

# Matematika za gluhe i slijepe

---

Stjepanović, Mirjam

Master's thesis / Diplomski rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Mathematics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:126:690445>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-22**



**mathos**

Repository / Repozitorij:

[Repository of School of Applied Mathematics and Informatics](#)



Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku  
Odjel za matematiku  
Sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike

**Mirjam Stjepanović**  
**Matematika za gluhe i slijepe**

Diplomski rad

Mentor: izv.prof. dr. sc. Ivan Matić

Osijek, 2019.

# Sadržaj

Uvod	i
<b>1 Učenici s teškoćama u razvoju</b>	<b>1</b>
1.1 Orijentacijska lista vrsta teškoća u razvoju . . . . .	1
1.1.1 Poremećaji govorno-glasovne komunikacije . . . . .	2
1.2 Primjeri programi odgoja i obrazovanja učenika s teškoćama . . . . .	2
<b>2 Gluhoća i preporuke nastavnicima</b>	<b>4</b>
2.1 Oštećenje sluha . . . . .	4
2.2 Načini komunikacije s učenicima oštećenog sluha . . . . .	4
2.3 Pristup nastavnika gluhim i naglušim učenicima . . . . .	6
2.4 Edukacija gluhih . . . . .	7
<b>3 Matematika u "tišini"</b>	<b>8</b>
3.1 Znakovni jezik i matematika . . . . .	8
3.2 Vizualizacija primjera . . . . .	9
<b>4 Sljepoća i preporuke nastavnicima</b>	<b>11</b>
4.1 Oštećenje vida . . . . .	11
4.2 Načini komunikacije s učenicima oštećenog vida . . . . .	11
4.2.1 Braillevo pismo . . . . .	11
4.2.2 Pomagala za ispis Brailleovog pisma . . . . .	12
4.3 Pristup nastavnika učenicima oštećenog vida . . . . .	13
4.4 Matematička edukacija slijepih . . . . .	14
<b>5 Matematika u "mraku"</b>	<b>15</b>
5.1 Nemeth Braillevo pismo i matematika . . . . .	15
5.1.1 Brojevi i neki matematički izrazi . . . . .	17
5.2 Primjena kreativnosti kroz primjere rješavanja raznih zadataka . . . . .	21
<b>6 O slijepim matematičarima</b>	<b>29</b>
<b>7 Djeca s teškoćama u razvoju u Tanzaniji</b>	<b>30</b>
7.1 Školovanje djece s teškoćama u školi sv. Franje u Tanzaniji . . . . .	31
<b>8 Zaključak</b>	<b>32</b>
<b>9 Sažetak</b>	<b>33</b>
<b>10 Abstract</b>	<b>34</b>
<b>11 Životopis</b>	<b>35</b>



## Uvod

U ovom radu naglasak je na matematici za gluhe i slijepe što znači da ćemo promotrit matematiku kroz primjere na njihovom "jezicima", znakovnom i brajici, te ćemo promotrit kreativne načine poučavanja matematike učenika s oštećenjem vida i oštećenjem sluha, gdje je naglasak na gluhim i slijepim učenicima. No, prije toga, prvo ćemo promotriti tko su učenici s teškoćama u razvoju i primjere programa odgoja i obrazovanja učenika s teškoćama.

U drugom i trećem poglavlju objasniti ćemo pojam i vrste oštećenja sluha te načine komunikacije s učenicima s oštećenjem sluha jer postoje mnogi nastavnici koji nikada nisu predavali gluhim učenicima što ne znači da nikada i neće. Promotrit ćemo matematiku iz njihove perspektive i na njihovom jeziku kroz neke primjere. Također, spomenut ćemo neke kreativne načine poučavanja matematike, a naglasak će biti na potpuno gluhim učenicima.

U četvrtom i petom poglavlju objasniti ćemo pojam oštećenja vida te načine komunikacije s učenicima s oštećenjem vida. Promotrit ćemo matematiku kroz razne primjere na Nemeth Brailleovom pismu, a prikazat ćemo i načine poučavanja matematike kroz kreativnost i pretvaranje vizualnih primjera u nevizualne kako bi učenici što bolje razumjeli gradivo.

Spomenut ćemo i matematičare koji su unatoč sljepoći pridonijeli znanosti. Na kraju rada ćemo, kroz kratki opis, promotrit život djece s teškoćama u razvoju, koja su također i učenici, u siromašnoj zemlji Tanzaniji.

# 1 Učenici s teškoćama u razvoju

Djeca s teškoćama u razvoju su djeca s trajnijim posebnim potrebama, a odnose se na urođena i stečena stanja organizma, koja prema svojoj prirodi zahtijevaju poseban stručni pristup kako bi se omogućilo izražavanje i razvoj sačuvanih sposobnosti djeteta i time što kvalitetniji daljnji odgoj i život. Djeca s teškoćama u razvoju su cjelovite osobe koje su nekome sestra, brat ili prijatelj. Dijete s teškoćama u razvoju ima ista prava kao bilo koja druga djevojčica ili dječak i ako im se pruži prilika, pokazat će potencijal u vođenju života koji ih ispunjava i doprinijeti će svojoj zajednici.

Prema *Pravilniku o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju* navodi se da je učenik čije sposobnosti u međudjelovanju s čimbenicima iz okoline ograničavaju njegovo puno, učinkovito i ravnopravno sudjelovanje u odgojno-obrazovnom procesu s ostalim učenicima, a proizlaze iz:

1. tjelesnih,
2. mentalnih,
3. intelektualnih osjetilnih oštećenja i poremećaja funkcija,
4. kombinacije više vrsta gore navedenih oštećenja i poremećaja.

Odgoj i obrazovanje učenika temelji se na načelima prihvaćanja različitosti učenika, prihvaćanja različitih osobitosti razvoja učenika, osiguravanja uvjeta i potpore za ostvarivanje maksimalnoga razvoja potencijala svakoga pojedinog učenika, izjednačavanja mogućnosti za postizanje najvećega mogućeg stupnja obrazovanja te osiguravanja odgoja i obrazovanja učenika što bliže njegovu mjestu stanovanja.

## 1.1 Orijehtacijska lista vrsta teškoća u razvoju

Prema *Pravilniku o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju* definirana je orijentacijska lista vrsta i stupnjeva teškoća u razvoju te su navedene sljedeće vrste teškoća u razvoju:

1. oštećenje vida,
2. oštećenje sluha,
3. poremećaji govorno-glasovne komunikacije i specifične teškoće u učenju,
4. tjelesni invaliditet,
5. mentalna retardacija,
6. poremećaji u ponašanju uvjetovani organskim faktorima ili progredirajućim psihopatološkim stanjem,

7. autizam,
8. postojanje više vrsta i stupnjeva teškoća u psihofizičkom razvoju.

### 1.1.1 Poremećaji govorno-glasovne komunikacije

Poremećajima govorno-glasovne komunikacije smatraju se oni kod kojih je, zbog ireparabilnih organskih i funkcionalnih promjena u centralnom i perifernom neuromuskularnom sustavu, komunikacija govorom otežana ili ne postoji, pa je stoga potrebno osigurati primjerene uvjete za osposobljavanje i zaštitu. To uključuje glas, govor, jezik, čitanje i pisanje. U specifične teškoće u učenju ubrajamo teškoće s čitanjem, pisanjem i računanjem koje se nazivaju, redom, disleksija, disgrafija i diskalkulija. Diskalkulija je teškoća koja se posebno očitava u rješavanju matematičkih zadataka, a ukoliko se uz nju pojavljaju disleksija i disgrafija, učenje matematike je dodatno otežano.

## 1.2 Primjeri programi odgoja i obrazovanja učenika s teškoćama

Primjereni programi i oblici odgoja i obrazovanja učenika s teškoćama u razvoju ostvaruju se uz programsku i profesionalnu potporu te pedagoško-didaktičku prilagodbu. Kako ćemo se u radu susretati s prilagođenim poučavanjem učenika s teškoćama radi kvalitetnijeg učenja samog učenika, u nastavku ćemo navesti što svako od navednih područja podrazumijeva.

Primjereni programi odgoja i obrazovanja učenika su:

1. redoviti program uz individualizirane postupke,
2. redoviti program uz prilagodbu sadržaja i individualizirane postupke,
3. posebni program uz individualizirane postupke,
4. posebni programi za stjecanje kompetencija u aktivnostima svakodnevnoga života i rada uz individualizirane postupke.

Primjereni programi odgoja i obrazovanja ostvaruju se u:

1. redovitome razrednom odjelu,
2. dijelom u redovitome, a dijelom u posebnome razrednom odjelu,
3. posebnome razrednom odjelu,
4. odgojno-obrazovnoj skupini.

Pedagoško-didaktička prilagodba podrazumijeva:

1. prilagođenu informatičku opremu,

2. specifična didaktička sredstva i pomagala,
3. udžbenike prilagođene posebnim odgojno-obrazovnim potrebama učenika (u jeziku, pismu i mediju),
4. elektroakustičku opremu,
5. prilagođene oblike komuniciranja i dr.



## 2 Gluhoća i preporuke nastavnicima

Većina ljudi posjeduje povlasticu koja se zove sluh, dok postoje ljudi kojima je to uskraćeno. To su osobe koje imaju oštećenja sluha ili su gluhe. Mnogi ljudi nisu nikada imali kontakta s gluhim ili nagluhim osobama, a u ovom poglavlju objasniti ćemo pojam i vrste oštećenja sluha te komunikaciju i pristupe nastavnika prema gluhim i nagluhim učenicima.

### 2.1 Oštećenje sluha

Oštećenja sluha su gluhoća i naglušost te se razvrstavaju prema stupnju razvitka glasovnog govora i prema stupnju oštećenosti sluha.

Gluhoćom se smatra gubitak sluha veći od 93 decibela u govornim frekvencijama (500 – 4.000 Hz) i kada se ni uz pomoć slušnih pomagala ne može cjelovito percipirati glasovni govor. Prema stupnju razvitka glasovnog govora, razvrstava se na gubitak sluha bez usvojene vještine glasovnog sporazumijevanja i gubitak sluha sa usvojenom vještinom glasovnog sporazumijevanja.

