**

*Deset - dva* je strategija koja označava da nakon svakih 10 minuta nastave trebaju biti 2 minute za razgovor između učenika. Učenici mogu raditi samostalno, u paru ili u timovima kako bi ukratko ponovili, popunili praznine u znanju i pomogli jedni drugima pojasniti neke pojmove.

### **Kako se potiče proces učenja kod učenika?**

Strategija *Deset - dva* pruža metakognitivnu priliku učenicima da češće razmišljaju i ukratko ponove tokom nastave. Ova strategija je posebno korisna ako su učenici izloženi velikoj količini novih informacija te teškim i apstraktnim idejama koje prezentira učitelj, gostujući predavač ili ako su prikazane putem video, audio ili drugih medija.

### **Kako ova strategija pomaže učitelju?**

*Deset - dva* se prvenstveno koristi kao metakognitivna tehnika poučavanja. Povezujući ju s formativnim vrednovanjem u svrhu informiranja nastave, učitelj pita učenike jesu li spremni nastaviti s radom nakon što su imali priliku sažeti gradivo. Kruženjem kroz učionicu i pregledavanjem sažetaka, ili slušanjem diskusija s partnerom, učitelj može otkriti imaju li učenici poteškoća s informacijama i jesu li spremni nastaviti dalje bez pomoći učitelja. Povratne informacije učenika o primjeni ove strategije mogu potaknuti kritičku potrebu za ubacivanjem kratkog perioda za razmišljanje tijekom bilo kojeg nastavnog sata.

## **Planiranje i provedba strategije**

Ovako bi glasila uputa za učitelja. Objasnite učenicima svrhu ove strategije. Nakon deset minuta nastave, dajte učenicima dvije minute kako bi ukratko ponovili, pogledali svoje bilješke, zabilježili ključne točke, ili razgovarali s partnerom o tome što su do sada naučili. Kombinirajte ovu strategiju sa strategijom *Kartice s prometnim svjetlima* kako biste prikupili povratne informacije o tome jesu li učenici spremni nastaviti ili trebaju vremena za dodatnu raspravu o nekim nejasnoćama i nedoumicama. Nastavite dalje s nastavom i ako je potrebno nakon 10 minuta opet napravite pauzu od 2 minute. Objasnite učenicima svrhu ove strategije kada ju prvi puta koristite. Na taj način ćete dobiti povratnu informaciju o tome je li njima bila korisna.

## **Opća svojstva provedbe strategije**

Ova strategija se jednostavno koristi u nastavi, vremenski nije zahtjevana, a od učenika zahtijeva srednje do visoke kognitivne procese.

## **Prilagodbe strategije**

Može se koristiti bilo koji vremenski interval: 5 - 1, 7 - 2, 10 - 3, 15 - 5 sve dok on pruža dovoljno vremena za poučavanje i razmišljanje.

## **Upozorenja**

Pauze za sažimanje informacija trebaju se napraviti samo kada tijekom nastavnog sata nije ugrožen. Pauze u intervalima od 10 minuta bez razmatranja kako se pojmovi razvijaju može pridonijeti nedosljednosti.

## **3.10 Kartice s prometnim svjetlima**

### **Opis strategije**

Učenicima se dodjeljuju tri kartice koje su u bojama prometnih svjetala - crvena, žuta i zelena. Svaka boja predstavlja razinu razumijevanja učenika. Zelena znači "Ovo dobro shvaćam", žuta znači "Veći dio toga razumijem, ali potrebna mi je mala pomoć", a crvena znači "Pomoć! Ne shvaćam". Učitelj zatraži od učenika da sami procijene svoje razumijevanje o konceptu ili vještini koju uče i da podignu karticu koja najbolje odgovara njihovom trenutnom razumijevanju.

### **Kako se potiče proces učenja kod učenika?**

Kartice s prometnim svjetlima promiču metakogniciju i pomažu učenicima razviti vještine samovrednovanja. Učenici koriste kartice koje pokazuju učitelju kada im je potrebna dodatna podrška za njihovo učenje.

### **Kako ova strategija pomaže učitelju?**

*Kartice s prometnim svjetlima* je strategija koja se može koristiti u bilo kojem trenutku. Pomaže učitelju procijeniti razumijevanje učenika i zauzvrat može izvjestiti o daljnjem tempu

nastave. Boje ukazuju na to da učenici dosta, djelomično ili minimalno razumiju. Kada učitelj zatraži od učenika da podignu karticu koja najbolje predstavlja njihovu trenutnu razinu razumijevanja, dobije brzi pregled cijelog razreda, ali i razinu razumijevanja učenika pojedinačno. Ako većina učenika drži crvene kartice, to je učitelju jasan znak da mora mijenjati nastavu kako bi se zadovoljile potrebe razreda. U slučaju da većina učenika drži zelene kartice, tada učitelj može nastaviti dalje s nastavom. Ako su sve tri boje podjednako zastupljene, tada je većini učenika potrebna podrška učitelja i vršnjaka prije nego što se nastavi dalje. Na primjer, učenici sa zelenim karticama mogu pomoći učenicima sa žutim karticama u rješavanju poteškoća u njihovom razumijevanju. Na taj način učitelj se može posvetiti učenicima s crvenim karticama koji mogu imati ozbiljnije poteškoće u učenju.

