

Slijepi učenici u nastavi matematike

Tomljenović Mličević, Marija

Master's thesis / Diplomski rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Mathematics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:126:676708>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-02**



mathos

Repository / Repozitorij:

[Repository of School of Applied Mathematics and Informatics](#)



Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku
Sveučilišni diplomski nastavnički studij matematike i informatike

Marija Tomljenović Mličević

Slijepi učenici u nastavi matematike

Diplomski rad

Osijek, 2022.

Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku
Sveučilišni diplomski nastavnički studij matematike i informatike

Marija Tomljenović Mličević

Slijepi učenici u nastavi matematike

Diplomski rad

Mentorica: izv. prof. dr. sc. Ljerka Jukić Matić

Osijek, 2022.

Sadržaj

Uvod	1
1. Oštećenje vida	2
1.1. Slabovidnost	2
1.2. Sljepoća	3
2. Učenici s teškoćom oštećenja vida u sustavu obrazovanja Republike Hrvatske	4
2.1. Iskustva učitelja matematike u radu sa slijepim učenicima	5
3. Komunikacija sa slijepim učenicima	8
3.1. Brailleovo pismo	8
3.2. Asistivna tehnologija	9
3.3. Prilagodba mobilnih aplikacija i web okruženja za slijepe osobe	11
4. Brailleova matematička notacija	15
4.1. Prijelaz iz jedne vrste teksta u drugi	16
4.2. Rastavljanje i povezivanje matematičkih izraza	18
4.3. Brojevi	19
4.4. Velika i mala latinička slova, grčka slova, posebno pisana slova	21
4.5. Operacije i relacije	23
4.6. Geometrija	25
4.7. Zagrade	26
4.8. Korijeni	28
5. Matematička pomagala	31
6. Zaključak	40
Literatura	42
Sažetak	43
Summary	44
Životopis	45

Uvod

Jednim od težih invaliditeta smatra se sljepoća. Ona svojim posebnim potrebama iziskuje poseban pristup u stvaranju približno jednakih prilika u svim područjima života. Sljepoća je manje izražena u uvjetima kad slijepa osoba posjeduje kompetencije potrebne za uspješno obavljanje pojedinih poslova. Vid, kao jedno od pet osjetila, ujedno je i dominantno osjetilo. Čovjek prima više od 80% informacija osjetilom vida. Vid nam je nužan za percepciju i integriranje vizualnih podražaja iz okoline, ali je ujedno i temelj kognitivnog, motoričkog, socijalnog i emocionalnog razvoja. On omogućava prepoznavanje ljudi, događaja, pojava i objekata, a ujedno je i snažan alat za obrazovanje i komunikaciju. Osjetilo vida kakvo većina osoba ima podrazumijeva mogućnost fokusiranja nekog objekta s oba oka istovremeno. Ova mogućnost pruža osobama osjećaj trodimenzionalnog vida, a korisna je za procjenu oblika i udaljenosti do nekog objekta. Na kvalitetu ovog osjetila utječu nasljedni i nenasljedni faktori, a posljedica su blaža ili teža oštećenja vida. Jedno od težih oštećenja je i sljepoća.

Prema podacima Svjetske zdravstvene organizacije u svijetu je oko 40 milijuna slijepih osoba, a podaci Hrvatskog saveza slijepih nam govore kako je u Republici Hrvatskoj registrirano nešto manje od 6000 osoba s ovim oštećenjem vida. Prema Pravilniku o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju oštećenjem vida smatraju se sljepoća i slabovidnost.

U ovom radu posebno ću se osvrnuti i istražiti mogućnosti praćenja i razumijevanja matematičkih sadržaja slijepim učenicima u osnovnoj i srednjoj školi. U prvom poglavlju opisat ću vrste oštećenja vida od kojih se najvećima smatraju slabovidnost i sljepoća. Integracija slijepih učenika u redovni obrazovni sustav vrlo je važna zbog razvoja socijalnih odnosa s vršnjacima i okolinom. Zbog toga se sljedeća poglavlja bave uključenošću učenika u redovni obrazovni sustav, a posebice u nastavu matematike. Drugo poglavlje opisuje zakonske temelje po kojima su slijepi učenici uključeni u obrazovni sustav, te pravilnike i način uključivanja slijepih učenika u redovito školovanje po redovnom nastavnom programu. Treće poglavlje bavi se komunikacijom sa slijepim učenicima, opisuje temelje pisanja pomoću Braillovog pisma, te računalne programe i aplikacije koji pomažu i omogućuju slijepim učenicima što bolju uključenost u nastavni proces, ali i u obavljanje svakodnevnih poslova i izvršavanje obaveza. Na temelju provedenoga istraživanja navest ću činjenice i iskustva koje su učitelji matematike naveli i podijelili o radu sa slijepim učenicima. U četvrtom poglavlju opisani su načini na koji se zapisuju matematički izrazi, znakovi, brojevi pomoću Braillovog pisma. Obzirom da su pomagala koja slijepi učenici koriste prilično skupa, zadnje poglavlje ovog rada prikazuje nekoliko izrađenih pomagala koja bi olakšala učenicima razumijevanje pojedinih nastavnih sadržaja koja su učenici i nastavnici tijekom istraživanja naveli kao najteža i najzahtjevnija za poučavanje i razumijevanje.

Matematika vrlo često zadaje glavobolje učenicima diljem svijeta. Njen sadržaj i vizualizacija sadržaja teško su razumljivi. Pojedini nastavni i matematički sadržaji posebno su nerazumljivi učenicima s teškoćama u razvoju. Nastavnici se često ne mogu dovoljno prilagoditi takvim učenicima i teško je pronaći ravnotežu između onoga što učenici mogu i što ne mogu vizualizirati. Često slijepi učenici uče napamet definicije ili postupke konstruiranja koje ne mogu provesti kako bi zadovoljili formu i ostvarili pojedine ishode. Zbog nemogućnosti vizualizacije s ciljem što boljeg razumijevanja važno je učenicima na njima razumljiv način prikazati sadržaje, prilagoditi ih i osmisliti načine na koji će im matematički sadržaji biti razumljivi.

1. Oštećenje vida

Oštećenjem vida smatraju se slabovidnost i sljepoća. Otprilike 1800 ljudi u Hrvatskoj je slabovidno, ali se ne smatra invalidom. U zemlji su registrirane samo osobe koje imaju invaliditet povezan s oštećenjem vida, tako da broj slijepih i slabovidnih osoba iznosi 17979 (13% stanovništva je slijepo). U Hrvatskom savezu slijepih registrirano je više od 6000 slijepih osoba koje pripadaju 27 lokalnih udruga. Za uspješnu prevenciju sljepoće neophodna je dobra informiranost i edukacija stanovništva. Najčešći uzroci sljepoće su miopija, dijabetička retinopatija, glaukom, degeneracija očnog živca, nasljedne bolesti oka, makularna degeneracija, trauma oka i kongenitalna katarakta. Važnu ulogu u primarnoj zdravstvenoj zaštiti imaju liječnici obiteljske medicine, pedijatri i oftalmolozi. Oni mogu otkriti, liječiti i pratiti pacijente koji imaju kronične bolesti poput visokog krvnog tlaka, dijabetesa i glaukoma. Njihov rad može pomoći u sprječavanju sljepoće i drugih komplikacija. Programi osmišljeni za potrebe osoba s oštećenjem vida često su uključeni u programe rane intervencije, bez obzira na dob osobe. Konkretni programi ovise o potrebama društva u cjelini, te dostupnosti i mogućnostima financiranja programa. Poboljšanje kvalitete života slijepih osoba cilj je svih navedenih programa. Ovi programi rade na tome da slijepo osobe postanu neovisnije i poboljšaju njihovu kvalitetu života. Kvalitetu života teško je definirati jer na nju utječu različiti čimbenici, subjektivni i objektivni. Jedan od načina na koji se može mjeriti svijest javnosti je u području zdravstvene zaštite, što bi pokazalo da su ti programi uspješni.

Hrvatski savez slijepih u svojoj bazi članstva ima 212 slijepo djece, mlađe od 16 godina. Podaci iz njihove baze otkrivaju da su vodeći razlozi sljepoće kod djece retinopatija, rođena s abnormalnostima, atrofija vidnog živca, glaukom, uveitis, miopija, retinitis pigmentosa i kongenitalna katarakta. Roditelje djece koja su slijepa od rođenja ili su oslijepila u djetinjstvu treba poticati da se što prije uključe u profesionalne programe. Ovi programi mogu pomoći u smanjenju emocionalne traume iz djetinjstva i pomoći roditeljima da donesu bolje odluke o načinu odgoja djece. Dodatno, roditeljima su potrebne dobro pripremljene informacije o pravima slijepo djece u ustanovama kako bi te ustanove mogli pretraživati. Postoje tri skupine djece s oštećenjem vida: djeca oštećenog vida s blaže izraženim teškoćama u razvoju, djeca oštećenog vida s jače izraženim teškoćama u razvoju, djeca oštećenog vida s izrazitim teškoćama u razvoju.

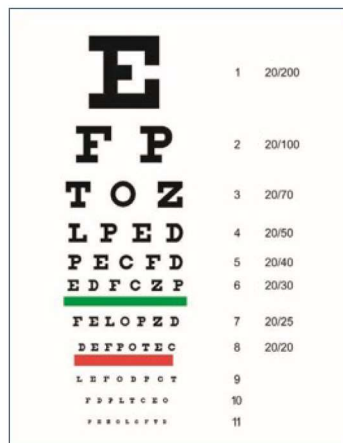
U ovom poglavlju objasniti će se razlika između slabovidnosti i sljepoće, te iznijeti glavne činjenice o navedenim oštećenjima.

1.1. Slabovidnost

Slabovidnost je oštećenje vida koje se prema oštećenju dijele na oštrinu vida na boljem oku uz najbolju moguću korekciju od 0.1 do 0.3 i manje, oštrinu vida na boljem oku uz najbolju moguću korekciju od 0.3 do 0.4, te neodređeno i nespecificirano.

Za ispitivanje oštrine vida najčešće se koriste Snellenove tablice (Slika 1.) za pokus vida. One se sastoje od redaka slova, a svaki red sastoji se od jednako velikih slova. Osoba s normalnim vidom trebala bi moći pročitati jedno slovo na udaljenosti od broja pored svakog retka u tablici. Broj reda je udaljenost na kojoj osoba može jasno vidjeti slovo. Formula za oštrinu vida je $V = \frac{d}{D}$, gdje je V oštrina vida, d je udaljenost na kojoj osoba može vidjeti liniju, a D je

udaljenost na kojoj normalna osoba može vidjeti slova. Normalna oštrina vida iznosi $\frac{6}{6} = 1.0$, što znači da osoba s udaljenosti od 6 metara može pročitati onaj redak tablice koji je označen brojem 6. Ako osoba pročita redak slova označen sa 60 to znači da je oštrina vida smanjena, $\frac{6}{60} = 0.10$ dakle postoji 10% ostatka vida. Ako neka osoba ne može pročitati ni najveća slova s udaljenosti od 6 metara, tada osobu treba približavati tablici na 5, 4 i 3 metra, sve do 0.5 metara, pa se prema tome utvrđuje da ima oštrinu vida $\frac{5}{60}$ ili $\frac{4}{60}$, $\frac{3}{60}$, itd.



Slika 1: Snellenova tablica

1.2. Sljepoća

Sljepoća se prema stupnju oštećenja vida dijeli na potpuni gubitak osjeta svjetla, ostatak vida na boljem oku uz najbolju moguću korekciju do 0.02, ostatak oštrine vida na boljem oku uz najbolju moguću korekciju od 0.02 do 0.05, ostatak centralnog vida na boljem oku uz najbolju moguću korekciju do 0.25 uz suženje vidnog polja na 20 stupnjeva ili ispod 20 stupnjeva, koncentrično suženje vidnog polja oba oka s vidnim poljem širine 5 do 10 stupnjeva oko centralne fiksacijske točke – neodređeno ili nespecifično.

Sljepoćom u smislu potrebe korištenja Brailleovog pisma smatra se nesposobnost čitanja slova ili znakova veličine fonta 20 Times New Roman na računalo ili primjerice u Word programu.