Nagluhošću se smatra oštećenje sluha od 26 do 93 decibela na uhu s boljim ostacima sluha i kada je glasovni govor djelomično ili gotovo potpuno razvijen. Prema stupnju oštećenja sluha i razvijenosti glasovnog sporazumijevanja, razvrstava se na lakše, umjereno i teško oštećenje sluha.

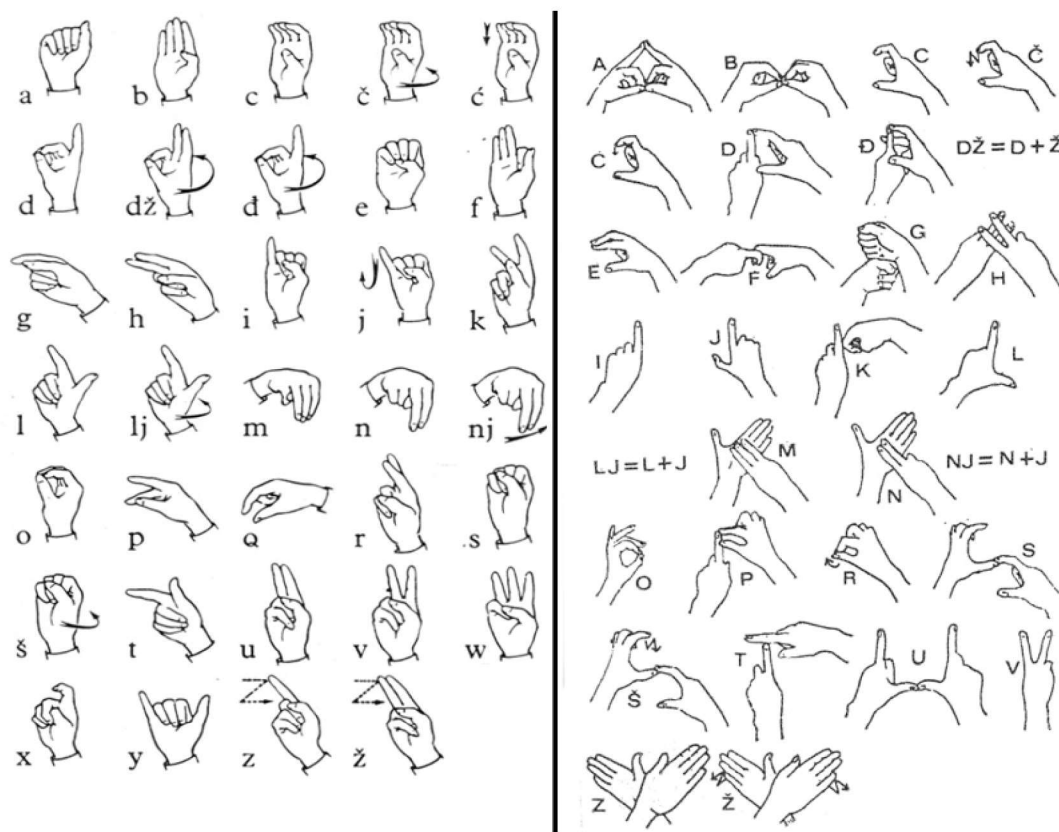
U svijetu živi oko 72 milijuna gluhih osoba, a u Hrvatskoj prema podacima Hrvatskog registra za osobe s invaliditetom 13.460 osoba s težim oštećenjem sluha. U hrvatskim redovnim školama školuje se oko 500 gluhe djece, a od toga oko 150-ero gluhe djece školuje po redovnom programu, dok ostala pohađaju specijalizirane ustanove za odgoj i obrazovanje. Najviše gluhe djece školuje se u Osječko-baranjskoj županiji, Zagrebačkoj županiji i gradu Zagrebu.

### 2.2 Načini komunikacije s učenicima oštećenog sluha

Za što bolju komunikaciju učenika s nastavnikom i ostalim učenicima, važno je upoznati se s načinima na koje oni komuniciraju. Nužno je da nastavnik prilikom dolaska učenika s oštećenjem sluha dobije informaciju o učenikovom gubitku sluha te da upozna sve učenike s poteškoćom samog učenika.

Za gluhe i nagluhe osobe često kažu da žive u "svijetu tišine". Njihov jezik govora je **znakovni jezik**. Hrvatski znakovni jezik je sustav vizualnih znakova koji tvore koncept (smisao) riječi uz pomoć posebnog položaja šake, orijentacije, položaja i smjera pokreta ruke. Uključuje i držanje tijela i glave te izraz lica koji daju intonaciju. Kombinira se očitavanjem s usana i istovremenim korištenjem pojedinih znakova koji slijede red riječi na hrvatskom jeziku. Znakovni jezik nije univerzalni jezik, svaki znakovni jezik ima svoju

vlastitu gramatiku i uči se kao svaki drugi strani jezik. Abeceda znakovnog jezika prikazana je na Slici 1.



SLIKA 1. Jednoručni i dvoručni prikaz abecede

Učenik s teškim senzoričkim oštećenjem sluha ne može čuti razgovor normalne glasnoće stoga je, da bi mu jezik i govor bili dostupni, neophodno slušno pomagalo, odnosno **ko-hlearni implantat**. S takvim trajnim oštećenjem nastavnik će se rijetko susresti u svojoj praksi, no evo preporuka i za tu vrstu oštećenja. Nastavnik mora provjeriti da li je učenik uključio svoje slušno pomagalo i čuje li ga. Uz to, u ladici je uvijek potrebno imati baterije u slučaju da se one u slušnom pomagalu učenika potroše. Dobro je znati da učenik može sudjelovati u svim aktivnostima na nastavi, ali preporuča se izbjegavanje aktivnosti u kojima može doći do udara u glavu kako ga slušno pomagalo ne bi ozlijedilo ili aktivnosti s doticajem vode. Najbolji način komunikacije bi bio kad bi gluhi učenik imao podršku komunikacijskog posrednika ili **obrazovnog prevoditelja**. No, takvih prevoditelja je vrlo malo.

Ovi načini komunikacije su vrlo važni kako bi nagluhi i gluhi učenici mogli bolje pratiti nastavu i razumjeti gradivo. Možda je puno lakše kad nastavnici trebaju tražiti povratnu informaciju jer to mogu napraviti pisanim putem tako da mu pisano postavljaju pitanja i učenik tako i odgovara.

## 2.3 Pristup nastavnika gluhim i nagluhim učenicima

Važno je da učitelj u školi tijekom odgojno-obrazovnog procesa usmjeri svoju pažnju na što više elemenata kako bi svako gluho i nagluho dijete osjetilo da je važno i da ima svoje mjesto u školi. Naglasak je ovdje na gluhom djetetu jer ono ima više poteškoća od nagluhog djeteta. Navest ćemo neke pristupe nastavnika gluhim i nagluhim osobama i neke elemente na koje bi trebao obratiti pažnju te koji će olakšati učenje i razumijevanje takvim učenicima, posebno matematike, a to su:

1. obrazovanje učitelja za uključivanje gluhe i nagluhe djece u redovni školski sustav ima snažan potencijal u uspješnoj socijalizaciji gluhih i nagluhih osoba,
2. upoznavanje sa njihovom kulturom, jezikom i načinima komunikacije,
3. biti svjestan jezičnih teškoća gluhe djece i razdvojiti vrednovanje jezičnog znanja od provjere znanja kako se hrvatski jezik ne bi javio kao prepreka razumijevanju, odnosno znanju,
4. pitanje postaviti što jednostavnijim jezikom i postavljati zadatke višestrukog izbora,
5. osigurati rječnik znakovnog jezika u učionici kako bi se olakšala komunikacija s učiteljem i ostalim učenicima u razredu
6. koristiti prezentacije da bi olakšali nastavu gluhim učenicima, a u čujućim učinili zanimljivijim,
7. pripremiti ključne pojmove koje učenik treba naučiti, pitanja, činjenice kao i stranice u knjizi na kojima se nalaze informacije koje će se koristiti na sljedećem nastavnom satu,
8. ukoliko imaju stručnu osobu ili asistenta prevodioca, s njim proanalizirati učenikov napredak,
9. smjestiti učenika što bliže nastavniku kako bi ga čuo ili očitavao s usana
10. govoriti jasno, glasno i normalnom brzinom,
11. koristiti materijale i didaktička sredstva koji se temelje na vizualnim osjetima
12. neprestano provjeravati razumijevanje (posebno kod matematičkih zadataka riječima).

I najvažnije od svega, nastavnici trebaju imati strpljenja i suosjećanja, isto kao i roditelji koji će uz podršku kod kuće morati uz suradnju s nastavnikom i sa školom osigurati djetetu individualizirani nastavni program.

## 2.4 Edukacija gluhih

Računalo s internetom jedno je od glavnih sredstava mladih osoba s oštećenjem sluha za komunikaciju općenito, a u njihovoj edukaciji igra važnu ulogu jer nudi razne izvore pomoći za učenje, razmjenu sadržaja i podršku u rješavanju nastavnih zadataka.

Međutim, posljednjih se godina traže načini da se računalo počne iskoristavati i kao multifunkcionalno radno sučelje koje osobi s oštećenjem sluha, uz auditivne informacije koje joj omogućava sustav za ozvučenje učionice, osigurava multimodalni pristup svim informacijama u nastavi te omogućava da učenik u razredu prima informacije putem slajdova, s ploče, gledajući video priloge, putem interneta, kao i pisane sažetke predavanja ili opsežnijih pisanih materijala poput knjiga i priručnika.

Ovi načini edukacije imaju važnu ulogu u poučavanju matematike jer gluhim učenicima omogućuju što više vizualizacije u nastavi.