### Planiranje i provedba strategije

Ovako bi glasila uputa za učitelja. Izrežite zelene, žute i crvene pravokutnike ili krugove iz kartona. Svaki učenik dobiva set od tri kartice koje će čuvati unutar bilježnice. Kada učitelj namjerava koristiti kartice s prometnim svjetlima, na početku nastavnog sata traži od učenika da ih stave na stol. U trenutku kada je učitelju potrebna povratna informacija od učenika o njihovom razumijevanju, traži od njih da uzmu u ruke karticu koja predstavlja koliko dobro razumiju što rade ili su naučili do sada. Može se koristiti plakat s prometnim svjetlima u učionici kako bi podsjetio učenike što koja boja predstavlja.



Slika 9: Kartice s prometnim svjetlima

## Opća svojstva provedbe strategije

Ova strategija se jednostavno koristi u nastavi, vremenski nije zahtjevana, a od učenika zahtijeva niske kognitivne procese.

## Prilagodbe strategije

Kartice s prometnim svjetlima mogu se koristiti kako bi se provjerilo jesu li učenici spremni nastaviti s nastavom ili sljedećim korakom u postupku. Zelena strana označava da su spremni, žuta da je potrebno usporiti, a crvena strana da još nisu spremni.



Slika 10: Kartice s prometnim svjetlima za spremnost učenika

## Upozorenja

Važno je da učenici sa zelenim karticama koji pomažu učenicima sa žutim karticama točno pristupaju sadržaju ili vještinama tako da se nejasnoće jednog učenika ne prenesu na druge. Potrebno je pažljivo odabrati učenike koji će pomoći svojim vršnjacima. Učitelj bi trebao povremeno poslušati njihove rasprave kako bi mogao utvrditi koliko su učenici sposobni pomoći drugima.

## 3.11 Dvije zvijezde i želja

### Opis strategije

Strategija *Dvije zvijezde i želja* omogućuje učenicima povratnu informaciju njihovog rada. Ova strategija uravnotežava pozitivne komentare s potrebom za napretkom učenika. Prve dvije rečenice pružaju detaljne komentare dobrih značajki učenikova rada, dok treća rečenica potiče daljnji napredak učenika.

### Kako se potiče proces učenja kod učenika?

Određeni komentari, i oni pozitivni, i oni koji ukazuju potrebu za napredovanjem, omogućuju učenicima bolje razumijevanje vlastite razine znanja, ali i nejasnoće te propuste u znanju. Detaljni komentari učeniku pružaju bolji uvid kako poboljšati svoje znanje i učenje, dok komentari kao *Odlično*, *Lijepo si to objasnio*, *Treba prepraviti* ili *Nejasno* ne

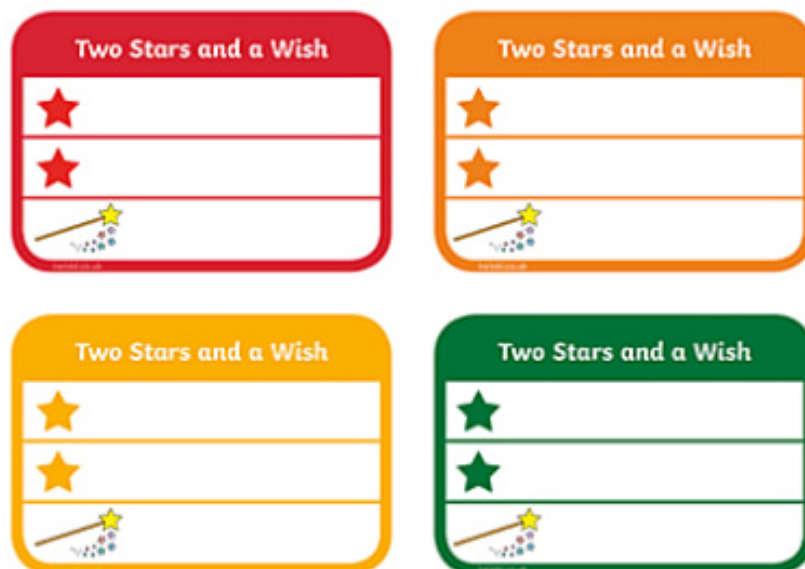
potiču učenike na daljnji napredak. Dva pozitivna komentara će povećati samopouzdanje i samopoštovanje učenika koji se obično osjećaju obeshrabreno i odustaju kada su u pisanim provjerama većinom prisutni netočni odgovori i niske ocjene. Ovaj pristup je osobito koristan kod učenika s lošijim ocjenama kako bi se povećala njihova želja za učenjem i uspjehom. Obzirom da učenici ne donose mišljenje i osude na temelju dobivenih ocjena, oni se osjećaju uspješnima dokle god priznaju da mogu bolje.

### Kako ova strategija pomaže učitelju?

Učitelj koji koristi ovu strategiju podržava ozračje u učionici koje je usredotočeno na uspjeh i vjerovanje da svi učenici mogu uspjeti kada je povratna informacija usmjerena na cilj učenja. Komentari također potiču učenike da s učiteljem raspravljaju o svojem znanju i nejasnoćama kako bi učitelj mogao individualizirati napredak za svakog učenika.

### Planiranje i provedba strategije

Ovako bi glasila uputa za učitelja. Koristite zadatke koji učenicima daju priliku pokazati svoje konceptualno razumijevanje, uključuju rješavanje problema s više koraka, objašnjavanje provedenih koraka, stvaranje i opravdavanje pretpostavki te primjera i protu-primjera. Umjesto označavanja točnih i netočnih odgovora, potražite u cijelom radu dijelove koje ćete pohvaliti, a zatim jedan dio koji učenik treba poboljšati. Komentare možete napisati uz rub učenikova rada ili na samoljepljive listiće koje ćete zalijepiti na rad.