2. Učenici s teškoćom oštećenja vida u sustavu obrazovanja Republike Hrvatske

Zakon o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi slijepe učenike svrstava u kategoriju učenika s teškoćama u razvoju dok Pravilnik o osnovnoškolskom odgoju učenika s teškoćama u razvoju oštećenja vida dijeli u dvije skupine, a to su slabovidnost i sljepoća. Zakonom je utvrđeno ostvarivanje prava učenika s teškoćama u razvoju na primjerene programe školovanja i primjerene oblike pomoći školovanja koje propisuje ministar.

Odgoj i obrazovanje učenika s teškoćama u razvoju temelji se na načelima prihvaćanja različitosti učenika, prihvaćanja različitih osobitosti razvoja učenika, osiguravanja uvjeta i potpore za ostvarivanje maksimalnog razvoja potencijala svakog pojedinog učenika, izjednačavanja mogućnosti za postizanje najvećeg mogućeg stupnja obrazovanja te osiguravanja odgoja i obrazovanja učenika što je bliže njegovu mjestu stanovanja.

Pravilnikom o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju propisuju se primjereni programi i oblici odgoja i obrazovanja koji se provode u odgojno-obrazovnim ustanovama, a ostvaruju se uz programsku i profesionalnu potporu kao i pedagoško-didaktičku prilagodbu.

Primjereni program odgoja i obrazovanja je nastavni plan i program i/ili kurikulum koji omogućava odgojno-obrazovno napredovanje učenika s teškoćama u razvoju poštujući specifičnosti njegove utvrđene teškoće, specifičnosti njegova funkcioniranja i njegove odgojno obrazovne potrebe.

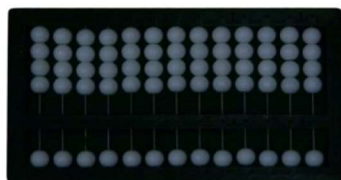
Slijepo dijete trebalo bi biti uključeno od najranije dobi u redovni vrtić. Ova je stavka važna kako bi dijete kroz interakciju sa svojim vršnjacima razvilo socijalne odnose. Na taj način slijepo je dijete u stalnom doticaju s drugom djecom kroz igru i razne aktivnosti što će mu omogućiti usvajanje određenih pravila ponašanja, shvaćanje važnosti dijeljenja i suradnje. Kako bi se dijete čim prije uklopilo u rad skupine u kojoj se nalazi, odgajatelj ga treba u potpunosti prihvatiti i približiti se djetetu razgovorom. Obzirom da su glavna osjetila slijepih osoba dodir i sluh, odgajatelj može dopustiti učeniku da mu opipa lice ili kosu. Također, slijepo dijete trebalo bi se uključivati u sve aktivnosti u kojima sudjeluju druga djeca potpunim ili djelomičnim uključivanjem, te uključivanjem na specifičan način.

Kako bi matematička edukacija slijepih učenika bila kvalitetna potrebni su posebni udžbenici, pisaći materijali te poseban školski pribor. Prilikom računanja mogu se koristiti abakusom, govornim kalkulatorom i računalom za slijepe. U geometriji slijepi učenici koriste se posebnim geometrijskim priborom, odnosno dolijama za crtanje i magnetnim pločama. Veliki je problem nedostatak materijala koji je uzrokovan visokim cijenama. Geometrijski pribor za slijepe osobe plastični su, a sastoji se od jednakokrakog trokuta, pravokutnog trokuta, kutomjera i šestara. Na priboru je označen svaki centimetar jednom izdignutom točkom, svakih 5 centimetara s dvije, a svakih 10 cm s tri točkice. Njegova cijena na webshopu tiflotehna.hr iznosi 475 kuna, a u setu dolazi i podloga za crtanje.



Slika 2: Geometrijski pribor za slijepe

Abakus je računaljka koja djeci bez osjetila vida omogućuje obavljanje osnovnih matematičkih izračuna na način korištenja osjetila dodira. Pomoću njega učenici mogu razvijati pojam pozicijskog brojevnog sustava, zbrajati, oduzimati, množiti, dijeliti, korijenovati drugim korijenom te računati s razlomcima.



Slika 3: Abakus

2.1. Iskustva učitelja matematike u radu sa slijepim učenicima

Zbog bolje komunikacije s učenicima s teškoćama u razvoju, u ovom slučaju sa slijepim učenicima, nastavnik bi trebao bolje upoznati učenikov jezik. Poučavanje slijepih učenika od nastavnika svakako zahtijeva posebno strpljenje, motivaciju, kreativnost i pripremu kvalitetnih materijala. Kod slijepih učenika izuzetno je važno improvizacijom dočarati pojmove jer nemaju mogućnost viđenja istih. Potrebno je osmisliti način na koji će učenici opipom ili sluhom razumjeti pojmove koje ne mogu vidjeti.

Na temelju istraživanja provedenoga u razdoblju od 15. kolovoza do 22. kolovoza 2022. godine učitelji matematike koji imaju iskustva u radu i poučavanju matematike slijepim osobama imali su priliku iznijeti svoja promišljanja i stavove o svom radu i iskustvima. Istraživanje je provedeno putem Google obrasca, a sudjelovalo je 12 ispitanika koji su se u svom radu susreli sa slijepim učenicima. Od svih 12 ispitanika, njih 50% (6 ispitanika) ima više od 15 godina radnog iskustva, dok ih troje ima manje od 5 godina radnog iskustva, i troje od 5 do 15 godina radnog iskustva. Od ispitanih učitelja njih 10 se susrelo s jednim slijepim učenikom tijekom svog rada, dok se jedno susrelo s dva slijepa učenika, a jedan učitelj s više od dva slijepa učenika. Iskustva učitelja su uglavnom slična. Svi učitelji slažu se kako je Kurikulum matematike neprilagođen slijepim učenicima te kako postoje određeni ishodi koji su vrlo teški za poučavanje i za razumijevanje slijepim učenicima. Obzirom na težinu rada sa slijepim učenicima, učiteljima je bio problem ostvariti ishode koji su propisani Kurikulumom, a svi ispitani učitelji smatraju kako

je, neovisno o intelektualnim sposobnostima učenika, potrebno prilagoditi nastavne sadržaje i ishode koje je potrebno ostvariti učenicima s oštećenjima vida. Integracija slijepih učenika neophodna je za socijalizaciju i ostvarivanje kontakta slijepih učenika s drugim učenicima, te njihov osobni rast i razvoj, no rad sa slijepim učenikom unutar redovnog razrednog odjela izuzetno je težak i zahtjeva dodatno vrijeme i napor. Samo pripremanje materijala za rad sa slijepim učenicima iziskuje puno vremena i truda učitelja koji su se odlučili posvetiti slijepom učeniku i odlučili približiti nastavne sadržaje što je bolje moguće. Naravno, ovdje je bitna stavka motivacija učitelja koji obavlja trenutni posao. Većina ispitanih učitelja, njih 10 u radu koristi materijale koje samostalno pripremi, dok preostalih dvoje učitelja kombinira već gotove i kupljene materijale i materijale koje samostalno izrade. Materijale koje koriste u nastavi uglavnom pronalaze u hobi centrima, tiskarama, knjižarama, Centrima za odgoj i obrazovanje. Materijale koje pronadu prilagođavaju svojim učenicima, a nerijetko ideje pronalaze na internetu i to uglavnom na američkim stranicama za slijepe osobe.

Na pitanje koje matematičke sadržaje učitelji smatraju nepotrebnima jer su slijepim učenicima teško shvatljivi uglavnom se učitelji slažu oko geometrijskih sadržaja. Tako jedan od učitelja navodi kako smatra da su piramide i obla tijela u potpunosti neshvatljivi slijepim učenicima i kako ne bi trebali ostvarivati ishode iz ovog dijela, osim osnovnih pojmova i prepoznavanja na modelu. Pojedini učitelji smatraju kako slijepi učenici ne bi trebali ostvarivati ishode iz područja jednadžbi, funkcija i grafičkog prikaza funkcija u koordinatnom sustavu. Jedan od učitelja smatra kako slijepi učenici ne bi trebali usvajati ishode vezane uz razlomke i računske operacije s razlomcima.

Učitelji u anketi navode kako nisu bili pripremljeni na rad sa slijepim učenikom i zbog toga im je bilo jako stresno raditi u takvom okruženju, te su se svi složili oko toga kako su potrebne dodatne edukacije i priručnik o poučavanju slijepih učenika matematičari. Pomoć koju se dobije iz ustanove za slijepe nije dovoljna jer je tiflopedagoga poprilično malo i ne dolaze u školu koliko je potrebno. Kao još jedan veliki problem je nedostatak vremena za obradu i uvježbavanje sadržaja jer slijepi učenici ne mogu vizualizirati pa je potrebno dodatno vrijeme za rad s njima. To vrijeme unutra redovnog razrednog odjela je nemoguće, čak i uz asistenta.

Slijepi učenici, unatoč svojoj teškoći i oštećenju vida trebaju usvojiti sve ishode propisane kurikulumom. Ipak treba biti obazriv i uzeti u obzir teškoću koju imaju i na temelju teškoće prilagoditi im sadržaj, u potpunosti im se posvetiti i raditi s učenikom individualno kako bi usvojio nastavne sadržaje i kako bi mu oni bili objašnjeni na najbolji mogući način. Slijepi učenici mogu usvojiti sve nastavne, no svakako uz potpunu prilagodbu i posvećenost, te uz individualni rad s učenikom određeni broj nastavnih sati kako bi i sam shvatio princip rješavanja pojedinih zadataka, te u potpunosti razumio koncepte i ideje pojedinog sadržaja. Ovdje do izražaja dolazi motivacija učitelja koja ovisi i o ambicijama učitelja. Naravno, nakon rada u redovnom razrednom odjelu i učenik i učitelj treba naći dodatni motiv za individualni rad. Nekim učiteljima motivacija je sama želja učenika za učenjem i usvajanjem nastavnih sadržaja, dok je nekim učiteljima motivacija dodatak na plaći kojeg u ovom slučaju nema pa nema ni dodatnih individualnih sati rada s učenicima. Ispitani učitelji bili su dovoljno motivirani, no svi smatraju kako veliku ulogu u uspješnosti učenika ima obitelj i posvećenost obitelji samom učeniku i njihova podrška i potpora. Tako jedan od učitelja navodi kako je slijepi učenik kojem je predavao danas profesor povijesti. Također navodi kako je kod tog učenika bila jako upečatljiva

angažiranost cijele obitelji. Od roditelja, bake, prijatelja. Primjerice, baka je s učenikom učila, majka je pripremala materijale i prevodila ih na brajicu, a otac je vrijeme provodio u školi i učenika vodio od učionice do učionice. Tada je otac bio asistent u nastavi i vodio učenika kroz školu.

Učiteljica koja sa slijepim učenicima radi već preko dvadeset godina govori kako je integracija moguća uz veliku podršku izvan škole i uz redoviti individualni rad i to kod većine slijepih i slabovidnih učenika. Ona navodi kako je važno realno ih vrednovati kako bi se zadržala i njihova motivacija. Drugi pak učitelji smatraju da je integracija moguća i realnija kroz eventualno neke odgojne nastavne predmete, dok za obrazovne predmete ne smatraju učitelje kompetentnima za poučavanje svih ishoda na adekvatnoj razini. Za adekvatnu razinu poučavanja smatraju da je potreban veći broj sati edukacije za učitelje i bolja pripremljenost za rad u smislu gotovih materijala.

3. Komunikacija sa slijepim učenicima

Slijepi, kao i slabovidne osobe, imaju jednaka prava kao i osobe bez spomenutog oštećenja vida. Među njihovim pravima je i pravo dosega visokog stupnja razine pismenosti. Osnovni način komunikacije sa slijepim učenicima je govor. Ipak, prilikom poučavanja i učenja nije jednostavno učeniku prenijeti određene informacije samo akustički jer učenici ne mogu vizualno pratiti sadržaj. Zbog toga je glavni način komunikacije pri učenju i poučavanju pisani oblik i to putem Brailleovog pisma. Brailleovo pismo zove se još skraćeno i brajica. Za ispis Brailleovog pisma postoje razni uređaji i pomagala. Brailleovo pismo primarni je medij koji pomaže u kontinuiranom razvoju pismenosti slijepih osoba.