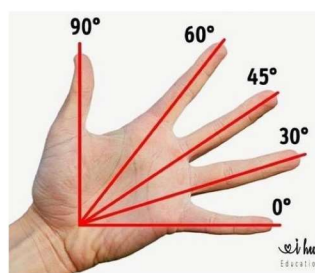
### 3 Matematika u "tišini"

Za potpuno razumijevanje matematike djeca moraju koristiti vještine koje uključuju govor, pisanje, čitanje i slušanje. Za gluha djecu koja pohađaju redovnu nastavu je izazovno jer njihove jezične vještine nisu na istoj razini kao vještine njihovih vršnjaka. Često odstupanje u znanju može biti i do 3 godine. Veliki razlog zbog kojeg takvo odstupanje postoji je razlika govornog i znakovnog jezika. Upoznat ćemo se s nekim načinima poučavanja matematike kroz primjere kako bi im olakšali i omogućili što kvalitetnije učenje matematike.

#### 3.1 Znakovni jezik i matematika

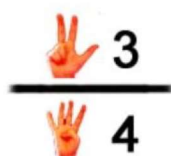
Budući da je njihov jezik znakovni jezik i najviše koriste prste, tako koriste i matematički znakovni jezik. Postoje razni video prilozima uz pomoć kojih svaki nastavnik, ukoliko ima volje, može naučiti na znakovnom jeziku kako pokazati osnovne matematičke simbole, razlomke, matrice... Tim pristupom nastavnik daje do znanja samom učeniku i ostalim učenicima u razredu da mu je važno da učenik postigne što bolji uspjeh. U nastavku pogledajmo neke kreativne primjere kroz koje se mogu objasniti neki elementi gradiva.

Kod poučavanja osnovnih mjera kutova, možete koristiti metodu šake kao što je prikazano na Slici 2.



SLIKA 2. Prikaz mjera kutova

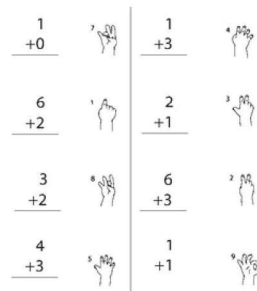
Kako prikazati razlomke? Učenicima možemo razlomak prikazati kao broj koji opisuje jedan ili više jednakih dijelova cjeline. Zanima nas kako ga prikazati u znakovnom jeziku.



SLIKA 3. Prikaz razlomka pomoću znakovnog jezika

Razlomak  $\frac{3}{4}$  prikazuje se tako da se prvo pokaže brojnik, a to je broj 3. Zatim se on transformira u nazivnik tako da povlačeći ruku prema dolje, prstima pokazujemo broj 4.

Znakovni jezik možemo uključiti i kroz radne listiće. Tim načinom ujedno potičemo i druge učenike da nauče osnove znakovnog jezika i činimo sat zanimljivijim.



SLIKA 4. Radni listić pomoću znakovnog jezika

Radni listić na Slici 4. rješava se povezivanjem s lijeve i desne strane tako da je rezultat točan. Prikazuje zbrajanje koje je primjereno za učenike nižih razreda, no isti takav listić može se primijeniti u gradivu s razlomcima tako da koristimo prikaz razlomka kao na Slici 3.

### 3.2 Vizualizacija primjera

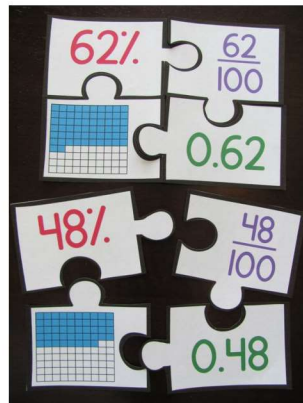
Pri poučavanju matematike gluhih i nagluhih osoba treba biti što kreativniji, koristiti što više vizualne prikaze bilo prste, didaktičke igračke ili računalo kroz igrice koje obuhvaćaju. Vizualizacija primjera na bilo koji način je vrlo bitna za učenike s oštećenjem vida. Pripremljeni pisani materijali na kojima je sve detaljno prikazano i objašnjeno su isto od velike važnosti. U nastavku ćemo prikazat vizualizaciju na primjeru množenja matrica i razlomaka.

**Množenje matrica** se može pojasniti na način da se detaljno prikaže na listiću kako se množi, tako da se istom bojom istaknu redak i stupac koji se množe te rezultat. Ponoviti na više primjera kako je prikazano na slici ispod.

$$\begin{bmatrix} 1, 2, 3 \\ 4, 5, 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 7, 8 \\ 9, 10 \\ 11, 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 58 & 64 \end{bmatrix}$$

SLIKA 5. Množenje matrica

**Razlomci** te pretvaranje razlomaka u decimalne brojeve, postotke i obrnuto mogu se povezati i istaknuti pomoću vizualne slagalice od papira ili kartica kao što je prikazano na sljedećoj slici.



SLIKA 6. Vizualna slagalica

Budući da su učenici s oštećenjem sluha vizualni tipovi, oni vide poput ostalih učenika pa uče gotovo sve isto samo što moraju imati i detaljno pisane i objašnjene materijale kako bi lakše pratili. Mogu se izražavati pisanim putem poput ostalih, jedino što pri "govoru" koriste znakovni jezik. Vizualizacija u nastavi matematike može se primijeniti na sve učenike, dok je situacija s učenicima s oštećenjem vida ipak malo zahtjevnija i u skladu s tim ćemo obraditi više primjera.

## 4 Sljepoća i preporuke nastavnicima

U ovom poglavlju promotrit ćemo "svijet" učenika s oštećenjem vida. Naglasak stavljamo na sljepoću iako je vrlo rijetko susreti se s takvim učenikom u razredu, ali to nije nemoguće. Upoznat ćemo njihov jezik i način komunikacije te načine kako postupati s učenicima s oštećenjem vida kako bi se olakšala komunikacija, poučavanje te stvorila ugodna atmosfera.

### 4.1 Oštećenje vida

Prema *Pravilniku o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju* oštećenja vida su sljepoća i slabovidnost.

Sljepoćom se smatra kada je na boljem oku, uz najbolju moguću korekciju, u osobe oštrina vida 0,05 i manje ili ostatak centralnog vida na boljem oku uz najbolju moguću korekciju 0,25 uz suženje vidnog polja na 20 stupnjeva ili manje.

Slabovidnošću se smatra oštrina vida na boljem oku s korekcijskim staklom od 0,4 i manje od tog. Slabovidne osobe mogu čitati crni uvećani tisak.

### 4.2 Načini komunikacije s učenicima oštećenog vida

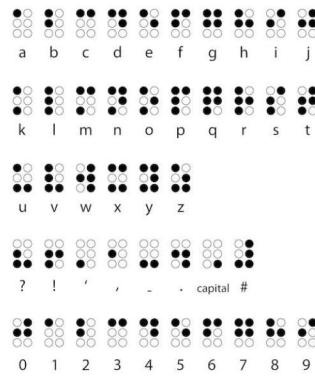
Glavni način komunikacije s učenicima oštećenog vida je govor, ukoliko učenik nije gluhoslijep. No, kod pučavanja i učenja postoje mnoge prepreke, budući da učenik ne može vizualno pratiti sadržaj. Glavni "jezik" komunikacije je pisani jezik koji se zove Brailleovo pismo ili brajica, a postoje razni uređaji i pomagala za ispis Brailleovog pisma.

#### 4.2.1 Brailleovo pismo

Brailleovo pismo je pismo za slijepce i slabovidne osobe koje se čita dodiranjem izdignutih točkica, a osmislio ga je Louis Braille koji je rođen u Francuskoj. Nesretnim slučajem ostao je slijep i s deset godina završio u institutu gdje je metoda čitanja bila poznata kao "izbočena". U reljefnim knjigama tiskana su velika izbočena slova prepoznatljiva na dodir.

No, budući da su takve knjige bile preskupe, osmislio je današnji moderni sustav. Sustav se sastoji od 6 točkica, dvije vodoravno i tri okomito, za svako slovo abecede i interpunkcijski znak. Koristi se od 19. stoljeća kao jedan od osnovnih načina učenja, a prilagođeno je na gotovo svim jezicima. Formira se u 63 kombinacije kojima se opisuju slova, brojke, glazbeni i znanstveni simboli. Na slici 7. je prikazano kako izgleda osnovno Brailleovo pismo. Kod nas se kaže i brajica.





SLIKA 7. Brailleovo pismo

Taktilnost kao grafički element koja je osnova Brailleovog pisma može se primjenjivati i primjenjuje i u drugim područjima koja nisu usko vezana za zajednicu slijepih kao što su novčanice koje koristi cijela populacija svakodnevno.



SLIKA 8. Hrvatska novčanica od 10 kuna s oznakom za slijepe - krug

Na slici iznad, prikazana je hrvatska novčanica od 10 kuna, a oznaka za slijepe je krug.

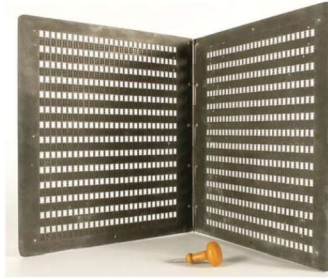
#### 4.2.2 Pomagala za ispis Brailleovog pisma

Postoje razna pomagala i tehnološki uređaji za pisanje Brailleovog pisma, no takvi uređaji su dosta skupi. Neki od njih su dvostrana Praška tablica, klasični pisači strojevi, suvremeni pisači strojevi koji se spajaju na računala, Brajev redak, Brajeva elektronička bilježnica te računala za slijepe osobe.

Budući da su tehnološki uređaji često teško dostupni zbog cijena, učenici najčešće koriste običan pisači stroj i dvostranu Parišku tablicu i šilo. Tablica može biti raznih veličina.

**Dvostrana Praška tablica** nastala je u 19. stoljeću u Pragu. Bazirana je na engleskom polukuglastom udubljenju, a omogućavala je ekonomičnost i urednost u pisanju. Slova su se utiskivala zrcalno. Kada je sklopljena, gornja stranica tablice sadrži otvore koji veličinom odgovaraju jednom brajevom znaku ili šestotočki. Šilo je pomagalo kojim se papir utiskuje u udubljenja za odgovarajuću točkicu na brajevoj tablici, tako da se točkice izdignu na poleđini. Sastoji se od drške i tankog metalnog dijela čiji je vrh tup. Oblici njegove drške su različiti, kao i materijali od kojih može biti napravljeno.