Slika 11: Samoljepljivi listići

Sljedeći primjeri prikazuju kako se može provoditi strategija *Dvije zvijezde i želja*.

**Primjer 3.9.** Povratne informacije učeniku srednje škole o strategiji koju je koristio za rješavanje problema:

*”Prepoznao si bitne i nebitne informacije iz problema i tvoj odgovor je jasno naznačen. Međutim, izostavio si jedan dio bitnih informacija prilikom rješavanja zadatka. Molim te pregledaj rješenje i ono što si označio bitnim kako bi utvrdio što nedostaje.”*

**Primjer 3.10.** Povratne informacije učeniku prvog razreda srednje škole o domaćoj zadaći iz linerane funkcije:

*”Svaki od zadataka si ispravno nacrtao i točno označio sjecište s osi ordinata. Iako je postupak određivanja nagiba pravca točan, odabir točaka koje koristiš ponekad je pogrešan. Potraži u bilježnici postupak kojim provjeravamo pripada li točka danom pravcu. Koristi taj postupak za sve zadatke kako bi utvrdio koji od dobivenih nagiba treba ponovno izračunati.”*

**Primjer 3.11.** Povratne informacije učeniku sedmog razreda osnovne škole o analizi i prikazivanju podataka koje je izradio za domaću zadaću:




*”Tvoja tablica frekvencija i stupčasti dijagram jasno prikazuju podatke o najdražoj boji koje smo jučer prikupili u razredu. Smislio si dva pitanja na koja se može izravno odgovoriti iz dijagrama tako da se pronade broj učenika koji vole određenu boju. Podsjeti se kako se računaju središnji kutovi kako bi nacrtao kružni dijagram relativnih frekvencija.”*

### Opća svojstva provedbe strategije

Ova strategija se jednostavno koristi u nastavi, vremenski je srednje zahtjevna, a od učenika zahtijeva srednje kognitivne procese.

### Prilagodbe strategije

Ovu strategiju također mogu koristiti i učenici za samoprocjenu vlastitog rada ili vrednovanje rada drugih učenika. Može se koristiti nastavni listić kao na Slici 12 gdje učenici trebaju dati dvije pozitivne izjave o svom radu ili radu njihovih vršnjaka i ukazuju na jedno područje koje se može poboljšati.

Dvije zvijezde i želja	
Tvoje ime: _____	
Ime partnera: _____	
Pokraj zvijezda napiši dvije stvari koje je tvoj partner dobro napravio, a pokraj čarobnog štapića ono što treba poboljšati.	
	<input type="text"/>
	<input type="text"/>
	<input type="text"/>

Slika 12: Vrednovanje rada drugih učenika

## Upozorenja

Budući da *Dvije zvijezde i želja* stavlja naglasak na napredovanje i praćenje napredovanja učenika, učenici trebaju više vremena za čitanje i reagiranje na komentare učitelja. Potrebno je u razredu osigurati određeno vrijeme kada će učenici provjeriti i ispraviti greške koje ste naveli u komentarima.

### 3.12 Vrijeme čekanja

#### Opis strategije

Strategija *Vrijeme čekanja*, također poznata i kao „čudotvorna pauza“, ima opsežnu povijest istraživanja. Mary Buddy Rove, nekadašnja profesorica Sveučilišta na Floridi, provedenim istraživanjem otkrila je važnost tišine u učionici. Njeno istraživanje pokazuje kako učitelji nakon postavljenog pitanja nemaju tendenciju ostavljati više od jedne sekunde vremena i čekati da netko od učenika odgovori na postavljeno pitanje. Zbog toga učitelji vrlo često daju vlastita obrazloženja na neodgovoreno pitanje. *Vrijeme čekanja* je interval između trenutka kada je učitelj postavio pitanje i trenutka kada je učenik ili učitelj dao odgovor na to pitanje. Kada učitelj poveća vrijeme čekanja na najmanje 3 sekunde, povećava se sudjelovanje učenika u nastavi, odgovori su detaljniji te se razvija kompleksan način razmišljanja.

#### Kako se potiče proces učenja kod učenika?

Kompleksna pitanja zahtijevaju vrijeme koje je potrebno učenicima da formiraju odgovor, a *Vrijeme čekanja* im upravo daje priliku za razmišljanje. Postoji mnogo različitih prednosti ove strategije ako je *Vrijeme čekanja* 3 - 5 sekundi:

- Učenici daju dulje i detaljnije odgovore.
- Učenici razmišljaju i stvaraju hipoteze.
- Učenici daju dokaze za svoje ideje i zaključke.
- Veći broj učenika odgovora na pitanja.
- Učenici odgovaraju s više samopouzdanja i sigurnosti.
- Učenici više razgovaraju s ostalim učenicima.
- Učenici postavljaju više pitanja.
- Učenici manje koriste izraz „ne znam“.
- Disciplinski problemi se smanjuju kako učenici postaju sve više uključeni u nastavu.
- Postignuće se poboljšava na kognitivno kompleksnim temama.