3.1. Brailleovo pismo

Razvoj pisma za slijepi i slabovidne osobe trajao je jako dugo. Jako se dugo eksperimentiralo i pokušavalo razviti različite vrste medija i materijala koji bi predstavljali funkcionalan sustav za čitanje i pisanje. Nakon vizualnih i dvodimenzionalnih prenošenja poruka u samim počecima, preko quipus sustava za sporazumijevanje pomoću čvorova na užetu, do string alfabeta. Ipak ni jedan od ovih sustava nije odgovarao čitanju taktilnim putem. Godinama se koristio i sustav pisma pomoću točkica i crtica koje je u sedamnaestom stoljeću razvio Francesco Lana de Terzi koji je prvi razvio sustav reljefnih točki. Kasnije se razvio Moonov sustav koji se temeljio na taktilnom pritiskanju bakrene žice na jednu stranu papira kako bi se na drugoj strani pojavila reljefna forma slova. Ovaj sustav bio je prikladniji za osobe koje su vid izgubile u kasnijim godinama života. Knjige s ovim pismom koriste se i danas u opismenjivanju osoba koje su izgubile vid upravo u kasnijim godinama ili osobe koje ne žele učiti Brailleovo pismo, kao ni Fishburn abecedu. Fishburn abeceda nastala je nešto kasnije po uzoru na Moonovo pismo.

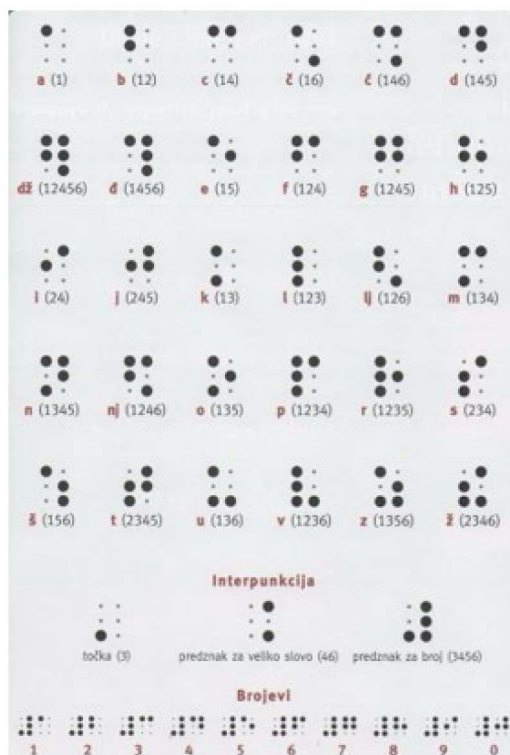
Louis Braille poboljšao je Barbierovo pismo koje se temeljilo na dvanaesttočkastom sustavu. Louis Braille izumio je novo pismo koje se temeljilo na šest točkica i koji je najbolje odgovarao i bio prilagođen potrebama osjeta dodira. Ovaj sustav razvio je abecedu za slijepi osobe, veliko i malo slovo, te matematičku i glazbenu notaciju.

Za prihvaćanje Brailleovog pisma bilo je potrebno neko vrijeme, a prihvaćeno je upravo na inzistiranje osoba koje su ga koristile i koje su uočile njegove dobrobiti. Najprije je priznato u pariškim školama i Francuskoj, a tek kasnije se njegovo korištenje proširilo diljem svijeta.

Brailleovo pismo za slijepi osobe reljefno je pismo za čiju se tvorbu znakova koristi šest točkica pomoću kojih se mogu dobiti 63 znaka. Točkice su raspoređene u osnovnoj ćeliji i označavaju se brojevima od 1 do 6.

Kombiniranjem točkica dobivaju se sva slova, interpukcijski znakovi, skraćenice, arapski i rimski brojevi, ali i glazbeni, matematički i kemijski simboli.

Pri tvorbi znakova brajice koristi se šest točkica pomoću kojih se mogu dobiti 63 znaka, odnosno 63 vizualne slike i razmak. Šestotočka je sustav točkica koji je definiran položajem točkica unutar tri horizontale – gornja, srednja i donja, te dvije okomice: lijeva i desna. U lijevoj okomici su 1., 2. i 3. točkica, a u desnoj 4., 5. i 6. U gornjoj vodoravnici su 1., 4., srednjoj 2., 5., i donjoj 3. i 6. Sustav brajičnih točkica najčešće se prikazuje grafemskim prikazom šestotočke. Najjednostavniji prikaz, u kojem su točkice označene brojevima, olakšava



Slika 4: Brailleovo pismo s hrvatskim dijakritičkim znakovima abecede

zapamćivanje brajčnih kombinacija i temelj su šifriranja pojedinačnih brajčnih znakova.

Postoji veliki broj pomagala i tehnoloških uređaja za pisanje Brailleovog pisma: dvostrana Praška tablica, klasični pisači strojevi, suvremeni pisači strojevi koji se spajaju na računalu, Brajev redak, Brajeva elektronička bilježnica i računala za slijepu osobu. Oni su uglavnom jako skupi što je razlog njihove nedostupnosti učenicima. Zbog svoje skupoće učenici uglavnom koriste običan pisači stroj ili dvostranu Prašku tablicu.

3.2. Asistivna tehnologija

Veći stupanj samostalnosti prilikom obavljanja svakodnevnih aktivnosti slijepim osobama svakako omogućuju pomagala koja tržište nudi slijepim osobama sve više svakim danom. Prema definiciji Svjetske zdravstvene organizacije asistivna tehnologija je bilo koji dio opreme, proizvoda ili alata nabavljen komercijalno, modificirano ili prilagođeno, a koji se koristi za povećanje, održavanje ili poboljšanje funkcionalnih sposobnosti osoba s invaliditetom. Asistivna tehnologija namijenjena je za pomoć osobama s oštećenjem vida kako bi im omogućila korištenje svog vremena za aktivnosti koje ih zanimaju. Ova tehnologija koristi se kod postojanja problema s vidom koji podrazumijeva pojačanje ili zamjenu signala. Suvremena tehnologija omogućuje brz pristup različitim informacijama, otvara nove mogućnosti školovanja, zapošljavanja i svakodnevnog života, te u velikoj mjeri unapređuje kvalitetu života osobama oštećena vida. Asistivna tehnologija primjenjuje se u različitim dijelovima života: u pozicioniranju, kretanju, oblačenju, ishrani, omogućuju ili poboljšavaju komunikaciju, pomažu pri učenju, sigurnom i čvrstom držanju predmeta, igranju i bavljenju sportskim i rekreacijskim aktivnostima upravljanja aparatima kao

što su TV, radio, računalo i slično.

Brailleov redak ili Display monitor je za slijepce osobe, a zove se još i tekstualni monitor s memorijom. Brailleov redak prikazuje samo tekst koji se sačuvan u memoriji ili tekst koji se dobije na ulazu od čitača ekrana koji vrši pretvaranje sadržaja računalnog monitora u niz slova i znakova. Brailleov redak prikazuje tekst na Brailleovom pismu sa šest ili osam točaka, a jedan se redak sastoji od 20, 40 ili 80 slovnih mjesta. Svaka ćelija sastoji se od 6 ili 8 iglica koje se pomiču gore ili dolje i na taj način formiraju slovo ili znak Brailleovog pisma. Brailleov redak ima mogućnost povezivanja preko USB-a ili preko Bluetooth 2.0. Baterija ovog uređaja traje otprilike 20 sati, a omogućuje slijepim osobama pregledanje i čitanje informacija dinamičnim Brailleovim pismom i brzo kretanje dokumentom koristeći prirodne pokrete ruku i na taj način omogućuju veću produktivnost.



Slika 5: Brailleov redak

Brailleov pisač je pisač koji ostavlja otisak Brailleovog pisma, a pripadaju skupini pisača embosera. Imaju brz ispis, a otisak je dobar i jasan. Vrlo su dobro dizajnirani i imaju puno pomoćnih funkcija.



Slika 6: Brailleov pisač

Jedan od najboljih i najprilagodljivijih na tržištu je klasični dvostrani Brailleov pisač Basic-D. Basic-om se upravlja pomoću tastera za upravljanje. Ispisani su na crnom tisku, Brailleovom pismu i pritiskom na njih oni izgovaraju svoju funkciju te na taj način omogućuju slijepim i slabovidnim korisnicima brzo, jednostavno i samostalno instaliranje i rukovanje.

Novi inovativni računalni proizvod namijenjen osobama koje koriste Brailleovo pismo ili osobama koje ne poznaju sustav slijepog tipkanja je univerzalna Brailleova tipkovnica. Ona se na bazi računalnog programa implementira u operativni sustav korisnika i automatski se pokreće i omogućuje korištenje tipkovnice kao Brailleovog stroja u bilo kojoj aplikaciji. Korisnik

u svakom trenutku može koristiti klasičnu tipkovnicu ili pak svoju tipkovnicu prenamijeniti u Brailleov pisajući stroj, a na njoj pisati kao na mehaničkom Brailleovom pisućem stroju koristeći šestotočkasto ili osmotočkasto Brailleovo pismo.



Slika 7: Brailleova tipkovnica

Uz upotrebu čitača zaslona i Brailleova redka koji zamjenjuju monitor slijepim osobama u radu na računalu omogućena je potpuna samostalnost rada. Često se radi o govornom dijelu za slijepu osobu. Govorni program zapravo čine dva dijela: čitač ekrana i sintetizator govora. Sintetizator govora zove se još i text to speech i dio je sustava koji proizvodi zvukove usmenog jezika i kombinira ih u sintetizirani govor. Sintetizatori govora uvijek su u paketu s čitačem ekrana. Screen reader JAWS for Windows je najpopularniji i najkorišteniji čitač zaslona. Dostupan je diljem svijeta u više od 50 zemalja i preveden je na 23 jezika, a omogućuje slijepim i slabovidnim osobama ravnopravno korištenje većinu aplikacija na računalu, praćenje aktivnosti korisnika na računalu i čitanje sadržaja zaslona. Aktivnost korisnika i sadržaj zaslona pretvaraju se u tekst i šalje na Brailleov redak.

3.3. Prilagodba mobilnih aplikacija i web okruženja za slijepu osobu

Zbog popularnosti weba i povećane dostupnosti sadržaja web stranica, tijekom protekloga desetljeća fokus je bio na tome kako osobe s invaliditetom pristupaju i koriste web. Izrada web stranica i aplikacija za slabovidne osobe utječe na svaki dio dizajna i razvoja. Pristupačnost je usredotočena na to da sučelje bude upotrebljivo za osobe s oštećenjem vida. Suvremeni napredak tehnologije danas omogućuje osobama oštećena vida obavljanje raznih aktivnosti, poput pregledavanja internetskih stranica, društvenih mreža te korištenja raznih mobilnih i računalnih aplikacija. Korištenje ovih tehnologija može imati dubok utjecaj na živote ljudi, od poticanja napredovanja u karijeri do povećanja osjećaja neovisnosti i samopoštovanja kod ljudi, dok pomaže u smanjenju društvene izolacije.

Budući da je web iskustvo samo po sebi vizualno, Internet je prepun web stranica, alata i aplikacija koji su praktički nedostupni slabovidnim osobama. Na primjer, uobičajeno je vidjeti web-stranice koje koriste kombinaciju boja pozadine i prednjeg plana, što ih čini gotovo nemogućima za čitanje korisnicima oštećena vida. Ipak, slabovidne osobe svakodnevno koriste internet za pretraživanje i čitanje i pisanje e-pošte, kao i pretraživanje Interneta za različite sadržaje. Osobe s oštećenjem vida ne bi trebale prilagođavati svoje ponašanje kako bi učinkovito postigle svoje ciljeve. Naprotiv, dobro mrežno okruženje mora zadovoljiti potrebe svih korisnika, uključujući i osobe oštećena vida. Prilikom izrade web stranice, web dizajneri trebali bi paziti da koriste alate poput dodatka Stark za postavljanje odgovarajućeg kontrasta za Sketch radi poboljšanja čitljivosti. Sketch dizajnerima omogućuje jednostavnu provjeru čitljivosti kontrasta i zatim prilagođavanje dizajna na temelju povratnih informacija. Ovakvi alati također uzimaju u obzir veličinu teksta. Na primjer, WCAG 2.0 AA zahtijeva omjer kontrasta od 4,5:1,

normalni i veliki tekst 3:1. Također, kada web dizajneri koriste dijagrame, trebali bi razmisliti o dodavanju tekstura ili uzoraka. Oni pružaju dodatni sloj skeniranja i prepoznavanja podataka kada se raspon vrijednosti, nijansi i zasićenosti počne smanjivati.