Tablica je konstruirana tako da je omogućavala obostrano i među redno pisanje i lakše čitanje, a prikazana je na Slici 9.



SLIKA 9. Dvostrana Praška tablica

### 4.3 Pristup nastavnika učenicima oštećenog vida

Mogućnost učenja matematike od strane djece s oštećenjem vida često je dovedeno u pitanje isticanjem nekih područja matematike koja zahtijevaju viziju. Međutim, mnoge takve vizualne ideje mogu se pretvoriti u ne-vizualna iskustva kako bi se omogućilo da se stekne traženo iskustvo učenja. U ovom poglavlju opisat ćemo različite čimbenike koji doprinose učenju matematike i također objašnjavaju različite pristupe tome predmetu.

Prije nego što komentiramo različite pristupe u učenju matematike učenika s oštećenjima vida, vrijedno je spomenuti različite čimbenike koji pridonose djetetovu uspjehu u učenju matematike. Neki od tih čimbenika su:

1. odabir i podučavanje prikladnih matematičkih kodova Brailleovog pisma,
2. prilagođavanje tekstualnog materijala djetetu s oštećenjem vida bez promjene prikaza ishoda učenjem tema,
3. podučavanje potrebnih izračuna na matematičkim pomagalima poput Abacusa,
4. osiguravanje ispravnog matematičkog tekstualnog materijala nakon nužnog uređivanja sadržaja i formata,
5. priprema i upotreba odgovarajućih nastavnih sredstava za nadopunu nastave u matematici,
6. metodologija koju nastavnik slijedi u nastavi matematike ima izravni utjecaj na učenje djeteta te osiguravanje raznih pristupa mogu obogatiti učenje matematike te
7. u integriranom okruženju važna je i podrška redovnog učitelja u nastavi matematike djetetu s oštećenjem vida.

Ukratko, s odgovarajućim materijalom, dobrom koordinacijom i temeljitim praćenjem programa učenja, matematika se može olakšati djeci s oštećenjem vida.

Općenito, nastavnik treba biti dobro upoznat sa situacijom i sposobnostima učenika s oštećenjem vida. Treba upoznati ostale učenike sa situacijom te dogovoriti da se raspored namještaja u učionici nikad ne mijenja kako bi se slijepi učenik mogao, jednom kad se pri-vikne na raspored, slobodno šetati učionicom.

Učenici s oštećenjem vida trebaju uvijek sijediti naprijed i ukoliko je učenik slabovidan, nastavnik treba koristiti bijelu ploču i markere te velika slova. Idealno bi bilo kada bi postojala stručna osoba za čitanje Brailleovog pisma kao pomoć u nastavi, no takvih osoba je vrlo malo.

#### 4.4 Matematička edukacija slijepih

Za kvalitetnu matematičku edukaciju slijepih i slabovidnih učenika potrebni su posebni udžbenici, pisači materijali kao i poseban školski pribor. Za računanje mogu koristiti abakus, govorni kalkulator i računala za slijepe. Za geometriju trebaju koristiti dolije za crtanje, magnetne ploče te poseban geometrijski pribor.

Problematika u nastavi javlja se i zbog nedostupnosti materijala zbog visokih cijena. Cijene svih tih materijala su poprilično visoke, a vrlo su potrebni jer bi uz njih slijepi učenik imao stvarno kvalitetnu edukaciju iz matematike. Za jedan geometrijski pribor učenik mora izdvojiti 228 kuna, a ukoliko pribor sadrži kutomjer i plodlogu za pisanje cijena je čak 418 kuna što je također i cijena folije za crtanje. Cijena naprednog govornog kalkulatora skače i do 2 000 kuna. To je ono osnovno pa možemo zamisliti kakve su cijene nekih tehnoloških uređaja. U nastavku ćemo opisat kako se koriste neki od navedenih pribora i materijala.

**Geometrijski pribor za slijepe** je plastični set sastoji se od jednakokračnog trokuta, pravokutnog trokuta, ravnala, kutomjera i šestara. Na priboru je označen svaki centimetar jednom izdignutom točkom, svakih 5 cm s dvije, a svakih 10 cm s tri točkice.

**Folije za pozitivno crtanje** su plastične folijama za crtanje i geometriju. Format folije je A4. Ako se folija umetne u gumenu podlogu i fiksira okvirom, te se po njoj napravi trag sa šilom ili kojim drugim tupim predmetom, on će se izdignuti i biti prepoznatljiv pod prstima.

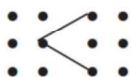
**Abakus** je uređaj koji djeca s oštećenim vidom koriste za obavljanje osnovnih matematičkih izračuna tako da se služe dodirom. Pravokutnog je oblika i koriste se abakusi s različitim brojem stupaca u različitim zemljama. Pomoću njega može se zbrajati, oduzimati, množiti, dijeliti, vaditi drugi korijen te raditi s razlomcima.

## 5 Matematika u "mraku"

U prvom dijelu ovog poglavlja saznat ćemo kako izgleda matematika zapisana pismom slijepih. Slikovito rečeno, kako izgleda matematika u "mraku". U drugom dijelu, kroz razne primjere, promotrit ćemo kako kreativnim načinima objasniti neke matematičke pojmove slijepim učenicima. Budući da su oni ne-vizualne osobe, sve vizualne primjere trebamo improvizacijom pokušati pretvoriti u nevizualne.

### 5.1 Nemeth Braillevo pismo i matematika

Abraham Nemeth razvio je kod za matematičke simbole temeljen na Brailleovom kodu za pisanje i čitanje, samo uz druga pravila. Matematički Nemeth Brailleovi kodovi koriste se u mnogim dijelovima svijeta za podučavanje matematike slijepoj djeci. Kodovi su bliski vizualnim konfiguracijama pojedinih simbola koji se koriste s djecom koja promatraju te će stoga primjena određene logike pomoći kod učenja kodova bez većih poteškoća. Na primjer, simbol za manje od ( $<$ ) piše se brajevim pismom koristeći dvije ćelije tako da se uzme peta točkica iz prve ćelije te prva i treća iz druge ćelije prikazano na Slici 14.



SLIKA 10. Kod za "manje"

Iako šest točaka u brajici ne može prikazati vizualnu konfiguraciju svakog simbola, matematičkim kodom predstavljen je simbol, koji je najbliži vizualnoj konfiguraciji preko Nemethova koda. Na primjer, znak minus ( $-$ ) prikazuje jedna ćelija, kao treća i šesta točkica.



SLIKA 11. Kod za "minus"

Stoga se vizualna konfiguracija kodova može tražiti kao trag za učenje Nemeth Brailleovih kodova. Osobi s oštećenjem vida, koja ne poznaje vizualnu konfiguraciju matematičkih simbola, možda je teško koristiti ovu logiku, ali kad god je to moguće, ta logika može biti korisna u svakom smislu. No, bit će od velike pomoći onima koji nisu vizualno oštećeni, a žele naučiti više kako bi postigli bolju suradnju s osobama oštećenog vida. Svrha korištenja ove logike je izbjeći pamćenje kodova i olakšavanje učenja matematike.

Na primjer, sve oblike korištene u geometriji polaznici mogu lako razumjeti koristeći jednostavnu logiku. Za navođenje oblika, imamo dvije ćelije sa po 6 točaka, a kôd koji se uvijek koristi u prvoj su točke 1, 4 i 6. To nam je indikator prepoznavanja da se radi o nekom

geometrijskom obliku, dok druga ćelija prikazuje o kojem obliku je riječ.

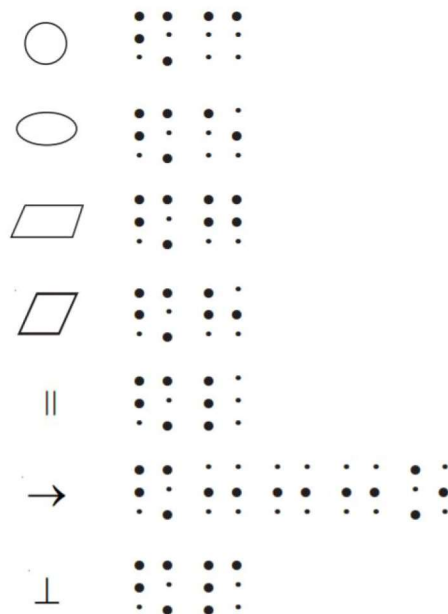
Geometrijski oblik prikazan je upotrebom slova, koje je u većini slučajeva prvo slovo imena te figure. Na primjer, upotrebom slova "t", iza indikatora geometrijskog oblika, otkriva da je riječ o "triangle" (trokutu).



SLIKA 11. Kod za trokut

Na slici iznad vidimo da je prva ćelija indikator geometrijskog oblika, a druga prikazuje kod za slovo "t" što nam otkriva da je riječ o trokutu.

No, postoje i neke druge logike po kojima se otkrivaju geometrijski oblici tako da ne odgovaraju uvijek početnom slovu, ali indikator prepoznavanja geometrijskih oblika je isti, ovisno o kakvom je trokutu je riječ ili o kojim drugim oblicima je riječ. Na slici ispod vidimo još neke od primjera kako izgleda predstavljanje nekih oblika.



SLIKA 12. Kodovi za geometrijske oblike

Slika iznad, redom, prikazuje kodove za krug, elipsu, paralelogram, romb, paralelnost, strijelicu (vektor) i okomitost. Možemo uočiti da svaki od njih u prvoj ćeliji sadrži indikator po kojem znamo da se radi o nekom obliku.

### 5.1.1 Brojevi i neki matematički izrazi

Kao i kod geometrijskih oblika, Nemeth Brailleov kod za broj sadrži indikator koji nam daje do znanja da je riječ o brojevima.