## Na koji način se unaprijeđuje nastava i pomaže učitelju?

Uz povećanje broja učenika koji sudjeluju u razrednim raspravama, ova strategija također daje informaciju o postignutom razumijevanju kod učenika i njihovom načinu razmišljanja. S obzirom da *Vrijeme čekanja* omogućuje dulje i detaljnije odgovore, učitelj stječe bolji dojam o tome što učenici znaju i o njihovim argumentima koje koriste pri formuliranju svojih ideja. Osim toga, primjenjujući ovu strategiju učitelj dobiva informacije o napretku i učenju sve većeg broja učenika. Učitelj koristi te informacije kako bi pratio učenikov proces učenja i prilagodio nastavu potrebama učenja u razredu. Osim unaprijeđivanja učeničkog razmišljanja i informiranja o nastavi, ova strategija ima sljedeće učinke na učiteljeve vještine:

- Učiteljevi odgovori su promišljeniji i teže održati odgovrajući smjer i tok rasprave.
- Povećava se kvaliteta učiteljeve povratne informacije.
- Učitelj postavlja manje pitanja, a pitanja koja postavi traže povećanje kognitivne razine.
- Učitelj očekuje više od onih koji nisu sudjelovali.

## Planiranje i provedba strategije

Ovako bi glasila uputa za učitelja. Učenici su naviknuti na veliku količinu pitanja i odgovora. Objasnite im što je *Vrijeme čekanja* i zašto se koristi kako bi shvatili razlog vaše duge pauze nakon postavljanog pitanja. Pokušajte uvesti *Vrijeme čekanja* kao razrednu normu koju prakticiraju obje strane, kako učitelj tako i učenici. Vježbajte *Vrijeme čekanja* brojeći u sebi najmanje tri sekunde (jedan - jedna tisuća, dva - dvije tisuće, tri - tri tisuće) prije prozivanja učenika. Nastavite koristiti *Vrijeme čekanja* tri do pet sekundi nakon što učenik odgovori na vaše pitanje i prije nego mu date svoj odgovor kako bi i ostatak razreda imao dovoljno vremena za razmišljanje o danom odgovoru. Koristite upute kao što su: „Želim da svi pažljivo razmislite o vlastitim idejama prije nego što počnemo tražiti odgovor na ovo pitanje“ ili „Malo ću pričekati kako bi svi imali priliku razmisliti prije nego vas zamolim da podijelite svoje mišljenje“ jer takve upute potiču nestrpljive učenike na čekanje. Učitelji trebaju namjerno praviti pauze, čime ukazuju da je vrijeme za razmišljanje, a onda zatražiti od učenika da ne podižu ruke dok učitelj ne da znak za to. Ponekad je korisno da učenici prvo zabilježe svoje ideje na papir prije nego što učitelj zatraži odgovore. Drugi način je da učenici u paru razgovaraju o postavljenom pitanju.

**Primjer 3.12.** Dani primjer prikazuje kako se strategija *Vrijeme čekanja* može provoditi u petom razredu osnovne škole:

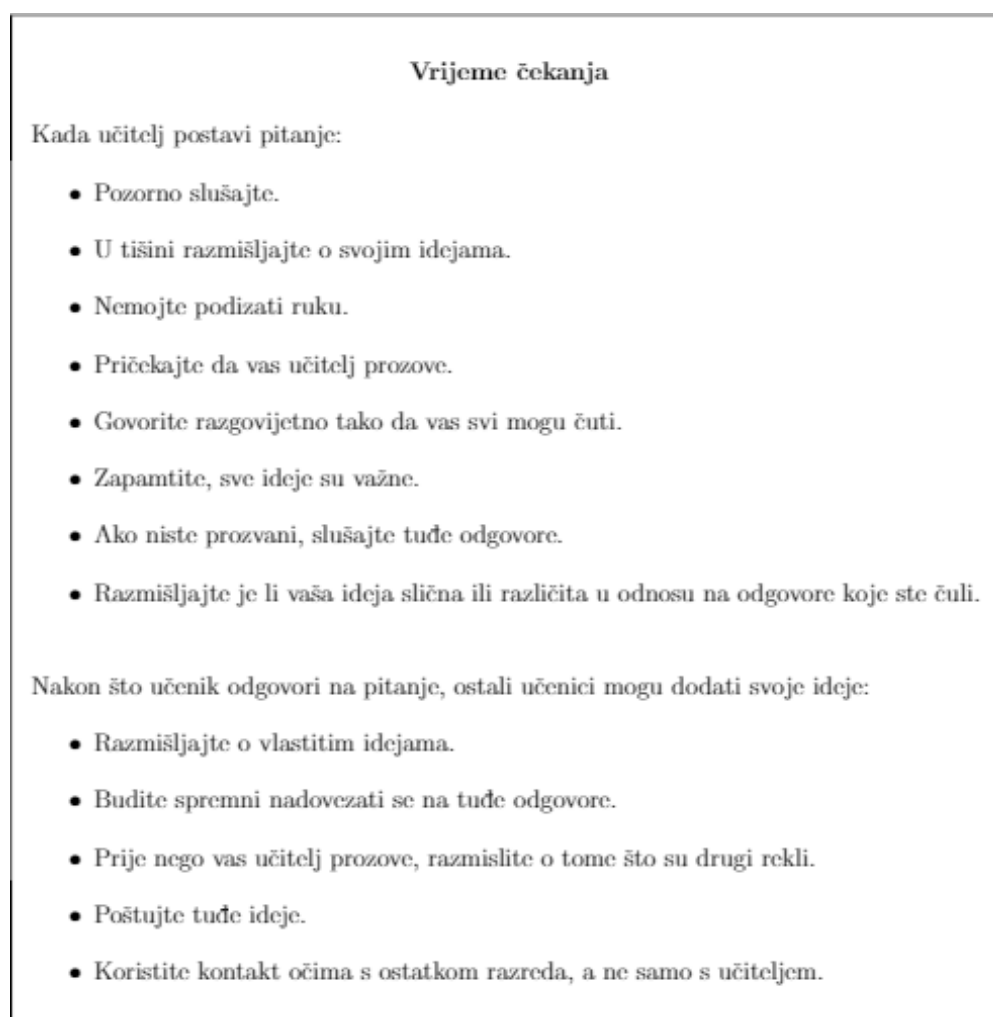
*”Sada kada smo naučili koji brojevi su prosti, a koji složeni, razmislimo o broju 1. Što vi mislite, je li broj 1 prost ili složen broj?” Brojiti u sebi 4 sekunde prije odabiranja učenika koji će odgovoriti. Tomislav odgovara: ”Ja mislim da broj 1 nije ni prost ni složen broj.” Pričekati 4 sekunde prije odgovaranja učeniku ili prozivanja drugog. ”Tomislav je istaknuo da broj 1 nije ni prost ni složen. Želim da prvo razmislite o tome, a onda čuti tko se od vas slaže, ne slaže ili bi želio nešto dodati na ovo što je Tomislav rekao”. Opet pričekati.*