Kad je riječ o slabovidnim osobama, potrebno je napraviti prilagodbu kako bi im bilo što lakše i uočljivije čitati i pratiti sadržaje pojedine internetske stranice, prilagoditi veličinu teksta i font. Ipak, kad je riječ o potpuno slijepim osobama prilagodba je potpuna i kompliciranija. Zbog sljepoće, kao teškog invaliditeta, slijepe osobe imaju prepreke u svakodnevnom životu, uglavnom vezane uz samostalno kretanje, te nemogućnost čitanja i pisanja klasičnih tekstova, dok je sposobnost vida ključna za percepciju. S druge strane, zahvaljujući izumu Lewisa Braillea, vrsti reljefnog teksta poznatoj kao Braille ili kolokvijalno poznatoj kao Braille za slijepe, pisana riječ i mogućnost pisanja slijepih postoji već 147 godina. Međutim korištenje materijala za izradu reljefnih slova je zahtjevno, skupo i često nepraktično. Reljefni fontovi zauzimaju više prostora na papiru od klasičnog crnog ispisa zbog čega se tekst ispisuje na više papira, proširujući sam volumen koji se često mora dijeliti na role radi lakšeg čitanja. S pojavom magnetofona i strojeva za reprodukciju (kao što su magnetofoni) u drugoj polovici 20. stoljeća, slijepe osobe mogle su pristupiti knjigama i časopisima slušajući materijal snimljen od strane onih koji su čitali i snimali. Kasnije su došli magnetofon i CD player, a sva ta tehnička rješenja su bila u velikoj mjeri ovo je važna tehnološka prekretnica koja slijepim osobama omogućuje pristup mnogim pisanim materijalima koji iz ekonomskih razloga nisu dostupni na Brailleovom pismu. Krajem 20. stoljeća, pojavom osobnog računala, dogodila se epohalna prekretnica za cijelo društvo, ali jednako značajna za sve osobe s invaliditetom, a posebno one s oštećenjem vida. Pristup informacijama elektroničkim putem ne samo da olakšava život učenjem, komunikacijom, druženjem, otvaranjem novih radnih mjesta itd., već i revolucioniranjem paradigme integracije slijepih osoba u samo društvo i njihovo mjesto u svakodnevnom okruženju. Iz tih je razloga ovaj tehnološki napredak postao standard za distribuciju informacija slijepima i najučinkovitiju komunikaciju različitim elektroničkim kanalima. Zbog ovakvog civilizacijskog utjecaja, možemo reći da je elektronička dostupnost neosporno i vitalno pravo za osobe s oštećenjem vida te da ostatak društva mora uložiti sve napore i znanje da to pravo ostvari. Slijepe osobe koriste osobna računala uz pomoć programskih rješenja čija je glavna funkcija očitavanje ekrana i svih dostupnih informacija te njihovo prosljeđivanje korisniku. Zbog ove glavne funkcije ovaj se program naziva "čitač zaslona". Čitači zaslona prikupljaju ciljane informacije prema željama korisnika i dostavljaju ih slijepima u dva oblika: putem glasovnog programa ili na Brailleu pomoću Brailleovih redaka ili elektroničkih bilježnica. Program za govor (TTS) je softversko rješenje koje pretvara tekstualne informacije u govor pomoću sintetiziranog govora. Namjena mu je praćenje komunikacije između računala i slijepih korisnika, koja je obostrana. Govorni program čita informacije koje šalje čitač zaslona, kao što je tekst članka i s druge strane čita vlastitu povratnu informaciju korisnika o naredbama za unos. Na taj će način čitač zaslona u suradnji s govornim programom pročitati svako upisano slovo i svaku naredbu koju slijepa osoba putem tipkovnice daje računalu. Time se rješava problem nedovoljne vizualne percepcije bez gubitka informacija. Ponekad se informacije izgube, a najčešći razlog je nedostupnost softverskog rješenja.

Jedno od najvećih i najkorištenijih softvera je Microsoft. On je za svoje slijepe korisnike pripremio vodič za slijepe ili slabovidne osobe u kojem opisuje najpopularnije značajke pristupačnosti Windows i Microsoft Office. Vodič obuhvaća i pomoćne tehnološke proizvode za Windows i Microsoft Office koji su dizajnirani za slijepe ili slabovidne osobe. Windows omogućuje

instalaciju Cortana pripovjedača Windows 10, postavljanje mogućnosti pristupačnosti Windows 10, te korištenje značajki pristupačnosti u Office. Osim aplikacija u Windows sustavima, te aplikacija u operativnim sustavima mobilnih uređaja koje mogu pružiti informacije slijepim i slabovidnim korisnicima, informacije se primaju u sljedećim formatima: za elektroničke publikacije s tekstualnim sadržajem koriste se digitalni formati: txt, rtf, doc, docx, pdf, epub; virtualni udžbenici i knjige, dostupni na internetu; multimedijски audio, video i tekstualni sadržaj distribuiran na prijenosnim medijima pomoću html i java tehnologija; internetski sadržaj: web stranice i portali, društvene mreže, online usluge, sve druge oblike i medije koji mogu isporučiti digitalni sadržaj korisnicima oštećena vida.

Mobilne aplikacije u posljednje vrijeme također su prilagođene slijepim osobama. Tako primjerice Android, iOS ili iPadOS imaju postavke pristupačnosti za slijepe tako da korisnici s oštećenjem vida mogu slušati što se prikazuje na zaslonu svog uređaja i komunicirati s njim glasovnim naredbama. Android funkcija pristupačnosti namijenjena slijepim osobama je TalkBack, dok se iOS i iPadOS funkcija zove VoiceOver. Danas postoji veliki broj aplikacija za slijepe osobe. Neke od njih su aplikacija za čitanje knjiga, aplikacija za šminkanje, aplikacija knjižnica, aplikacija kino, aplikacija za Brailleovo pismo, Google osmatračnica, AudescMobile, Čitanje filmova i brojne druge.

eValues mobilna je aplikacija za Android, ali i za iOS/iPadOS sustave, a omogućuje pristupanje sadržaju istoimenog projekta koji predlaže pružanje transeuropske usluge čitanja, sintetičkim glasom, knjigama i drugim pisanim dokumentima. Na neki način ovo je vrsta bibliografske usluge.

Aplikacija Pripovjedač (Narrator) omogućuje pristup brojnim audioknjigama na različitim jezicima, dok je aplikacija audio biblioteka posvećena audioknjigama. Moguće ju je testirati preuzimanjem nekih audioknjiga kao tekst. Audioknjige je moguće i kupiti, a cijena ovisi o odabranom naslovu.

Google osmatračnica aplikacija je koju je razvio sam Google. Ova aplikacija koristi kameru i senzore na uređaju kako bi prepoznala oblike i tekst te pružila glasovne povratne informacije i obavijestila korisnika o onome što se nalazi pred njim.

CaptiVoice vrlo je praktičan sintetizator slobodnog govora koji omogućuje čitanje bilo kojeg sadržaja iz glavnih preglednika i iz nekih datoteka (PDF, DOC, Docx). CaptiVoice dostupan je za iOS i iPadOS sustave.

Jedna od najboljih kino aplikacija za slijepe i slabovidne osobe je AudescMobile. Aplikacija je besplatna i dostupna i za Android i za iOS/iPadOS korisnike. Ova aplikacija omogućuje osobama s vidnim oštećenjem da samostalno prate različita kinematografska djela čije scene, bez dijaloga, opisuje glas. Aplikacija Čitanje filmova još je jedna besplatna aplikacija koja omogućuje odlazak u kino i slušanje audio opisa brojnih filmova. Također je dostupna i za Android i za iOS/iPadOS korisnike. Aplikacija omogućuje sinkronizaciju audio opisa s filmom koji se reproducira, pauziranje audio opisa i njegov nastavak.

Danas postoje i aplikacije koje skeniranjem pomoću mobilnog telefona prevode tekst napi-

san brajicom na pismo kojim se svakodnevno služimo. Primjer takvih aplikacija su VoiceOver, Brailleov scanner, Braille NoteTouch.

Studentice Ekonomskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu Ena Bogut, Petra Turković i Lucija Turković ušle su u svjetsko finale jednog od najvećih studentskih natjecanja L'Oreal Brandstorm 2021. Zahvaljujući inovativnom konceptu aplikacije IRIS koja je razvijena kako bi slijepim i slabovidnim osobama omogućila šminkanje. Aplikacija je osmišljena na principu glasovnih naredbi koje slijepim i slabovidnim osobama omogućuju lakše šminkanje. Aplikacija upućuje korisnika na način nanošenja i upozorava na moguće pogreške. Aplikacija koristi umjetnu inteligenciju za skeniranje lica prije nanošenja šminke, a zatim sugerira korisniku da se našminka na temelju crta lica, te predlaže primjerice boje pudera. Ova ideja nije samo aplikacija, već cijela IRIS kolekcija šminke prilagođena potrebama slijepih i slabovidnih osoba.

4. Brailleova matematička notacija

Kako bi slijepim osobama olakšali razumijevanje matematike, pojavili su se brojni projekti. Karshmer opisuje Brailleov kod kao dovoljan za normalno pisanje, ali daleko od savršenog, ali kako se matematika i znanost razvijaju, pojavljuje se sve više problema. Dok je 26 slova zapadne abecede ostalo uglavnom nepromijenjeno, tablica brajice koja se koristi za većinu drugih simbola razlikuje se od zemlje do zemlje. Potreba za specifičnim matematičkim kodovima na Brailleovom pismu proizlazi iz nemogućnosti pisanja formula prostornog rasporeda na Brailleovom pismu, posebice u području algebre. Kao odgovor na ovo ograničenje Brailleovog pisma, razvijeno je nekoliko kodova posvećenih matematici i znanosti, uključujući Nemeth Brailleov kod u Sjedinjenim Državama, Unified English Braille u Ujedinjenom Kraljevstvu i Woluwe kod u nizozemskom govornom području Belgije. Ostali matematički kodovi uključuju Marburški kod (osnova Woluwea), francuski matematički kod i ItalBra (koji se koristi u Italiji). Također, LaTeX zapis i njegove varijante često se koriste za lakšu komunikaciju s korisnicima koji vide. Međutim, takvi se simboli ne smatraju Brailleovim kodovima jer ih još treba prevesti na Brailleovo pismo.

Karshmer opisuje statične metode za lakše razumijevanje matematike. Matematički sadržaj jednostavno se prevodi na Brailleovo pismo, gdje korisnici mogu pregledavati sadržaj, ali se sadržaj ne mijenja. Alternativa ovom takozvanom statičkom pristupu je pružiti matematički sadržaj na dinamičniji način. U ovoj metodi korisnici mogu pregledavati matematički sadržaj prema njegovoj matematičkoj strukturi nakon procesa pretvorbe. Pristup olakšavanju razumijevanja matematike razlikuje se na dvije razine:

- kako su brojevi kodirani
- kako su matematičke jednadžbe kodirane

Postoje četiri glavne metode kodiranja brojeva na Brailleovom pismu: standardno brajevo pismo, francuski 1. i 2. razred, Antoine i američki matematički i znanstveni zapis. Ove metode imaju prednosti i nedostatke kada je u pitanju dvosmislenost ili veličina rezultirajuće strukture. Brojčani simboli dugo su bili u središtu rasprave. Međunarodni odbor za englesko Brailleovo pismo (ICEB) dokumentirao je rasprave o brojevima održane između studenog 1993. i siječnja 1994. Odluke donesene tijekom rasprava na kraju su implementirane u Jedinstveni engleski standard za Brailleovo pismo i uključivale su upotrebu standardnih numeričkih pokazatelja na Standardnom Brailleovom pismu. U Nizozemskoj se takve rasprave ne bilježe, ali se isti pristup koristi u obrazovanju. Francuski simboli također se koriste kada se koristi osvježivi brajev zaslon. Standardna Brailleova brajica koristi numeričke simbole koje je Louis Braille uveo u izvornu Brailleovu tablicu. Nadaleko je poznat diljem svijeta i ima samo jedan nedostatak: zahtijeva dodatni simbol za svaki skup brojeva.