Zapis brojeva 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 i 0 sastoji se od dvije ćelije od kojih je prva indikator - točke 3, 4, 5 i 6, a druga odgovara, redom, kodovima za slova  $a, b, c, d, e, f, g, h, i$  te  $j$ .

	1		6
	2		7
	3		8
	4		9
	5		0

SLIKA 13. Kod za zapis brojeva

Mnogi znakovi nastali su kao zrcalna slika koda za neko slovo. Tako je kod za indikator broja, zrcalna slika slova  $v$ . Tako je kod za "plus" u matematici, zrcalna slika slova  $u$ , točke 3, 4 i 6.

$x + y$	
$2 + 3$	
$2x + 4$	

SLIKA 14. Primjeri kodova za zbrajanje

Na slici iznad, vidimo da se ako se radi o zbrajanju dva broja, dovoljan je jedan indikator brojeva. Isto to vrijedi i za oduzimanje brojeva, dok kod zbrajanja ili oduzimanja slova to nije potrebno kao što je prikazano na sljedećoj slici:

$$a - b = \text{Braille code for } a - b, \quad 9 - 5 = \text{Braille code for } 9 - 5$$

SLIKA 15. Primjeri kodova za oduzimanje

U nastavku ćemo proučiti kako se zapisuje zbrajanje unutar nekih zagrada. Posebno pišemo kod kad otvaramo zagradu, a kod zatvaranja zagrade zrcalimo taj kod.



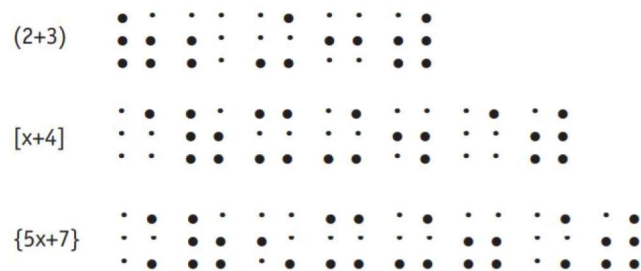
SLIKA 16. Nemeth Braille - otvorene zagrade

Vidimo da je jedan kod za otvorene zagrade svugdje jednak, s tim da kod uglatih i vitičastih imamo dvije ćelije. Prednje ćelije su jednake u oba slučaja, otvorenih i zatvorenih zagrada, dok se ova druga ćelija koja je jednaka kod sva tri slučaja zagrada, zrcali.







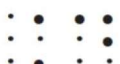





SLIKA 17. Nemeth Braille - zatvorene zagrade

U nastavku vidimo neke od primjera konkretnog korištenja zagrada koristeći do sad navedeno, kako zapisati slova, brojeve, zbrajanje i konačno, zagrade.



SLIKA 18. Nemeth Braille - Primjer zbrajanja u zagradama

Zanimljivo je spomenuti i kako se pišu neka od grčkih slova koja često koristimo u matematici. Također se pišu u dvije ćelije i imaju svoj pokazatelj u prvoj ćeliji da se radi o slovima grčke abecede, a on uključuje točke 4 i 6. Na Slici 19. vidimo kako izgledaju kodovi za neka od njih.

Alpha	-	$\alpha$		Gamma	-	$\gamma$	
Beta	-	$\beta$		iota	-	$\iota$	
Delta	-	$\delta$		Kapta	-	$\kappa$	
Epsilon	-	$\epsilon$		Lambda	-	$\lambda$	
Phi	-	$\phi$		Mu	-	$\mu$	

SLIKA 19. Nemeth Braille - grčka slova

Moženje može biti prikazano koristeći dva različita simbola koja predstavljaju "puta". Pogledajmo na primjeru ispod.

$$2 \star 3 = \begin{array}{cccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

$$2 \times 3 = \begin{array}{cccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

SLIKA 20. Nemeth Braille - množenje dva broja

Isto tako, za dijeljenje se mogu koristiti dva različita simbola. Pogledajmo na primjeru ispod.

$$8 \div 3 = \begin{array}{cccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

$$4x / 2 = \begin{array}{cccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

$$529 \div 7 = \begin{array}{cccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

SLIKA 21. Nemeth Braille - dijeljenje dva broja

U primjeru iznad vidimo i kako bi napisali troznamenkasti broj 529.

Vrlo zanimljiv je i način zapisivanja razlomaka koji varira od jednostavnog do kompleksnog zapisa. U nastavku ćemo samo prikazati nekoliko primjera zapisivanja razlomaka kako bi dobili uvid koliko to zapravo i nije jednostavno.





SLIKA 22. Nemeth Braille - prikaz razlomka a/b

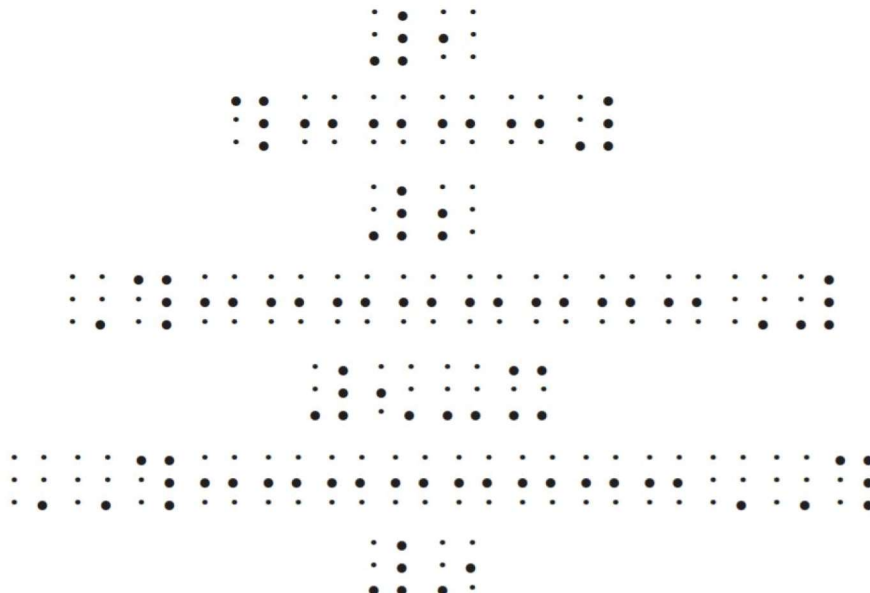
Jednostavan razlomak nije problematično za zapisati. U primjeru iznad vidimo da se u kodu u prvoj i zadnjoj ćeliji pojavljuje indikator po kojem bismo trebali prepoznati da se radi o razlomcima. Razlomačka crta zapisana je kodom za simbol /. Ukoliko se radi o malo složenijem razlomku, na to ukazuje dodatna ćelija s točkom 6 koja se pojavljuje na početku koda kao na primjeru ispod.



SLIKA 23. Nemeth Braille - prikaz razlomka s razlomkom u brojniku

U primjeru iznad radi se o malo složenijom razlomku gdje je u brojniku razlomak  $\frac{2}{3}$ , a na to nas upućuje ćelija s točkom 6 koja se nalazi ispred ćelije s indikatorom razlomka.

Sljedeći primjer otkrit će nam zapis složenog razlomka  $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{(5-x)}{9}}$ .



SLIKA 24. Nemeth Braille - razlomak kojemu su brojnik i nazivnik razlomci

Upoznali smo se s nekim osnovnim matematičkim zapisima. Teško je zapamtiti sve matematičke kodove, a ovdje su samo neki od njih. Korištenjem suvremenih tehnoloških uređaja, možemo naše zadatke prevoditi i printati u Nemeth Brailleovom kodu. No, ipak je dobro poznavati bar neke osnove kako bismo djeci dali dodatnu motivaciju, a i postoji velika mogućnost da mi možda nećemo imati mogućnost korištenja takvih uređaja što bi nam jako otežalo rad.

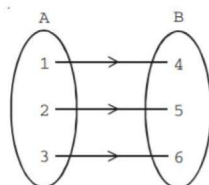
## 5.2 Primjena kreativnosti kroz primjere rješavanja raznih zadataka

U poučavanju matematike učenika s oštećenjem vida treba što više vizualnih primjera pretvoriti u ne-vizualne i pri tom biti kreativan. To nije uvijek lako, ali u ovom poglavlju promotrit ćemo neke definicije i primjere zadataka te prikazati neka kreativna objašnjenja i rješenja. U nastavku ćemo promotriti razne načine kreativnosti, točnije, improvizacije materijala koji nam mogu pomoći u poučavanju.

### 1. Funkcije

Neka su  $A$  i  $B$  neprazni skupovi. Ako je svakom elementu nekog skupa  $A$  pridružen točno jedan element nekog skupa  $B$ , tada kažemo da je definirano pravilo pridruživanja (funkcija)  $f$  iz skupa  $A$  u skup  $B$ . Simbolički možemo zapisati  $f : A \rightarrow B$ .

Skup  $A$  zovemo domenom ili područjem definicije funkcije  $f$  i označavamo s  $\mathcal{D}$  ili  $\mathcal{D}_f$ , a skup  $B$  zovemo kodomenom ili područjem vrijednosti i označavamo s  $\mathcal{R}$  ili  $\mathcal{R}_f$ .



SLIKA 25.  $f : A \rightarrow B$

Na slici iznad shematski je prikaz funkcije  $f : A \rightarrow B$   $f(x) = x + 3$ .

Na papiru se mogu pripremiti dva reljefna seta s pojedinim elementima u svakom i koristiti za podučavanje ideje o funkcijama i njezinim vrstama. Ideja se može podučavati usmeno uz pomoć taktilnog dijagrama.

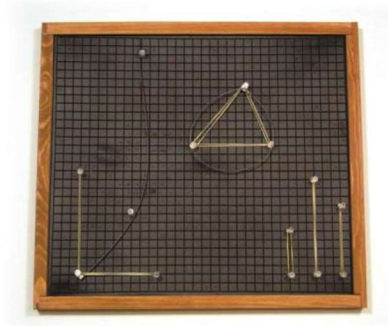
Višenamjenska magnetska ploča s ovalnim oblicima, pokazivačima i utisnutim brajnim brojevima može se koristiti za podučavanje različitih pojmova. Kako su kretanje oblika i strelica moguće na magnetnoj ploči, može biti korisna u nastavi, a tako i za pojašnjavanje pojmova domene i kodomene.