## Opća svojstva provedbe strategije

Ova strategija se jednostavno koristi u nastavi, vremenski nije zahtjevana, a od učenika zahtijeva srednje kognitivne procese.

## Prilagodbe strategije

*Vrijeme čekanja* također se može primjeniti prilikom rada u paru ili u malim grupama. Podsjetite učenike da pričekaju i razmisle prije nego odgovore drugom učeniku ili se nadovežu na nečiji odgovor, kako bi svi imali priliku razmisliti i obraditi svoje ideje. Možete koristiti plakat s pravilima kao na Slici 13, kako bi pomogli učenicima primjenjivati strategiju *Vrijeme čekanja*.



Slika 13: Razredni plakat za *Vrijeme čekanja*

## Upozorenja

Tri do pet sekundi tišine može se činiti stvarno dugo. Učenici su naučili da ako dovoljno dugo šute, učitelj će odgovoriti umjesto njih. Nije dobro podleći šutnji učenika koji čekaju da učitelj sam odgovori na postavljeno pitanje, kao ni odustajati iako se niti jedan učenik

nije javio. Umjesto da učitelj odgovori, treba nasumično prozovati nekog učenika. Nije dobro ni upadati s komentarima dok učenici u tišini razmišljaju, kako se ne bi omelo njihovo razmišljanje.

## 4 Digitalni alati

U današnje vrijeme, digitalno doba 21. stoljeća, način i tempo života su prilično drugačiji nego prije 20 godina. Inovativna tehnologija sve se brže razvija i ne može se zamisliti život bez raznih kućanskih uređaja, osobnih računala, videoigrica, tableta, pametnih telefona... Djeca su od svoje najranije dobi okružena tehnologijom te prije nego krenu u školu nauče koristiti razne digitalne uređaje. Zbog toga se način socijalizacije, razmišljanja i učenja današnjih učenika bitno promijenio od svojih roditelja. Klasične metode učenja nisu dovoljne kako bi učitelji i učenici maksimalno iskoristili svoje potencijale. Potrebni su novi načini pristupanja nastavnim sadržajima koji zahtijevaju promjene u dosadašnjem načinu rada učitelja. Nastavu se treba učiniti zanimljivijom i dinamičnijom kako bi se učenike motiviralo na aktivnije sudjelovanje u nastavnom procesu. Potrebne promjene otvaraju prostor za primjenu suvremenih informacijsko-komunikacijskih tehnologija (IKT-a). Javlja se novi digitalni alati kojima se pristupa vrlo jednostavno, a njihova korist je višestruka. Koristeći digitalne alate u svrhu formativnog vrednovanja, učitelj na inovativan i pouzdan način provjera trenutno znanje učenika koje svima postaje zanimljivije. Više nema pasivnih učenika u razredu jer su svi učenici uključeni u nastavne aktivnosti. Na taj način se može potaknuti natjecateljski duh kod učenika, ali i motivirati ih da se više posvete nastavnom sadržaju kako bi se bolje pripremili za nadolazeće nastavne sate.

Postoji niz besplatnih alata koji su svima dostupni i jednostavni za implementaciju u nastavi. Neki od njih su Plickers i Kahoot.

### 4.1 Plickers

*Plickers* je odličan alat za izradu individualnih provjera znanja, grupnih kvizova ili anketa koji automatski prikuplja i analizira dobivene podatke. Zapravo je riječ o papirnatim karticama koje su jedinstvene za svakog učenika i izgledom podsjećaju na QR kodove. Nakon što učitelj postavi pitanje, učenici trebaju pravilno postaviti svoju karticu i time prikazati svoj odgovor. Učitelj prikuplja rezultate tako da svojim mobilnim uređajem skenira sve kartice.

Kako bi učitelj mogao koristiti *Plickers* u nastavi, potrebni su mu računalo, projektor, internet veza te tablet ili mobilni uređaj na kojem je preuzeta aplikacija *Plickers*. Nakon besplatne prijave na stranici <https://www.plickers.com/>, otvara se jednostavno sučelje koje se sastoji od nekoliko opcija: biblioteka (*Library*), izvješća (*Reports*), razredi (*Classes*), pregled uživo (*Live View*) i kartice (*Cards*). Odabirom odgovarajuće opcije, učitelj može unositi pitanja i moguće odgovore, pogledati analizu rezultata za svako postavljeno pitanje po pojedinom razredu i po pojedinom učeniku, kreirati svoje razrede i upisati učenike kojima se dodijeli broj kartice, pokrenuti pitanja učenicima, ispisati kartice koje prikazuju odgovore.