Obzirom da je brajica osim točkastog i linijsko pismo jer pri čitanju prsti klize po jednom redu, broj informacija koji se mogu odjednom obuhvatiti je ograničen. Na crnom tisku matematički simboli mogu se sastojati od više dijelova koji su različito raspoređeni unutar simbola. To su indeksi, korijeni, razlomci, dijelovi pisani iznad ili ispod osnovnog simbola kod limesa, indeksiranih suma itd. Na brajici sve nabrojano mora se prikazivati jednodimenzionalno, odnosno linijski. Zato postoje pravila kako sve dijelove složenih matematičkih simbola prikazati u jednom retku tako da sve bude jednoznačno prikazano, a da bude upotrijebljeno što manje

znakova brajice. Svakoj matematičkoj oznaci crnog teksta mora odgovarati određena oznaka na brajici. Pri tome različitim oznakama crnog tiska trebaju odgovarati različite oznake na brajici. Svaki znak ili kombinacija znakova u zadanom kontekstu moraju biti jednoznačno određeni.

4.1. Prijelaz iz jedne vrste teksta u drugi

Osnovni Brailleovi znakovi i njihove kombinacije imaju različita značenja u matematičkom tekstu nego u običnom tekstu. Stoga je važno da prijelaz iz jedne vrste teksta u drugu bude potpuno jasan. Označavanje pretvorbe iz jedne vrste teksta u drugu može se postići na tri načina:

- oblikovanjem teksta,
- upisivanjem znakova za pretvorbu iz jedne vrste teksta u drugu,
- stavljanjem dvostrukih razmaka

Izbor metode ovisi o situaciji.

⠠⠠⠠⠠	početak umetanja matematičkog teksta u običan tekst
⠠⠠⠠⠠	kraj umetanja matematičkog teksta u običan tekst
⠠⠠⠠⠠	početak umetanja običnog teksta u matematički tekst
⠠⠠⠠⠠	kraj umetanja običnog teksta u matematički tekst
⠠⠠	znak za rastavljanje na mjestu gdje stoji razmak
⠠⠠	znak za rastavljanje na mjestu gdje ne stoji razmak
⠠⠠	znak za povezivanje
⠠⠠⠠⠠	razrješnica, predznak za interpunkcije
⠠⠠⠠⠠	znak za početak i kraj objašnjenja u brajичnom izdanju

Slika 8: Prijelaz iz jedne vrste teksta u drugi

Kada u tekstu ima puno matematičkog teksta, obično je dovoljno prijeći s običnog teksta na isticanje matematike pisanjem matematičkog teksta u zasebnom retku koji je formatiran drugačije od ostatka teksta. To možemo učiniti tako da matematički tekst uvučemo za nekoliko razmaka, odvojimo ga linijom razmaka ili stavimo marker na lijevi rub (npr. slovo m za matematički tekst, z za zadatak, o za odgovor itd.). U čisti tekst znakove koristimo na početku i na kraju umetnutog matematičkog teksta kada postoje kraći matematički tekstovi koje ne treba pisati u posebnom retku. Znakovi pretvoreni u matematički tekst dolaze prije prvog znaka matematičkog teksta. U većini slučajeva prethodi mu razmak osim ako nije na početku retka ili ako je umetnuti matematički tekst unutar zagrada. Znakovima umetnutima na kraju matematičkog teksta ne prethode razmaci, nakon kojih slijede razmaci, zatvorene zagrade ili interpunkcijski znakovi. Ako se koristi znak za početak umetanja matematičkog teksta, mora se koristiti i znak za kraj umetanja matematičkog teksta. U tako podijeljenom matematičkom tekstu mogu biti samo kraći dijelovi običnog teksta (veznici i, ili, za svaki itd.), koji su od ostatka odvojeni dvostrukim razmacima. Interpunkcija na kraju umetnutog matematičkog teksta obično nije dio samog matematičkog izraza. Radi jasnoće, pišu se nakon znaka za kraj umetnutog u matematički tekst, tako da ne bi trebali koristiti znak za raščlanjivanje.

Kada u matematičkom tekstu postoji običan tekst, koristimo znakove kao početak i kraj umetnutog običnog teksta. Ako koristite početni znak običnog teksta, morate koristiti i završni znak. Umetanje običnog teksta u matematiku uglavnom se koristi za različite interpretacije. Nema razmaka nakon znaka koji se koristi za umetanje običnog teksta u matematiku i prije

kraja umetnutog znaka. Oznake za matematički tekst ne mogu se koristiti u običnom. Ako je nematematički tekst potrebno umetnuti neki matematički simbol odvađa se od ostatka teksta dvostrukim razmakom. Dvostruki prored može se koristiti kada postoji promjena između matematičkog teksta i običnog teksta zbog kratkih umetanja. Kada mala latinična slova koja se koriste kao varijable, parametri ili neke druge matematičke oznake postoje samo u običnom tekstu, mogu se pisati malim slovom umjesto duplih razmaka. interpunkcijski znakovi često nisu dio matematičkog teksta. Da bismo to učinili, obično pišemo razdjelnik kada je interpunkcija na kraju umetnutog matematičkog teksta ispred, što je posebno važno kada posljednji znak matematičkog teksta nema točke 1 i 4 (kada to su niži znakovi), jer se često pogrešno shvaća.

Primjer 1 *Isticanje prijelaza iz jedne vrste teksta u drugu oblikovanjem i stavljanjem dodatne oznake na lijevom rubu.*

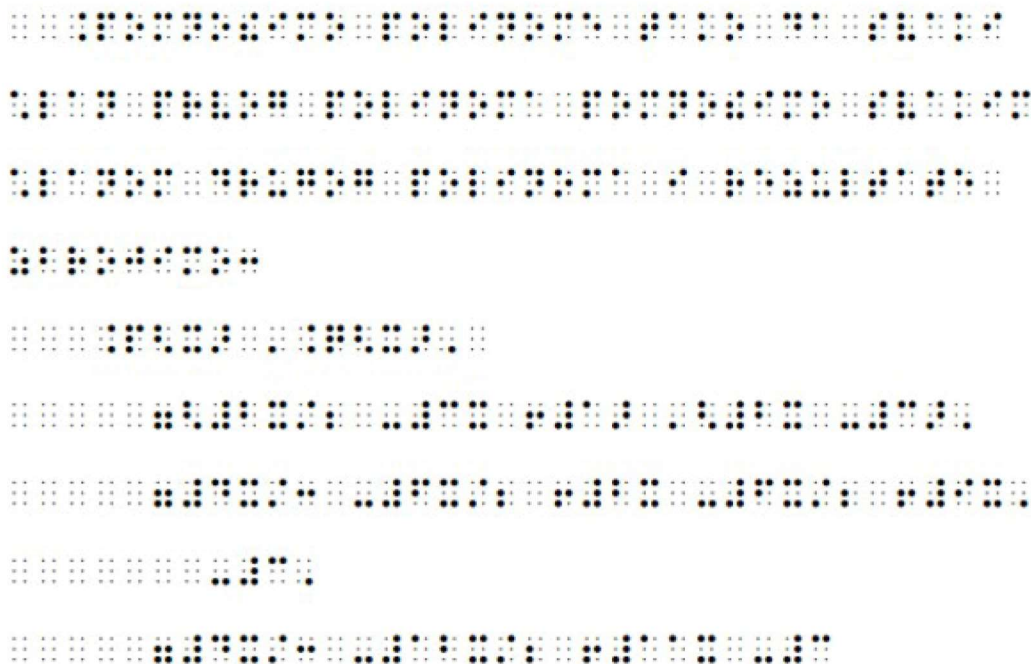
Množenje polinoma na način da svaki član prvog polinoma pomnožimo svakim članom drugog polinoma, a rezultat zbrojimo:

$$P(x) \cdot Q(x) = (2x^2 - 3x + 1) \cdot (2x - 3)$$

Rješenje:

$$\begin{aligned} P(x) \cdot Q(x) &= (2x^2 - 3x + 1) \cdot (2x - 3) \\ &= 4x^3 - 6x^2 + 2x - 6x^2 + 9x - 3 \\ &= 4x^3 - 12x^2 + 11x - 3 \end{aligned}$$

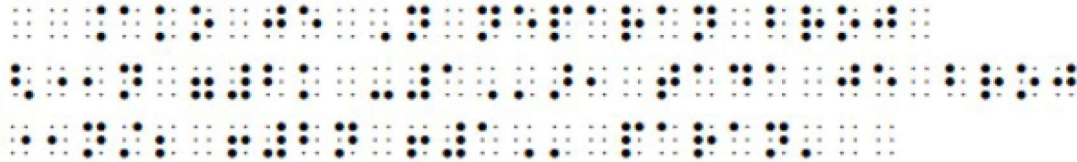
Rješenje na brajici:



Primjer 2 *Isticanje prijelaza iz običnog teksta na matematički upotrebom znakova za prijelaz i upotrebom predznaka za mala slova:*

Ako je n neparan broj ($n = 2k - 1$), tada je broj $n^2 + 2n + 1$ paran.

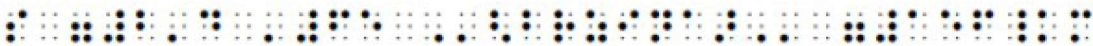
Zapis na brajici:



Primjer 3 *Isticanje prijelaza iz matematičkog teksta na običan upotrebom znakova za prijelaz:*

$$s = 2.4 \cdot 65(\text{brzina}) = 156\text{km}$$

Zapis na brajici:



4.2. Rastavljanje i povezivanje matematičkih izraza

Često se na brajici matematički izraz mora pisati u više redova. Zbog toga nam je potreban znak koji nas upozorava da se matematički tekst nastavlja u novom redu. Kad se u brajici matematički tekst mora pisati u više redova postoje dva slučaja:

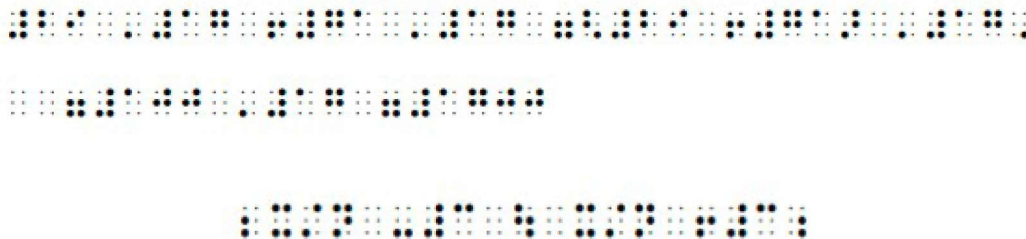
- kad se u novi red prelazi na mjesto gdje bi u brajičnom matematičkom zapisu trebao stajati razmak pišemo točkicu 6:
- kad se u novi red prelazi na mjesto gdje u brajičnom matematičkom zapisu nema razmaka pišemo točkicu 4:

Prilikom zapisivanja matematičkog teksta na brajici u više redova potrebno je nastojati podijeliti ga u logične cjeline. Prednost naravno treba dati rastavljanju na mjestima gdje bi stajao razmak, a tek kad nije drugačije moguće rastavljati tekst na mjestu gdje se ne piše razmak. Znak za povezivanje ponekad se piše na mjestu razmaka kako bi se povezala dva simbola koji čine cjelinu. Najčešće se koristi za povezivanje dijelova unutar iste razine, primjerice istog indeksa, istog brojnika ili nazivnika.