## 2. Graf funkcije

Graf  $\Gamma_f$  funkcije  $f$  je skup čiji su elementi uređeni parovi  $(x, f(x))$  za sve  $x$  iz domene  $\mathcal{D}$  funkcije  $f$ :

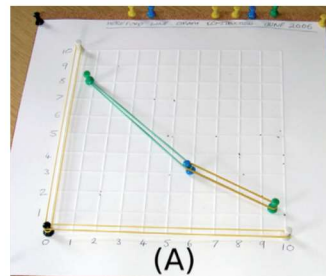
$$\Gamma_f = \{(x, y) : x \in \mathcal{D}, y = f(x)\}.$$

Grafove funkcija pa i grafove trigonometrijskih funkcija možemo prikazati u taktilnom pravookutnom koordinatnom sustavu na taktilnoj ploči. Također, pomoću takve ploče možemo vježbati prikazivati trokut, kvadrat, pravokutnik i krug.



SLIKA 26. Taktilna ploča za geometriju

Budući da je vrlo moguće da originalnu ploču nemamo, uvijek možemo improvizirati. Ideja se može objasniti uz pomoć taktilnog pravokutnog koordinatnog sustava pripremljenog na listu papira.



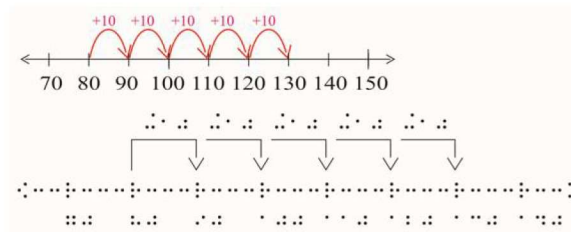
SLIKA 27. Improvizirana ploča na Brailleovom papiru

## 3. Brojevni pravac

Brojevni pravac je grafički prikaz cijelih brojeva, pri čemu nula zauzima srednje mjesto, pozitivni brojevi desno od nule i negativni brojevi s lijeve strane od nule. Na desnoj strani vrijednost broja raste ako se udaljite od nule, a na lijevoj strani vrijednost broja opada dok se odmiče od nule.

Brojevi sa znakom "+" nazivaju se pozitivnim brojevima, a brojevi sa znakom "-" jesu nazivaju se negativni brojevi. Nula nije ni negativna ni pozitivna.

Ideja brojevnog pravca je da se dijete usmeno nauči zajedno s odredbom taktilnog broja pripremljenog na debelom listu papira. Dok dijete istražuje brojevnog linija, moći će razumjeti prirodu različitih brojeva i desno i lijevo od nule u numeričkom retku.



SLIKA 28. Prikaz taktilnog brojevnog pravca

#### 4. Cijeli brojevi

Pozitivni brojevi, negativni brojevi i nula zajedno tvore skup cijelih brojeva.

U skupu cijelih brojeva  $+1, +2, +3, \dots$  se nazivaju pozitivnim cijelim brojevima i  $-1, -2, -3, \dots$  nazivaju se negativni cijeli brojevi. Imajte na umu da nula nije ni pozitivna ni negativna.

Ideju bi se dijete moglo naučiti uz pomoć taktilnog brojevnog pravca. Također, dijete se mogu naučiti i ideje 'veće od' i 'manje od'

#### 5. Zbrajanje i oduzimanje cijelih brojeva

Cijeli brojevi su kompatibilni za dopunu. Zbroj dvaju pozitivnih cijelih brojeva je pozitivan cijeli broj, a zbroj dva negativna cijela broja je negativni cijeli broj. Također, ako se negativnom broju dodaje pozitivni cijeli broj, tada će rezultirajući cijeli broj imati predznak cijelog broja koji je veći. Da biste zbrojili pozitivni cijeli broj s negativnim cijelim brojem, oduzmite manji cijeli broj od većeg cijelog broja bez razmatranja predznaka i na rezultat dodajte predznak većeg cijelog broja.

Ukratko, kad se dodaju dva cijela broja sa istim znakovima, rezultat preuzima isti znak a kad se dodaju dva cjelobrojna broja različitih znakova, tada rezultat poprima znak većeg cijelog broja.

Cijeli su brojevi kompatibilni i za oduzimanje. U oduzimanju, manji cijeli broj koji je oduzet od većeg cijelog broja, neovisno o predznaku, poprima predznak većeg cijelog broja. Oduzimanje cijelih brojeva može se podučavati i usmeno uz pomoć potrebnog materijala na brajici.

## 6. Parni brojevi

Brojevi koji su djeljivi sa 2 nazivaju se parni brojevi. Stoga, 2, 4, 6, 8, 10, 12... su parni brojevi.

Kako biste djetetu objasnili je li određeni broj, recimo 12, paran, pružite djetetu 12 perli. Zamolite dijete da grupira dane perlice u dvije grupe. Ako je grupiranje u dvije grupe moguće bez ostatka, tada je broj 12 parni broj.

## 7. Neparni brojevi

Brojevi koji pri dijeljenju s 2 daju ostatak 1 nazivaju se neparnim brojevima. Stoga su 1, 3, 5, 7, 9, 11, ... neparni brojevi.

Da biste djetetu omogućili da razumije je li određeni broj neparan, slijedite isti postupak identifikacije parnog broja. U tom slučaju, ako vam na kraju ostane samo jedno perla, ili naprimjer zrno, tada je razmotreni broj neparan.

## 8. Prosti brojevi

Brojevi koji su djeljivi samo s 1 i samim sobom nazivaju se prosti brojevi.

Da biste djetetu omogućili da provjeri je li broj, recimo 11, prost ili ne, dajte mu 11 perli. Zamolite dijete da pregrupira zrnice u jednakim veličinama u jednu ili jedanaest grupa.

## 9. Svojstvo komutativnosti

Svojstvo komutativnosti je svojstvo u kojem je rezultat zbrajanja ili množenja nepromijenjen promjenom redoslijeda članova.

Objasnimo to svojstvo na sljedećem primjeru.

$$3+5 = 5+3$$

$$\blacksquare\blacksquare\blacksquare + \blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare = \blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare$$

$$\blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare + \blacksquare\blacksquare\blacksquare = \blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare$$

SLIKA 8. Svojstvo komutativnosti

Rasporedite perle u dvije grupe tako da jedna saždi 3 perle, a druga 5 perla. Zamolite dijete da doda prvu grupu drugoj i izbroji perle. Rezultat je 8.

Sada, formirajte još dvije grupe u kojima prva sadrži 5 perli, a druga 3. Zamolite dijete da doda prvu grupu drugoj i zbroji ih. I ovdje je zbroj 8. Primjetite da je rezultat nepromijenjen promjenom redoslijeda članova.

### 10. Svojtvo asocijativnosti

Neka su  $a, b, c$  bilo koja tri realna broja. Ako,  $(a + b) + c = a + (b + c)$ , tada kažemo da tri elementa  $a, b$  i  $c$  zadovoljavaju svojtvo asocijativnosti zbrajanja.

Ideja se djetetu može objasniti usmeno. Da se poboljša razina razumijevanja, može se slijediti postupak poučavanja komutacijskog svojstva korištenjem tri grupe perla.

### 11. Cjelina/dio

Koncept cjeline / dijela može se naučiti objašnjavanjem stvarnih životnih iskustava. Na primjer, djetetu se daje jabuka ili limun i od njega se traži da ga istražuje, oblik i veličinu. Kasnije se može izrezati na komade, recimo na polovice ili čak manje veličine i djetetu će se pružiti prilika da istraži veličinu. Pruža se mogućnost da prvo istraži istu jabuku / limun pa narezanu i tada će pomoću dijelova moći konceptualizirati ideju cjeline / dijela. U suprotnom, da bi nastavni proces bio još jednostavniji, prvo djetetu pružite puni list papira, a zatim papir razdijelite na dijelove, recimo na četiri dijela i pružite djetetu da istraži oboje, prvo u cjelini, a zatim u dijelovima.

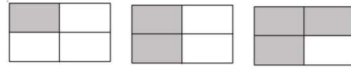


SLIKA 29. Cjelina/dio

### 12. Polovina

Polovina označava bilo koja dva jednaka ili podudarajuća dijela u kojima jest ili može biti podijeljena. Da biste naučili dijete koncept, osigurajte mu hrpu parova perli. Zamolite dijete da podijeli danu hrpu, u dvije manje hrpe tako da sadrže jednak broj perli u svakoj.

Pojmovi četvrt i tri četvrtine također se mogu podučavati istom hrpom perli tako da se dijele na četiri hrpe. Ideja bi se mogla naučiti i pomoću lista papira. List papira vertikalno presavijen i vodoravno tako da se formiraju 4 jednaka dijela mogu se koristiti za objašnjenje pojmova. Četiri jednaka dijela papira mogu se izrezati i dati djetetu da ih istraži. Inače se za podučavanje koncepta mogu koristiti i različite teksture.



SLIKA 30. Četvrtina, polovina i tri četvrtine

### 13. Razlomak

Razlomak je dio ili dijelovi cjeline. Omogućite djetetu nekoliko perli, recimo 10. Zamolite dijete da uzme jednu od tih.. Sada je perla koja posjeduje dio od 10 perli i stoga jedna desetina perli. Slično tome, ako se uzmu tri kuglice, onda to također je razlomak koji je tri desetine perli. Vodite računa da dijete ne bi pogrešno shvatilo koncept.