Prvo se trebaju kreirati razredi i upisati prava imena i prezimena učenika. Svakom učeniku se automatski dodijeli jedinstvena kartica s odgovarajućim brojem. Osim identifikacijskog broja, na kartici se nalazi kod koji na svakoj strani ima zabilježena slova A, B, C i D. Slova su sitno napisana kako drugi učenici ne bi mogli vidjeti prikazani odgovor. Nakon

što je učitelj kreirao pitanja te ispisao i podijelio kartice učenicima, treba preuzeti aplikaciju *Plickers* na svoj tablet ili mobilni uređaj. Dok se pitanja pokreću pomoću aplikacije na mobilnom uređaju, ona se istodobno otvaraju na računalu u web aplikaciji i prikazuju na platnu pomoću projektora. Učenici trebaju podići karticu tako da stranu koda sa slovom ispred točnog odgovora okrenu prema gore. Nakon toga, učitelj kamerom mobilnog uređaja skenira odgovore koji se automatski bilježe i prosljeđuju web aplikaciji. Učitelj pomoću *Plickersa* na brz i jednostavan način dobiva povratnu informaciju o znanju svakog učenika koja se pohranjuje na njegov mobilni uređaj.



Slika 14: *Plickers* u nastavi (preuzeto iz [6])

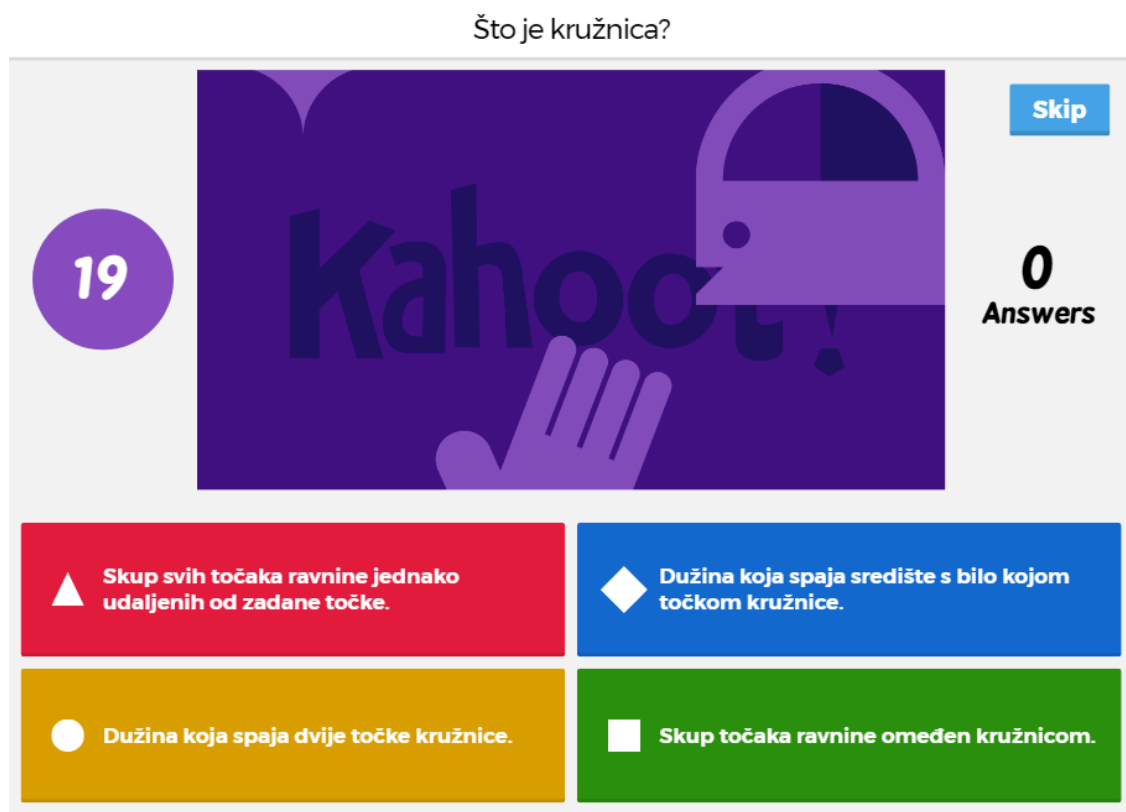
## 4.2 Kahoot

*Kahoot* je jednostavan i interaktivni alat za izradu kvizova, anketa ili poticanje rasprave, koji kroz igru koristi elemente učenja. Kviz se pokreće na računalu i prikazuje pomoću projektora, a učenici mu mogu pristupiti na računalu, tabletu ili mobilnom uređaju koji mora imati pristup internetu i internetski preglednik. Učenici na svojim uređajima nemaju prikazane ponudene odgovore. Umjesto odgovora prikazana su polja različitih boja i s različitim simbolima, a učenici trebaju odabrati ono polje za koje smatraju da označuje točan odgovor. Za svaki točan odgovor učenici dobiju određeni broj bodova koji ovisi o vremenu unutar kojeg se točno odgovorilo.