Primjer 4 *Rastavljanje matematičkog teksta na mjestu razmaka*


$$29 \cdot 17 + 71 \cdot 17 = (29 + 71) \cdot 17 = 100 \cdot 17 = 1700$$

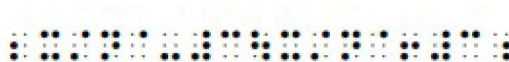
Zapis na brajici:



Primjer 5 *Kad se ne upotrebljava znak za povezivanje*

$$\frac{x^n - 3}{x^n + 3}$$

Izraz je moguće zapisati povezivanjem pomoću znaka  što bi izgledalo:



No ovdje povezivanje nije dobro upotrijebiti jer bi moglo zbuniti osobu koja čita.

4.3. Brojevi

Arapske brojeve u brajici moguće je zapisati na dva načina. To su običan i spuštenu zapis. Standardni (obični) zapis koristi iste znakove kao i za pisanje slova od a do j tako da se na početku stavi predznak za broj. Spušteni brojevi pišu se na način da se točkice standardnog zapisa spuste za jedno mjesto u brajevoj šestočki. Tablica 1. prikazuje oba zapisa arapskih brojeva.

U brajičnom matematičkom zapisu arapski se broj sastoji od predznaka i znamenki. Za znamenke se koriste slova od a do j, a predznak vrijedi do prvog razmaka, kraja reda, crtice ili interpunkcije.

Pri zapisu decimalnog broja decimalna točka ne smatra se interpunkcijskim znakom. Kod zapisa decimalnih brojeva znak za broj vrijedi i nakon decimalne točke, odnosno iza decimalne točke ne piše se znak za broj. Pri zapisu periodičkih decimalnih brojeva period pišemo u zagradi.

	⠠	predznak za broj
1	⠠	znamenka jedan
2	⠠	znamenka dva
3	⠠	znamenka tri
4	⠠	znamenka četiri
5	⠠	znamenka pet
6	⠠	znamenka šest
7	⠠	znamenka sedam
8	⠠	znamenka osam
9	⠠	znamenka devet
0	⠠	znamenka nula
	⠠	spuštena znamenka jedan
	⠠	spuštena znamenka dva
	⠠	spuštena znamenka tri
	⠠	spuštena znamenka četiri
	⠠	spuštena znamenka pet
	⠠	spuštena znamenka šest
	⠠	spuštena znamenka sedam
	⠠	spuštena znamenka osam
	⠠	spuštena znamenka devet
	⠠	spuštena znamenka nula

Slika 9: Prikaz arapskih brojeva na brajici

Primjer 6 *Pisanje cijelih brojeva:*

6	⠠
347	⠠
4019	⠠
3985200	⠠
3.985.200	⠠

Primjer 7 *Pisanje decimalnih brojeva:*

234.67	0.604
⠠	⠠

Primjer 8 *Pisanje periodičkih decimalnih brojeva:*

$1.\dot{3} = 1.\bar{3} = 1.(3) = 1.33333 \dots$
⠠
$0.\dot{1}24\dot{5} = 0.\overline{1245} = 0.(1245) = 0.124512451245 \dots$
⠠

Spušteni brojevi imaju više značenja i ne koriste se uvijek nego samo u određenim situacijama. Oni se primjerice koriste pri zapisivanju skraćenog razlomka pri čemu su i brojnik i nazivnik prirodni brojevi, pri zapisivanju mješovitih brojeva, indeksa i eksponenata.

Primjer 9 *Pisanje brojčanih razlomaka:*

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$



$$\frac{8}{14} = \frac{4}{7}$$



$$2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$



Primjer 10 *Pisanje eksponenata:*

$$3^4 = 81$$



$$2^{-2} = \frac{1}{4}$$



Primjer 11

Pisanje donjih indeksa:

Rješenja jednadžbe $x^2 = 16$ su $x_1 = 4$ i $x_2 = -4$

Zapis na brajici:



4.4. Velika i mala latinička slova, grčka slova, posebno pisana slova

U matematičkim zapisima mala latinička slova na brajici pišu se bez predznaka, dok sva ostala slova, velika, grčka i posebno pisana slova moraju imati odgovarajuću oznaku. Kod malih latiničkih slova moguće je dodati predznak za mala latinička slova (točkica 6) u slučaju kad bi moglo doći do krivog tumačenja. To se primjerice može dogoditi u slučaju da malo slove koje se može čitati kao broj slijedi iza nekog broja, zatim kad malo slovo slijedi iza znaka za kraj nazivnika (tad bi se moglo čitati kao grčko slovo), te kad malo slovo slijedi iza više velikih slova (tad bi se moglo tumačiti kao veliko slovo).

Simboli s malim slovima bolji su od dvostrukih razmaka kada su mala latinična slova koja se koriste kao varijable, parametri ili neke druge matematičke oznake ostavljena sama u običnom tekstu. U matematičkom tekstu poništava se učinak simbola velikih ili malih slova u slučaju razmaka, kraja reda (osim kad koristimo točkicu 4 za prelazak u novi red), te sljedeći predznak za vrstu slova bilo koje vrste.

Primjer 12 *Pisanje slova iza brojeva:*

$$23a + 5x - 7K$$

Zapis na brajici:



Primjer 13 *Pisanje malog slova iza razlomka:*

$$\frac{2 + m}{3 - n}x$$

Zapis na brajici:



Prilikom pisanja slova grčkog alfabeta koristimo iste Brailleove znakove kao i kod latiničkog alfabeta, važno je samo staviti predznak za grčka slova (točkice 5 i 6), predznak za grčka slova poništava razmak, kraj reda, sljedeći predznak za vrstu slova bilo koje vrste.

A	α	⠠	alfa
B	β	⠠	beta
Γ	γ	⠠	gama
Δ	δ	⠠	delta
E	ε	⠠	epsilon
Z	ζ	⠠	zeta
H	η	⠠	eta
Θ	θ	⠠	theta
I	ι	⠠	iota
K	κ	⠠	kapa
Λ	λ	⠠	lambda
M	μ	⠠	mi
N	ν	⠠	ni
Ξ	ξ	⠠	ksi
O	ο	⠠	omikron
Π	π	⠠	pi
P	ρ	⠠	ro
Σ	ς	⠠	sigma
T	τ	⠠	tau
Υ	υ	⠠	ispilon
Φ	φ	⠠	fi
X	χ	⠠	hi
Ψ	ψ	⠠	psi
Ω	ω	⠠	omega

Slika 10: Grčka slova na Brailleovom pismu

Tablica na slici [Slika 10](#) prikazuje zapis slova grčke abecede na Brailleovom pismu. Naravno, u matematičkim zapisima prije zapisa slova potrebno je dodati već spomenuti predznak.

Primjer 14 Zbroj svih veličina unutarnjih kutova u trokutu je 180.

Standardni zapis:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180$$

Zapis na brajici:



Primjer 15 Pravilo za računanje duljine kružnog luka ako su zadani sljedeći podaci: duljina polumjera i mjera unutarnjeg kuta:

$$l = \frac{r\pi\alpha}{180}$$

Zapis na brajici:



Matematika ima širok spektar posebnih znakova koje koristi u svojim zapisima. Sve te znakove moguće je zapisati i na Brailleovom pismu. Primjeri takvih znakova su primjerice: \emptyset , \sum , Δ , \prod , \in , \forall , \exists , oznake za derivacije i integrale. Također, matematički dogovor za zapis skupova brojeva su izvedivi i na brajici, a prikazani su u tablici na [Slika 11](#).

N		skup prirodnih brojeva
Z		skup cijelih brojeva
Q		skup racionalnih brojeva
R		skup realnih brojeva
C		skup kompleksnih brojeva

Slika 11: Zapis oznaka skupova na Brailleovom pismu

Neki matematički simboli potječu od velikih grčkih slova (zbroj velikih slova \sum , umnožak velikih slova π , itd.), ali se ne pišu na potpuno isti način, pa čak i na Brailleovom pismu imamo posebne simbole. Isto tako, oznake za posebne skupove brojeva nisu ispisane uobičajenim velikim latiničnim slovima, pa ih isporučujemo s posebnim brajevim znakovima, kao i standardne oznake ispisane velikim slovima. Ako je potrebno, mogu se izraditi novi brajevi znakovi na temelju istog uzorka.

4.5. Operacije i relacije

Operacije i relacije pojavljuju se u različitim područjima matematike: aritmetici, algebri, teoriji skupova, logici, geometriji i drugim. Na Brailleovom pismu znakovima za relacije i operacije prethodi razmak, a nakon njih ga nema. Izuzetak su decimalne točke, faktorijeli i točke kao znakovi množenja. Tablica na slici [Slika 12](#) prikazuje zapis simbola za operacije zbrajanja, oduzimanja, množenja i drugih.

=	⠠⠨	jednako
≠	⠠⠨⠠⠨	različito (nije jednako)
≈	⠠⠨⠠⠨	približno jednako
≤	⠠⠨⠠⠨	manje ili jednako
≱	⠠⠨⠠⠨	nije manje ili jednako
<	⠠⠨	manje od
<<	⠠⠨⠠⠨	mnogo manje od
⧸	⠠⠨⠠⠨	nije manje od
≥	⠠⠨⠠⠨	veće ili jednako
≱	⠠⠨⠠⠨	nije veće ili jednako
>	⠠⠨	veće od
>>	⠠⠨⠠⠨	mnogo veće od
⧸	⠠⠨⠠⠨	nije veće od

Slika 13: Zapis simbola za relacije na Brailleovom pismu

Primjer 17 Zapišimo sada nekoliko primjera standardnim pismom i Brailleovim pismom u kojima se javlja znak za relaciju.

a) $3x - 4 < 9$

Zapis na brajici:

$$\mathbb{3}x - 4 < 9$$

b) $2x + 7 \geq 4 - 6x$

$$2x + 7 \geq 4 - 6x$$

4.6. Geometrija

U geometriji se Brailleovo pismo koristi prilikom zapisivanja izraza za dužinu, duljinu dužine, sukladnosti, usporednosti, okomitosti, a koriste se i oznake za trokut, kut i slično. Sljedeći primjeri pokazuju zapise nekih od spomenutih.

Primjer 18 Dužine \overline{AB} i \overline{CD} su sukladne.

Standardni zapis:

$$\overline{AB} \cong \overline{CD}$$

Zapis na brajici:

$$\overline{AB} \cong \overline{CD}$$

Primjer 19 *Trokuti ABC i DEF su slični.*

Standardni zapis:

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

Zapis na brajici:



Primjer 20 *Dužina \overline{AB} i pravac p su usporedni.*

Standardni zapis:

$$\overline{AB} \parallel p$$

Zapis na brajici:



Primjer 21 *Pravci a i b su okomiti.*

Standardni zapis:

$$a \perp b$$

Zapis na brajici:



4.7. Zgrade

Zgrade su sastavni dio brojnih matematičkih izraza. One se, naravno, koriste i prilikom zapisivanja na brajici. Tablica sa slike [Slika 14](#) prikazuje zapis zagrada na Brailleovom pismu, a kombinirajući te znakove i znakove za brojeve, slova i slično može se zapisati veliki broj matematičkih izraza. Važno je učenicima napomenuti i ukazati kad i zašto se pišu zgrade i kad i zašto koja zagrada kako ih same zgrade ne bi zbunjivale.

Iza otvorene zgrade i ispred zatvorene zgrade na Brailleovom pismu nema razmaka. Postojanje razmaka ovisi o susjednim znakovima i o složenosti samog sadržaja unutar zgrade. Isto pravilo vrijedi i za pisanje modula i apsolutne vrijednosti. Ako nema znaka množenja između dvije apsolutne vrijednosti koje se množe pri standardnom ispisu, tada moramo staviti razmak ili znak množenja na brajici tako da bude jasno gdje svaka apsolutna vrijednost počinje i gdje završava. Obzirom da se u standardnom ispisu ponekad zgrade razgraničavaju pisanjem većih zagrada prema manjima u unutrašnjosti izraza, na brajici te razlike nema. Ukoliko se pak želi istaknuti zagrada, moguće je staviti poseban predznak ⠠ (točkice 3, 4, 5 i 6).

Zgrade se koriste uglavnom pri pisanju složenijih matematičkih izraza što je pri pisanju na brajici vrlo složeno zbog samog načina pisanja i taktalnog načina čitanja redaka. Zbog toga takve složene matematičke izraze treba dobro organizirati kako bi ih se što lakše razumjelo, a to je često moguće korištenjem jednostavnijih izraza i pomoću dodatnih brajčnih zagrada s predznakom ⠠ .