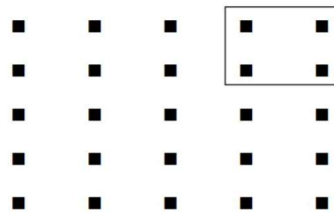
Ideja se može objasniti i presavijanjem papira. Uzmite kvadratni list papira i preklopite ga okomito i vodoravno tako da formiraju dijelove cijelog papira. Sada će to omogućiti da razumije pojam, razlikuje potreban broj dijelova od različitih tekstura. Na primjer, ako papir čini 4 jednaka dijela, razlikovati će jedan od četiri dijela pomoću različite teksture. Objasnite djetetu da je dio koji se uzima u obzir jedan od četiri jednaka dijela i stoga je to razlomak.

### 14. Kvadrat razlike

Promotrimo kako pokušati pojasniti identit  $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$ .

Neka imamo zadano  $A = 5$  i  $B = 2$ .

Kako bi pokazali  $5^2 - 2^2 = (5 - 2)(5 + 2)$ , na listu papira prikažimo to sljedećim točkama u pet redaka i pet stupaca:



SLIKA 31. Shematski prikaz 5 redaka i 5 stupaca

Na slici je prikazano  $25 - 4 = 21$ .

Sada preuredite preostale točke na kojima su izabrane četiri točke tako da u svaki redak dodamo po dvije točke, a od svakog stupca oduzmemo dvije točke.

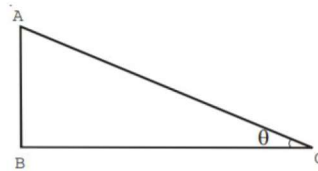


SLIKA 32. Shematski 3 retka i 7 stupaca

$$\begin{aligned} \text{Imamo } 5^2 - 2^2 &= (5 - 2)(5 + 2) \\ &= (7)(3) \\ &= 21, \end{aligned}$$

što znači da imamo početni identitet.

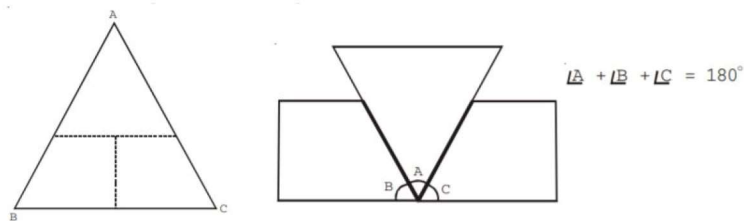
### 15. Pravokutan trokut



SLIKA 33. Pravokutan trokut

Uzmite uredno izrezani papir koji tvori prave kuteve u njegovim vrhovima. Izrežite papir s vrhom pod pravim kutom koji sadrži netaknuti izrezani papir kako bi tvorilo trokut. Formirani trokut je pravokutni trokut.

### 16. Suma kuteva u trokutu



SLIKA 34. Suma kuteva u trokutu

Izrežite list papira u obliku trokuta. Označite tri kuta kao  $A$ ,  $B$  i  $C$ . Sada izrežite trokut na tri dijela i pazite da označeni vrhovi budu raspoređeni na takav način da tvore kut  $180^\circ$ , kada se sastave zajedno. Stoga je zbroj triju kutova u trokutu  $180^\circ$ .

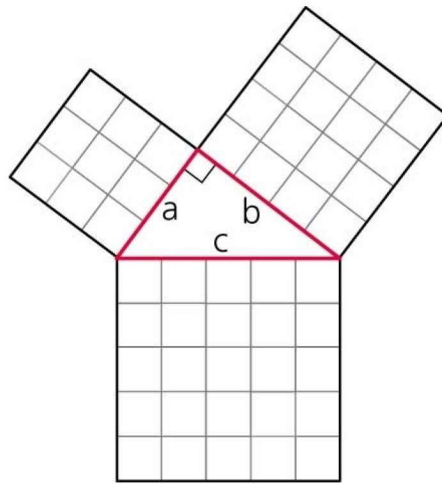


## 17. Pitagorin teorem

Pitagorin teorem: Zbroj kvadrata nad katetama pravokutnog trokuta jednak je kvadratu nad hipotenuzom.

Neka je  $ABC$  pravokutan trokut u kojem je mjera kuta  $ABC = 90$  stupnjeva. Stranica  $AC$  nasuprot pravom kutu nazivase hipotenuza pravokutnog trokuta. Naglašavamo da je hipotenuza najduža stranica pravokutnog trokuta.

Postavlja se pitanje kako to objasniti učenicima s oštećenjem vida.



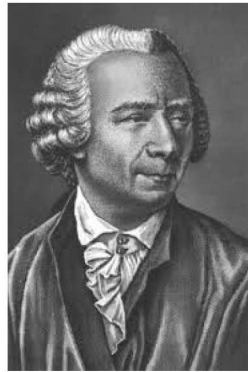
SLIKA 35. Geometrijski prikaz Pitagorina teorema

Za objašnjenje ovog koncepta mogu se koristiti izrezani papir ili reljefni dijagram. Nacrtati kvadrate s isprekidanim crtama na suprotnoj i susjednoj stranici hipotenuze. Pustite dijete da dodirnom broji ukupan broj kvadrata. Napravite kvadrat s isprekidanim linijama nad hipotenuzom i neka dijete shvati da je broj kvadrata nad hipotenuzom jednak zbroju kvadrata nad suprotnom i susjednom stranicom hipotenuze.

## 6 O slijepim matematičarima

Povijest matematike uključuje brojne slijepo matematičare. Izdvojit ćemo dvojicu.

**Leonhard Euler** jedan od najvećih matematičara ikada, bio je slijep posljednjih sedamnaest godina svog života. Imao je oko 850 radova, a zanimljivo je da je većina došla nakon njegove sljepoće. Njegovi problemi s vidom počeli su zbog snažnog naprezanja očiju koje se razvilo dok je obavljao kartografske poslove kao direktor odsjeka za geografiju Akademije znanosti u Sankt Peterburgu. Pomagalo mu je neumorno pamćenje i pomoć koju je dobivao od dva njegova sina i od ostalih članova akademije.



SLIKA 35. Leonhard Euler - (1707–1783)

**Nicholas Saunderson**, engleski matematičar, u prvoj je godini ostao slijep zbog malih boginja. Ipak dobro je govorio francuski, grčki i latinski jezik, a studirao je matematiku. Razvio je metodu za obavljanje aritmetičkih i algebarskih izračunavanja koje je izvodio metodom dodira, a nazvao ju je "opipljivom aritmetikom". Ova se metoda oslanjala na uređaj koji ima sličnost s abakusom, a također i na uređaj zvan "geoboard", koji se danas koristi u nastavi matematike.



SLIKA 36. Nicholas Saunderson - (1682–1739)

## 7 Djeca s teškoćama u razvoju u Tanzaniji

Djeca s teškoćama, svugdje u svijetu su i dalje djeca s teškoćama. No, njihovo školovanje, napredak i prihvaćanje nije isto svugdje u svijetu.

Biti dijete s teškoćom u nekoj afričkoj državi i još pritom u siromašnoj obitelji, najčešće znači biti diskriminiran i neshvaćen. Zbog krivih vjerovanja, često su takva djeca odbačena od okoline. Iz tih raloga, važno je njihovo školovanje i smještaj u školi.

No, isto tako, biti slijepo dijete u afričkoj školi nije isto kao biti slijepo dijete u školi u bogatijoj zemlji gdje se koristi suvremena tehnologija. Školovanje u Tanzaniji nije besplatno. Učenici moraju platiti uniforme, školske knjige te ostali pribor ukoliko je dostupan, ali u nekim školama glavne troškove školovanje djece s invaliditetom pokriva Vlada. Troškovi smještaja, školarine, medicinski troškovi i materijali za učenje.

Slijepa djeca, prije nego što počnu pohađati redoviti razred, orijentirani su na školski kampus - spavaonice, učionice i igralište - i dane poduke iz matematičkih simbola, osnovne brajice i osnovne životne vještine koji se sastoje od osobne njege i higijene.

Jedna od čestih teškoća je albinizam. Smetnje takvim oboljenjem čine život veoma teškim. Smeta im sunce, stalno moraju nositi odjeću dugih rukava, šešire i sunčane naočale koje najčešće nemaju. Imaju problema s vidom, no u školama nisu dostupna pomagala za vid pa ni dioptrijske naočale. Odbačeni su i diskriminirani od okoline. Zbog krivih vjerovanja vračeva i plemena koja još uvijek postoje, često su progonjeni i u strahu za život.

Istraživanja zemalja pokazuju jaku vezu između siromaštva i teškoća u razvoju – koja je zauzvrat povezana sa pitanjima roda, zdravlja i zaposlenja. Djeca sa smetnjama u razvoju često su zarobljena u krugu siromaštva i ekskluzije: na primjer, djevojčice počinju voditi brigu o svojim sestrama i braći, a ne idu u školu, ili je možda cijela obitelj stigmatizirana, što vodi k tome da oni nisu voljni priznati da dijete ima smetnje u razvoju ili da izvode dijete u javnost.

Glavni razlog zašto djeca s teškoćama o kojima se skrbe njihove obitelji ne pohađaju školu je to što njihovi roditelji misle da njihova djeca ne mogu učiti u školi.

Pitanje koje bih postavila, nakon ovih razmatranja glasi: "Možemo li reći slijepom ili gluhom djetetu da ne može učiti matematiku?"

## 7.1 Školovanje djece s teškoćama u školi sv. Franje u Tanzaniji

Ukratko ću opisati školovanje djece s teškoćama u Tanzaniji u školi sv. Franje za djecu s teškoćama i bez njih na temelju vlastitog iskustva. Škola sv. Franje za djecu s teškoćama i bez njih ujedno je i dom za napuštenu i nezbrinutu djecu pa broji 319 djece od kojih su oko 10-tak slijepih, 39 gluhih, oko 70-tak djece s albinizmom, dijete bez dijelova tijela, hendikepirani te mentalno zaostali. No, ima nekolicina djece bez ikakve potrebe. Ovu školu navodim kao jedan lijep primjer međusobnog sklada djece s različitim potrebama. Škola ima dvije slijepice učiteljice te tri gluha učitelja.