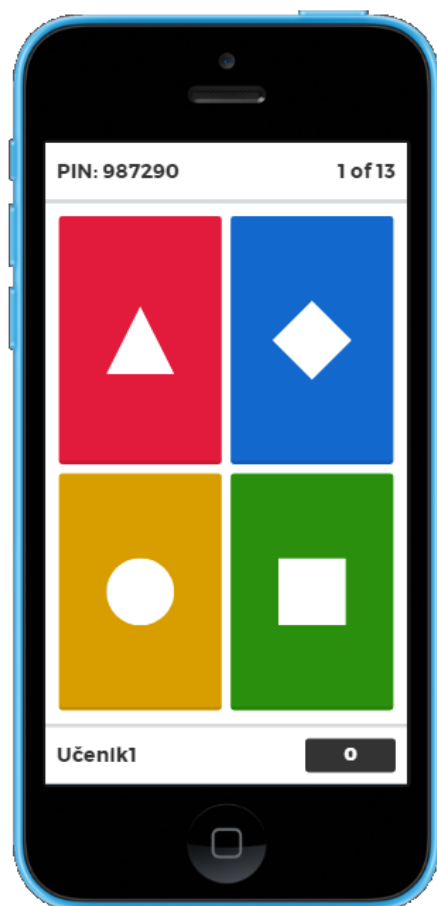
Kako bi učitelj mogao koristiti *Kahoot* u nastavi, prvo mora izvršiti besplatnu prijavu na stranici <https://create.kahoot.it> te među ponuđenim opcijama odabrati onu za izradu

kviza. Potrebno je upisati naziv kviza i njegov opis, a opcionalno se može dodati i naslovna slika te urediti postavke privatnosti. Prilikom unosa pitanja i odgovora, treba smanjiti količinu teksta jer tekst pitanja i odgovora može sadržavati samo 95, odnosno 60 znakova. Također se može označiti više točnih odgovora, odrediti boduje li se pitanje ili ne te namjestiti vrijeme koje je potrebno za odgovaranje na pitanje. Nakon što su unesena sva pitanja, kviz je moguće testirati.

Nakon što učitelj pokrene kviz, treba odabrati hoće li učenici igrati u timovima ili će svaki pojedinačno. Kako bi učenici pristupili kvizu, u pregledniku svoga uređaja trebaju upisati adresu [www.kahoot.it](http://www.kahoot.it), a potom unijeti slučajno generiran pin koji je prikazan na učiteljevom zaslonu i svoje ime. Pitanja su prikazana pomoću projektor, a nakon 5 sekundi započinje odbrojavanje i ponuđeni su odgovori koji su označeni različitim bojama i simbolima kao na Slici 15. Umjesto odgovora, učenicima su prikazana polja različitih boja i s različitim simbolima kao na Slici 16. Učenici na svojim uređajima trebaju odabrati ono polje za koje smatraju da označuje točan odgovor. Nakon svakog pitanja, učenici na svom zaslonu vide jesu li točno odgovorili, koliko su osvojili bodova, njihov ukupan broj bodova i poredak na ljestvici prema rezultatima. Za to vrijeme na zaslonu učitelja prikaže se točan odgovor, broj učenika koji su odabrali pojedini odgovor te ljestvica koja prikazuje ukupan broj bodova pet najboljih učenika. Nedostatak ovog alata je što se rezultati učenika mogu pratiti jedino za vrijeme kviza zbog čega učitelj nema mogućnost dugotrajnog praćenja rezultata učenika.



Slika 15: Učiteljev zaslon



Slika 16: Učeničkov zaslon

## 5 Zaključak

Uspješni odgojno - obrazovni sustav se osim na kvalitetnom učenju i poučavanju temelji i na razvoju kompetencija koje su prepoznate kao ciljevi matematičkoga obrazovanja. Cilj ovoga rada bio je istaknuti kako za razvijanje očekivanih učeničkih kompetencija nije dovoljno kontinuirano provjeravanje i ocjenjivanje usvojenosti postignuća sumativnim vrednovanjem. Za razliku od sumativnog vrednovanja kojim se procjenjuje razina postignuća učenika, formativno vrednovanje jest vrednovanje učeničkih postignuća radi davanja informacija o učeničkome napredovanju i unapređivanju budućega učenja i poučavanja, poticanja učeničkih refleksija o učenju, utvrđivanja manjkavosti u učenju, prepoznavanja snaga te planiranja budućega učenja i poučavanja (Prijedlog Okvira za vrednovanje procesa i ishoda učenja u osnovnoškolskome i srednjoškolskome odgoju i obrazovanju, 2016., str. 3). Kontinuirano provđenje formativnoga vrednovanja rezultira kvalitetnijom nastavom, većom motivacijom za učenje i višom razinom usvojenosti postignuća učenika.