Budući da djeci nisu dostupna sva pomagala, pa ponekad niti naočale, u učionicama s više albino djece, klupe su postavljene nekih pola metra od ploče i oni svi sjede u prvim redovima.

Sva djeca i nastavnici znaju znakovni jezik, no ne znaju svi Brailleovo pismo. Slijepa djeca koriste Prašku dvostranu tablicu i pisaći stroj.

Zbog manjka sredstva i siromaštva, učenici nemaju priliku raditi s kvalitetnom i naprednijom opremom pa tako učenici ne koriste niti računala, a ni kalkulatore. Napredna oprema za gluhe i slijepe je nažalost nedostupna, ali postoje udžbenici i materijali pisani Brailleovim pismom. Također, jedan po jedan učitelj ima priliku za specijalne edukacije za rad s djecom s poteškoćama uz pomoć donacija koje škola dobije od države ili od stranih državljanina.

Koncept sata osmišljen je tako da jedno dijete sjedi naprijed okrenuto prema razredu i na znakovnom jeziku prevodi ono što nastavnik predaje. Međutim, ukoliko gluho dijete zna odgovor, ono digne ruku i odgovor nastavniku daje na znakovnom jeziku.

Učitelji u toj školi potpuno su posvećeni djeci i njihovom napretku. Većina učitelja živi u školi tako da su posvećeni djeci svaki dan tokom tjedna, uključujući i večeri tokom kojih se pišu zadaće i ponavlja gradivo.

## 8 Zaključak

Učenici s teškoćama u razvoju imaju pravo na kvalitetno obrazovanje. Zbog bolje komunikacije s učenicima oštećenog vida ili sluha potrebno je upoznati njihov jezik, kulturu i ponašanje. Poučavanje matematike gluhih i slijepih učenika zahtijeva od nastavnika posebno strpljenje, motivaciju i pripremu kvalitetnih materijala. Kod učenika s oštećenjem sluha najvažnija je vizualizacija primjera i priprema detaljno obrazloženih pisanih materijala, dok kod slijepih učenika važno je vizualno improvizacijom prikazati kao nevizualno. Kvaliteta učenja matematike otežana je slijepim učenicima zbog visokih cijena potrebnih materijala. Različiti su načini poučavanja matematike u naprednijim i siromašnijim zemljama. Zbog nedostatka stručnih osoba kao pomoći u školi, nastavnicima je teže komunicirati sa slijepom djecom. Ipak, postoje razni načini poučavanja matematike kroz kreativnost kako bi se učeniku omogućilo obrazovanje kakvo zaslužuje.

## 9 Sažetak

Odgoj i obrazovanje učenika temelji se na načelima prihvaćanja različitosti učenika, prihvaćanja različitih osobitosti razvoja učenika, osiguravanja uvjeta i potpore za ostvarivanje maksimalnoga razvoja potencijala svakoga pojedinog učenika.

U ovom radu promatraju se načini poučavanja matematike slijepih i gluhih učenika. Gluhim učenicima potrebno je omogućiti što više vizualizacije u nastavi. Računalo s internetom jedno je od glavnih sredstava mlađih osoba s oštećenjem sluhaza komunikaciju općenito, a u njihovoj edukaciji igra važnu ulogu jer nudi razne izvore pomoći za učenje, razmjenu sadržaja i podršku u rješavanju nastavnih zadataka. Za potpuno razumijevanje matematike djeca moraju koristiti vještine koje uključuju govor, pisanje, čitanje i slušanje. Za gluhu djecu koja pohađaju redovnu nastavu je izazovno jer njihove jezične vještine nisu na istoj razini kao njihovih vršnjaka. Gluhi učenici koriste znakovni jezik.

Glavni "jezik" komunikacije sa slijepim osobama je govor i pisani jezik koji se zove Braillovo pismo ili brajica, a postoje razni uređaji i pomagala za ispis Brailleovog pisma. Mogućnost učenja matematike od strane djece s oštećenjem vida često je dovedeno u pitanje isticanjem nekih područja matematike koja zahtijevaju viziju. Međutim, mnoge takve vizualne ideje mogu se pretvoriti u nevizualna iskustva kako bi se omogućilo da stekne traženo iskustvo učenja. Nemeth matematički Brailleovi kodovi koriste se u mnogim dijelovima svijeta za poučavanje matematike slijepoj djeci. U poučavanju matematike učenika s oštećenjem vida treba što više vizualnih primjerpretvoriti u nevizualne i pri tom biti kreativan.

Povijest matematike uključuje brojne slijepo matematičare.

Istraživanja zemalja pokazuju jaku vezu između siromaštva i teškoća u razvoju. Glavni razlog zašto djeca s teškoćama ne pohađaju školu je to što njihovi roditelji misle da njihova djeca ne mogu učiti u školi.

*"Možemo li reći slijepom ili gluhom djetetu da ne može učiti matematiku?"*

**Ključne riječi:** Učenici s teškoćama u razvoju, Oštećenje sluha, Znakovni jezik, Poučavanje matematike gluhih, Oštećenje vida, Nemeth Brailleov kod, Poučavanje matematike slijepih

## 10 Abstract

Upbringing and education of students is based on basic acceptance of different student differences, acceptance of different traits of student development, provision of conditions and support for achieving maximum potential development of each individual student.

This paper thesis looks at ways to teach the mathematics of blind and deaf students. Deaf students need to be provided with as much visualization as possible in the classroom. A computer with the Internet is one of the main assets of young people with hearing impairment communication in general, and in their education plays an important role because it offers a variety of sources of learning, sharing and support in teaching. To fully understand mathematics, children must use skills that include speech, writing, reading and listening. For deaf children attending regular classes, the challenge is that their language skills are not at the same level as their peers. Deaf students use sign language.

The main "language" of communication with blind people is speech and written language called Braille or Braille, and there are various devices for printing Braille. The ability to learn math by visually impaired children is often brought to the fore by highlighting some areas of math that require vision.

However, many such visual ideas can be turned into non-visual experiences to allow one to gain the required learning experience. Nemeth mathematical Braille codes are used in many parts of the world to teach mathematics to blind children. In teaching mathematics to visually impaired students, they should transform as many visual examples as possible into non-visual ones while being creative.

The history of mathematics includes a number of blind mathematicians.

Country surveys show a strong link between poverty and developmental disabilities. The main reason why children with disabilities do not attend school is because their parents think that their children cannot study at school.

*"Can we tell a blind or deaf child that he or she can not learn mathematics?"*

**Keywords:** Students with disabilities, Hearing impairment, Sign language, Teaching math to the deaf, Visual impairment, Nemeth Braille, Teaching math to the blind

## 11 Životopis

Zovem se Mirjam Stjepanović. Rođena sam 7. studenog 1992. godine u Vinkovcima. Osnovnu školu "August Cesarec" sam pohađala u Ivankovu, a srednju ekonomsku školu Ivana Domca u Vinkovcima. Uspješno sam završila smjer ekonomist, a nakon toga upisala sam Nastavnički studij matematike i informatike na Sveučilištu J.J. Strossmayera u Osijeku na Odjelu za matematiku. Uz studiranje, radila sam razne studentske poslove te volontirala u raznim zajednicama, a kasnije i u školama kao nastavnica matematika. To su bile OŠ u Tenji, Ekonomska škola Ivana Domca u Vinkovcima i III. gimnazija u Osijeku. Volontirala sam 2018. godine, mjesec dana, u školi sv. Franje za djecu s potrebama i bez njih, u mjestu Moshi Boma, podno Kilimanjara, u Tanzaniji. Ove godine provela sam tamo ponovno 2 mjeseca volontirajući na razne načine. Budući da sam se često susretala s djecom s teškoćama, zanimalo me kako oni doživljaju matematiku pa sam se odlučila za ovu temu rada.



## Literatura

- [1] P. Arnold, *Gluha djeca i matematika*, Hrvatska revija za rehabilitacijska istraživanja, **1**(1996), 57–64
- [2] J. Brett, A. Brodesky, J. Louie, L.M. Yang, and Y. Tan, *Math education practices for students with disabilities and other struggling learners: case studies of six schools in two Northeast and Islands Region states (Issues and Answers Report)*, Washington, DC: U.S., 2008.
- [3] K. Frančić, *Znakovni jezik kao prirodni jezik gluhih*, FZO-Odsjek za Pedagogiju, Sveučilište u Zagrebu, Diplomski rad, 2016.  
URL: <http://darhiv.ffzg.unizg.hr/id/eprint/7401/1/Francic-diplomski.pdf>
- [4] D. C. Geary, *Mathematics and Learning Disabilities*, Journal of learning disabilities **1**(2004), 4–15.
- [5] A. Jackson, *The world of blind mathematicians*, Notices of the AMS (American Mathematical Society), **10**(2002), 1246-1251.
- [6] S. Stipetić, *Tehnike pripreme i tiska za postizanje Brailleovog pisma*, Grafički fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Zavšni rad, 2014.  
URL: [https://eprints.grf.unizg.hr/2080/1/Z517\\_Stipetic\\_Sanja.pdf](https://eprints.grf.unizg.hr/2080/1/Z517_Stipetic_Sanja.pdf)
- [7] Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta, *Pravilnik o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju*, Narodne novine, **24**(2015)
- [8] *Mathematics made easy for children with visual impairment*,  
URL: [https://www.hadley.edu/Resources\\_list/Mathematics\\_Made\\_Easy\\_for\\_Children\\_with\\_Visual\\_Impairment.pdf](https://www.hadley.edu/Resources_list/Mathematics_Made_Easy_for_Children_with_Visual_Impairment.pdf)
- [9] *Tiflotehna pomagala za pisanje*,  
URL: <https://www.tiflotehna.hr/pomagala-za-pisanje.htm>
- [10] *Teaching Math to Students who are Blind*,  
URL: [https://robobraille.org/sites/default/files/resourcefiles/teaching\\_maths\\_-\\_blind.pdf](https://robobraille.org/sites/default/files/resourcefiles/teaching_maths_-_blind.pdf)