## Literatura

- [1] D. BRAJKOVIĆ, S. KADUM - BOŠNJAK, *Praćenje, provjeravanje i ocjenjivanje učenika u nastavi*, Metodički obzori: časopis za odgojno-obrazovnu teoriju i praksu, Vol.2 (2007.), str. 1 - 6
- [2] H. GUSTOVIĆ LJUBIĆ, *Kahoot! kvizovi u nastavi*, PROFIL KLETT, 2016.  
<https://www.profil-klett.hr/kahoot-kvizovi-u-nastavi>
- [3] P.D. KEELEY, C.R. TOBEY, *Mathematics Formative Assessment: 75 Practical Strategies for Linking Assessment, Instruction, and Learning*, Thousand Oaks, Ca: Corwin, 2011.
- [4] V. KULETO, *Značaj kvaliteta povratne informacije u obrazovnom procesu*, 2013.  
<http://www.valentinkuleto.com/2013/03/znacaj-kvaliteta-povratne-informacije-u-obraz>
- [5] Z. KURNIK, *Ocjenjivanje*, Matematika i škola, Vol.9 (2007.), str. 35 - 51
- [6] A. LEKO, *Nekoliko koraka do drukčije nastave uz alat Plickers*, 2017.  
<https://www.profil-klett.hr/nekoliko-koraka-do-drukčije-nastave-uz-alat-plickers>
- [7] M. MARINOVIĆ, *Nastava povijesti usmjerena prema ishodima učenja*, 2014.  
[http://www.azoo.hr/images/izdanja/nastava\\_povijesti/Nastava\\_povijesti.pdf](http://www.azoo.hr/images/izdanja/nastava_povijesti/Nastava_povijesti.pdf)
- [8] MINISTARSTVO ZNANOSTI I OBRAZOVANJA, *Pravilnik o načinima, postupcima i elementima vrednovanja učenika u osnovnoj i srednjoj školi*, 2010.  
[http://www.azoo.hr/images/stories/dokumenti/propisi/Pravilnici\\_06.pdf](http://www.azoo.hr/images/stories/dokumenti/propisi/Pravilnici_06.pdf)
- [9] MINISTARSTVO ZNANOSTI I OBRAZOVANJA, *Prijedlog Okvira nacionalnoga kurikuluma*, 2016.  
<http://www.kurikulum.hr>
- [10] MINISTARSTVO ZNANOSTI I OBRAZOVANJA, *Prijedlog Nacionalnoga kurikuluma za osnovnoškolski odgoj i obrazovanje*, 2016.  
<http://www.kurikulum.hr>
- [11] MINISTARSTVO ZNANOSTI I OBRAZOVANJA, *Nacionalni dokumnet matematičkoga područja kurikuluma*, 2016.  
<http://www.kurikulum.hr>
- [12] MINISTARSTVO ZNANOSTI I OBRAZOVANJA, *Prijedlog Nacionalnoga kurikuluma nastavnoga predmeta - matematika*, 2016.  
<http://www.kurikulum.hr>
- [13] MINISTARSTVO ZNANOSTI I OBRAZOVANJA, *Prijedlog Okvira za vrednovanje procesa i ishoda učenja u osnovnoškolskome i srednjoškolskome odgoju i obrazovanju*, 2016.  
<http://www.kurikulum.hr>

- [14] T. NEGULIĆ, *Kahoot – sustav za odgovaranje i kvizove temeljen na igri*, e-Laboratorij, 2015.  
<http://e-laboratorij.carnet.hr/kahoot-game-based-sustav-za-odgovaranje-i-kvizove/>
- [15] E. NIMAC, *Definiranje i vrednovanje postignuća učenika*, 2007.  
<https://www.scribd.com/document/116232708/Definiranje-i-Vrednovanje-Postignuca-Ucenika>
- [16] E. VEŽA *Nešto novo, nešto staro – SID 2015*, Pogled kroz prozor, 2015.  
<https://pogledkrozprozor.wordpress.com/2015/03/31/neto-novo-neto-staro-sid-2015/>
- [17] *Kahoot!*  
<https://kahoot.com/welcomeback/>
- [18] *Plickers*  
<https://www.plickers.com/>

**Sažetak.** Školovanje je neizostavni dio života svakoga čovjeka. Uspješni odgojno - obrazovni sustav se osim na kvalitetnom učenju i poučavanju temelji i na razvoju kompetencija koje su prepoznate kao ciljevi matematičkoga obrazovanja. U takvom sustavu, učenik je središnji sudionik odgojno - obrazovnoga procesa u kojem je naglašena njegova aktivna uloga u procesu učenja te pozitivno i poticajno okruženje u kojem će razvijati sve svoje potencijale. Ovim radom definirat će se ključni pojmovi za razvijanje očekivanih kompetencija učenika, a najbitniji među njima je vrednovanje. Osim toga, ovim radom će se definirati i oblici vrednovanja s obzirom na njegovu svrhu i najveću pažnju će se posvetiti formativnome vrednovanju. Osim oblika vrednovanja, definirat će se i pristupi vrednovanju koji se primjenjuju za prikupljanje informacija o učenikovu učenju i njegovim postignućima. Nadalje, u svrhu formativnoga vrednovanja odabrane su strategije i digitalni alati koji su potkrijepljeni primjerima primjene u nastavi.

**Ključne riječi:** odgojno - obrazovni ishodi, kompetencije, vrednovanje, formativno vrednovanje

**Summary.** Education is an indispensable part of every man's life. A successful educational system besides quality learning and teaching is also based on the development of competences recognized as the goals of mathematical education. In such a system, the student is a central participant in the educational process in which his active role in the learning process is emphasized and a positive and stimulating environment in which he will develop all his potential. This work will define key concepts for developing students' expected competencies, and the most important of them is evaluation. In addition, this work will also define the forms of valuation with regard to its purpose and the greatest attention will be paid to formative assessment. In addition to the forms of evaluation, the evaluation approaches that will be used to collect information on student learning and its achievements will be defined. Further, for the purpose of formative assessment, strategies and digital tools have been selected, supported by the examples of teaching practice.

**Key words:** educational outcomes, competences, evaluation, formative assessment

## Životopis

Rođena sam 24. kolovoza 1990. godine u Našicama. U Osnovnoj školi Dore Pejačević započela sam svoje obrazovanje. Nakon završetka osnovne škole upisala sam prirodoslovno-matematičku gimnaziju u Srednjoj školi Isidora Kršnjavog. Po završetku srednjoškolskog obrazovanja, 2009. godine upisujem Sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike na Odjelu za matematiku u Osijeku.