(otvorena okrugla zagrada
)		zatvorena okrugla zagrada
[otvorena uglata zagrada
]		zatvorena uglata zagrada
{		otvorena vitičasta zagrada
}		zatvorena vitičasta zagrada
<		otvorena šiljasta zagrada
>		zatvorena šiljasta zagrada
<		otvorena šiljasta zagrada (2. oblik)
>		zatvorena šiljasta zagrada (2. oblik)
[gornja lijeva uglata zagrada
]		gornja desna uglata zagrada
[donja lijeva uglata zagrada
]		donja desna uglata zagrada
		okomita crta, apsolutna vrijednost, modul
		dvostruka okomita crta, modul
{		vitičasta zagrada kroz više redova

Slika 14: Zapis zagrada na Brailleovom pismu

Primjer 22 *Zapis linearne jednadžbe koja sadrži zagrade.*

Standardni zapis:

$$2x + \{3 - [4x + (6 - 9x)]\} = -21$$

Zapis na brajici:

Primjer 23 *Funkcija zadana kao umnožak dviju zagrada.*

Standardni zapis:

$$f(x) = (x + 4)(5 - x)$$

Zapis na brajici:

Intervali se na brajici pišu koristeći uglate ili šiljaste zagrade. U standardnom pismu ponekad za otvoreni interval zapisujemo oble zagrade. Ovo nije slučaj u brajici. U brajici, neovisno o načinu na kojem je nešto zapisano u standardnom tisku, koriste se šiljaste zagrade za otvoreni interval, a uglate za zatvoreni.

Primjer 24 *Intervali i znak apsolutne vrijednosti zapisan na Brailleovom pismu.*

a) $\langle -4, 6]$

Zapis na brajici:



b) $\langle 0, 6 \rangle$

Zapis na brajici:



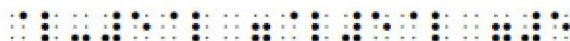
c) $\langle -\infty, 8 \rangle$

Zapis na brajici:



d) $|-5| = |5| = 5$

Zapis na brajici:



e) $|2x - 5|$

Zapis na brajici:



4.8. Korijeni

Prilikom zapisivanja korijena u standardnom tisku imamo nekoliko elemenata: stupanj korijena, znak za korijen i radikand koji se nalazi ispod vodoravne crte koja je dio znaka za korijen. Kod zapisivanja korijena na Brailleovom pismu postoji dodatni znak, a to je predznak za korijen. Elementi pri zapisivanju korijena na Brailleovom pismu su: stupanj korijena, predznak za korijen, radikand, te znak za kraj korijena. Obavezni znakovi su predznak za korijen i radikand. Tablica na slici [Slika 15](#) prikazuje oznake pri zapisivanju korijena na Brailleovom pismu.

⠠	predznak za korijen
⠨	znak za kraj jednostavnog korijena
⠠⠠	1. predznak za složeni korijen
⠠⠠⠠	1. znak za kraj složenog korijena
⠠⠠⠠	2. predznak za složeni korijen
⠠⠠⠠	2. znak za kraj složenog korijena
⠠⠠⠠	znak za kraj svih korijena

Slika 15: Zapis korijena na Brailleovom pismu

Stupanj korijena na Brailleovom pismu piše se kao gornji lijevi indeks koristeći se predznakom $\overset{\cdot\cdot}{\sqrt{\quad}}$ (točkice 3 i 4). Pri zapisivanju drugog korijena, kao i u standardnom zapisu, ne treba pisati stupanj. Znak za jednostavni korijen prekida ju: razmak, kraj reda (osim kada koristimo točkicu 4 radi prelaska u novi red), razlomačka crta, znak za kraj složenog korijena, neki drugi korijen, kraj spuštenog broja i zatvorena zagrada ako otvorena zagrada nije unutar korijena. U svim drugim slučajevima kraj jednostavnog korijena mora biti označen znakom za kraj korijena $\overset{\cdot\cdot}{\sqrt{\quad}}$ (točkice 1, 4, 5, 6).

Složeni, za razliku od jednostavnog korijena, sadrži druge korijene, razmake ili razlomke. Pri pisanju složenog korijena ispred oznake za korijen dopiše se predznak $\overset{\cdot\cdot}{\sqrt{\quad}}$ (točkice 4 i 6). Kraj složenog korijena potrebno je označiti znakom za kraj složenog korijena $\overset{\cdot\cdot}{\sqrt{\quad}} \overset{\cdot\cdot}{\sqrt{\quad}}$ (točkice 4 i 6, točkice 1, 4, 5, i 6).

Sljedeći primjeri prikazuju zapisivanje jednostavnog drugog korijena na Brailleovom pismu, jednostavnog korijena višeg stupnja, korijena umnoška i umnoška korijena, jednostavnog razlomka ispod korijena, te zapisivanje složenog korijena i nekih osnovnih operacija sa složenim korijenima.

Primjer 25 a) *jednostavni drugi korijen*

<u>Standardni zapis</u>	<u>Brailleov zapis</u>
$\sqrt{17}$	$\overset{\cdot\cdot}{\sqrt{17}}$
$\sqrt{2x}$	$\overset{\cdot\cdot}{\sqrt{2x}}$
$\sqrt{6y^2}$	$\overset{\cdot\cdot}{\sqrt{6y^2}}$

b) *jednostavni korijen višeg stupnja*

<u>Standardni zapis</u>	<u>Brailleov zapis</u>
$\sqrt[4]{32}$	$\overset{\cdot\cdot\cdot}{\sqrt[4]{32}}$
$\sqrt[3]{5t}$	$\overset{\cdot\cdot}{\sqrt[3]{5t}}$
$\sqrt[5]{x^6}$	$\overset{\cdot\cdot\cdot}{\sqrt[5]{x^6}}$

Primjer 26 *Korijen umnoška i umnožak korijena.*

Standardni zapis:

$$\sqrt{xy} = \sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$$

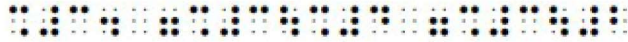
Zapis na brajici:

$\overset{\cdot\cdot}{\sqrt{xy}} = \overset{\cdot\cdot}{\sqrt{x \cdot y}} = \overset{\cdot\cdot}{\sqrt{x}} \cdot \overset{\cdot\cdot}{\sqrt{y}}$

Primjer 27 *Jednostavni razlomak kao radikand.*

Standardni zapis:

$$\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



Primjer 28 Složeni korijeni

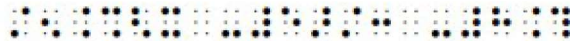
a) *Standardni zapis:*

$$\sqrt{4x^2 - 4x + 3}$$



b) *Standardni zapis:*

$$5\sqrt{(x-5)^3 - 8}$$

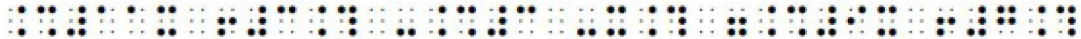


Primjer 29 Neke osnovne operacije s korijenima.

a) *Standardni zapis:*

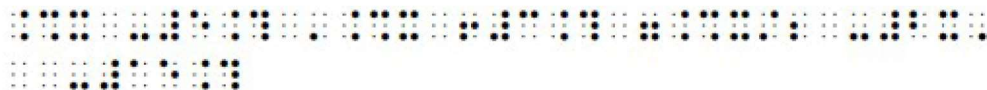
$$\sqrt{11x + 3} - \sqrt{3 - x} = \sqrt{9x + 7}$$

Zapis na brajici:



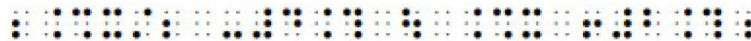
b) *Standardni zapis:*

$$\sqrt{x-5} \cdot \sqrt{x+3} = \sqrt{x^2 - 2x - 15}$$



c) *Standardni zapis:*

$$\frac{\sqrt{x^2 - 4}}{\sqrt{x + 2}}$$



5. Matematička pomagala

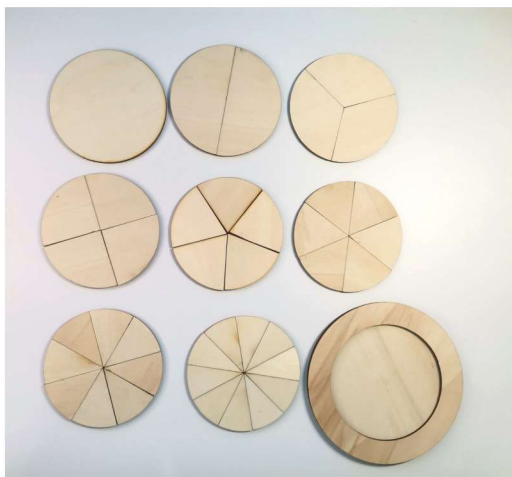
Tijekom proučavanja načina na koji slijepe osobe "vizualiziraju" matematiku, njene pojmove i zakonitosti, može se uočiti kako postoji manjak pomagala koja bi im olakšala shvaćanje matematike. U tu svrhu izradila sam pomagala koja bi učenicima mogla olakšati samo razumijevanje i pomoći pri vizualizaciji sadržaja.

Sva pomagala koja su predstavljena u ovom radu izradila sam od potpuno prirodnih materijala, drveta, debljine 3 milimetara. Pomagala sam osmislila kako bi učenici lakše razumjeli koncept razlomka, koncept brojevnog pravca i pravokutnog koordinatnog sustava u ravnini, te skupova točaka u ravnini kao što su kutovi, trokut, četverokut, mnogokuti, kružnica i krug. Za svako pomagalo bit će navedeni ishodi koje je pomoću njega moguće ostvariti, a koji su propisani Kurikulumom nastavnog predmeta Matematika.

Razlomci

Pomagalo Razlomci zamišljeno je kao umetaljka. Kružnog je oblika i sadrži okvir u koji je moguće umetati cjelinu ili dijelove cjeline. Cjelina je krug podijeljen na polovine, trećine, četvrtine, petine, šestine, osmine i desetine. Korištenjem pomagala Razlomci omogućuje upoznavanje učenika s osnovnim pojmom razlomka i samim konceptom razlomka. Učenik može povezati dijeljenje cjeline na jednake dijelove s razlomkom, povezati prikaz razlomka na dobivenom modelu s drugim vrstama brojevnih zapisa, opisati i odrediti udio u skupu istovrsnih podataka, usporediti dobivene razlomke na temelju modela. Ishodi koje je moguće ostvariti su:

- MAT OŠ A.5.3. Povezuje i primjenjuje različite prikaze razlomaka
- MAT OŠ A.6.2. Proširuje i skraćuje razlomke te primjenjuje postupak svođenja na zajednički nazivnik



Slika 16: Matematičko pomagalo: Razlomci



Slika 17: Matematičko pomagalo: Razlomci

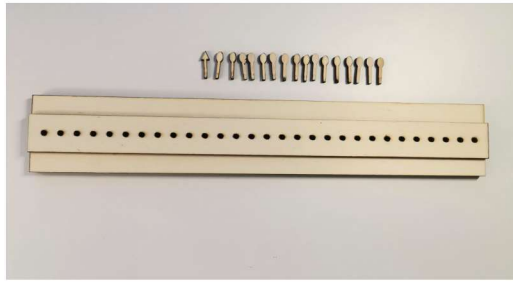
Brojevni pravac

Brojevni pravac osmišljen je kao drvena "pruga" kojoj je jedinična duljina 1 cm. Obzirom da sve treba biti opipljivo mjesta na brojevnom pravcu označena su kružićima promjera 3 mm. Učenicima je opet važno naglasiti kako je točka najmanji dio ravnine i kako je za njih pripremljen uvećani prikaz kako bi se što bolje snašli. Učenici uz brojevni pravac dobiju nekoliko označivača kako bi označili mjesto na kojem se traženi broj nalazi. Dvije su vrste označivača, jedan za nulu, a drugi za ostale brojeve. Učenici mogu nulu staviti na bilo koje mjesto, ovisno o skupu brojeva koji prikazuju na brojevnom pravcu. Na brojevnom pravcu moguće je prikazivati racionalne brojeve uz pravilno rukovanje i određivanje jedinične duljine. Ishodi koje učenici mogu ostvariti koristeći brojevni pravac su:

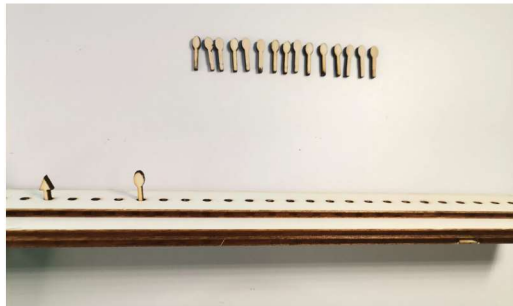
- MAT OŠ A.5.1. Brojevnim izrazom u skupu prirodnih brojeva s nulom modelira problem-sku situaciju
- MAT OŠ A.5.3. Povezuje i primjenjuje različite prikaze razlomaka
- MAT OŠ 5.5. Računa s decimalnim brojevima
- MAT OŠ A.6.6. Prikazuje i primjenjuje cijele brojeve
- MAT OŠ D.6.4. Pridružuje cijele i pozitivne racionalne brojeve točkama brojevnog pravca
- MAT OŠ D.7.1. Pridružuje točke pravca racionalnim brojevima

Kut i vrste kuta

Pomagalo Kut i vrste kuta omogućuje učenicima upoznavanje s pojma kut taktilnim putem. Ovo pomagalo sastoji se od ploče s urezanim vrstama kutova: šiljastim, pravim, tupim, izbočenim, punim i ispruženim. Svaki od kutova moguće je izdvojiti iz dane ravnine i opipati ga jer je između krakova šupljina, a kut čini i taj dio između krakova. Vrlo je važno naglasiti učenicima kako je kut dio ravnine i kao takav nemoguće ga je izdvojiti iz ravnine, no u svrhu njihova boljeg razumijevanja pojma kuta dio kuta je izdvojen iz ravnine kako bi opipao i uočio dijelove samoga kuta. Ishodi koje je moguće ostvariti pomoću ovog pomagala.



Slika 18: Matematičko pomagalo: Brojevni pravac

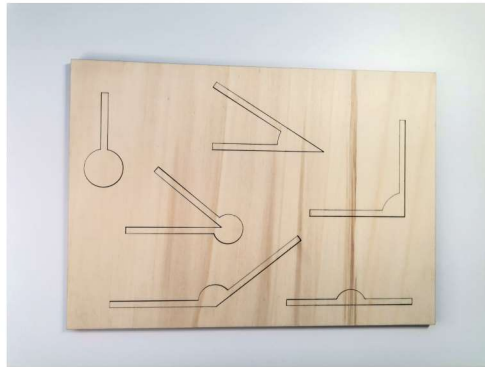


Slika 19: Matematičko pomagalo: Brojevni pravac

- MAT OŠ B.5.2. Prikazuje skupove i primjenjuje odnose među njima za prikaz rješenja problema.
- MAT OŠ C.5.1. Opisuje skupove točaka u ravnini te analizira i primjenjuje njihova svojstva i odnose
- MAT OŠ D.5.1. Klasificira kutove od šiljastoga do punoga
- MAT OŠ C.6.1. Prepoznaje i opisuje kut, vrh kuta i krak kuta



Slika 20: Matematičko pomagalo: Kut i vrste kuta

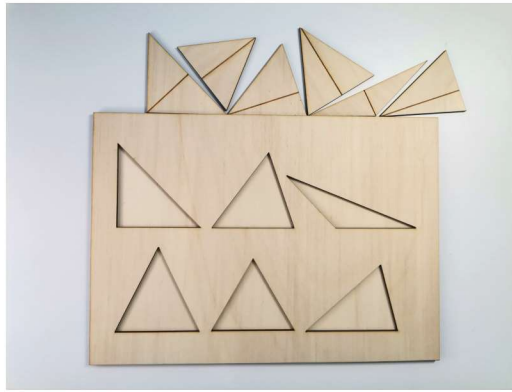


Slika 21: Matematičko pomagalo: Kut i vrste kuta

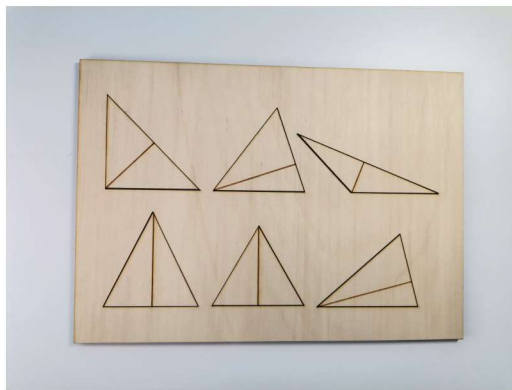
Trokut

Pomoću pomagala Trokut učenici upoznaju vrste trokuta obzirom na duljinu stranice trokuta i vrste trokuta obzirom na veličinu unutarnjeg kuta trokuta. Ovo pomagalo izrađeno je kao umetaljka, slično kao pomagalo za raspoznavanje vrsta kutova. Također, opet je učenicima potrebno naglasiti kako je trokut ravninski lik i kako ga fizički ne možemo "uzeti u ruku", no kako bi lakše razumjeli pojam trokuta za njih je napravljen trokut na način da ga izdvoje iz cjeline i opipaju. Učenici mogu uočiti dijelove trokuta: vrhove, stranice, kutove. Svaki trokut ima istaknutu jednu visinu koja je opipljiva pa uz dobru pripremu nastavnika moguće je učenicima pojasniti formulu za površinu trokuta. Ishodi koje učenici mogu ostvariti koristeći pomagalo:

- MAT OŠ C.5.1. Opisuje skupove točaka u ravnini te analizira i primjenjuje njihova svojstva i odnose.
- MAT OŠ C.5.2. Opisuje i crta/konstruira geometrijske likove te stvara motive koristeći se njima.
- MAT OŠ D.5.4. Računa i primjenjuje opseg i površinu geometrijskih likova.
- MAT OŠ C.6.2. Konstruira trokute, analizira njihova svojstva i odnose.
- MAT OŠ D.6.2. Računa i primjenjuje opseg i površinu trokuta i četverokute te mjeru kuta



Slika 22: Matematičko pomagalo: Trokut i vrste trokuta



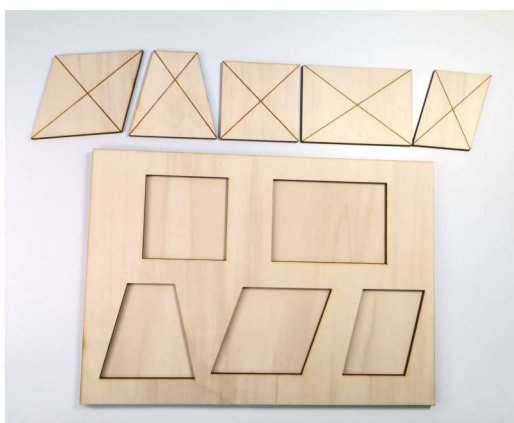
Slika 23: Matematičko pomagalo: Trokut i vrste trokuta

Četverokut

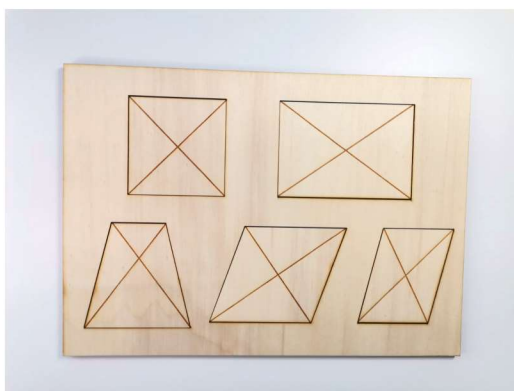
Ovo pomagalo omogućuje učenicima da upoznaju vrste četverokuta s kojima se učenici susreću u petom i šestom razredu osnovne škole, a to su: kvadrat, pravokutnik, romb, paralelogram i trapez. Uz samo upoznavanje navedenih četverokuta učenici mogu otkriti i svojstva svakog od njih. Ovo pomagalo izrađeno je kao umetaljka, slično kao pomagalo za raspoznavanje vrsta kutova i trokuta. Također, opet je učenicima potrebno naglasiti kako je četverokut ravninski lik i kako ga fizički ne možemo "uzeti u ruku", no kako bi lakše razumjeli pojam četverokuta za njih je napravljeno pomagalo na način da pojedini četverokut izdvoje iz ravnine i opipaju. Učenici mogu opipati dijelove četverokuta: vrhove, stranice, kutove, dijagonale. Ishodi koje učenici mogu ostvariti koristeći pomagalo:

- MAT OŠ C.5.1. Opisuje skupove točaka u ravnini te analizira i primjenjuje njihova svojstva i odnose.
- MAT OŠ C.5.2. Opisuje i crta/konstruira geometrijske likove te stvara motive koristeći se njima.
- MAT OŠ D.5.4. Računa i primjenjuje opseg i površinu geometrijskih likova.
- MAT OŠ C.6.3. Konstruira četverokute, analizira njihova svojstva i odnose.

- MAT OŠ D.6.2. Računa i primjenjuje opseg i površinu trokuta i četverokute te mjeru kuta



Slika 24: Matematičko pomagalo: Četverokut i vrste četverokuta

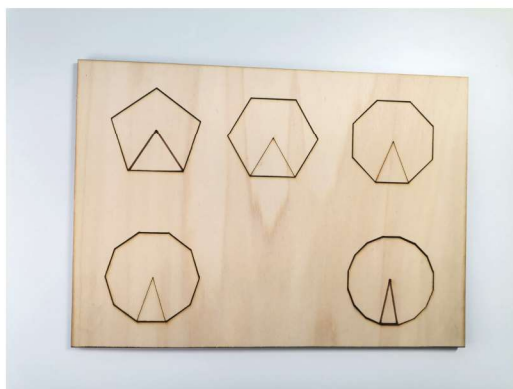


Slika 25: Matematičko pomagalo: Četverokut i vrste četverokuta

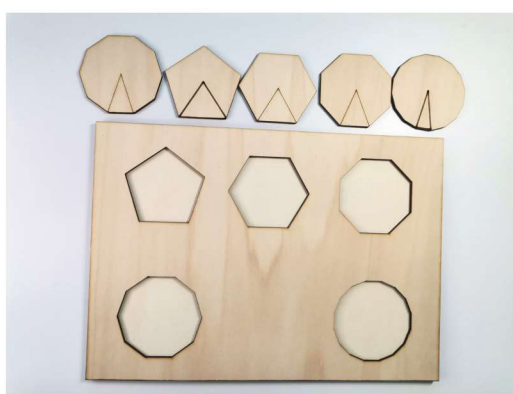
Mnogokut

Pomagalo Mnogokut vrlo je primjenjivo u sedmom razredu osnovne škole kad učenici upoznaju mnogokut i njegova svojstva. Mnogokuti koji su učenicima prikazani su: peterokut, šesterokut, sedmerokut, osmerokut i deseterokut. Uz samo upoznavanje navedenih mnogokuta učenici mogu otkriti i svojstva svakog od njih, a svakom je mnogokutu istaknut karakteristični trokut. Ovo pomagalo izrađeno je kao umetaljka, slično kao pomagalo za raspoznavanje vrsta kutova, trokuta i četverokuta. Također, opet je učenicima potrebno naglasiti kako je mnogokut ravninski lik i kako ga fizički ne možemo "uzeti u ruku", no kako bi lakše razumjeli pojam mnogokuta za njih je napravljeno pomagalo na način da pojedini mnogokut izdvoje iz ravnine i opipaju. Učenici mogu opipati dijelove mnogokuta: vrhove, stranice, kutove, karakteristični trokut. Također učenici mogu uočiti da što je veći broj stranica mnogokuta, tako je on sve sličniji krugu što je odličan uvod u pojam kruga i njegove površine. Ishodi koje učenici mogu ostvariti koristeći pomagalo:

- MAT OŠ C.7.1. Crta i konstruira mnogokute i koristi se njima pri stvaranju složenijih geometrijskih motiva.
- MAT OŠ D.7.3. Odabire strategije za računanje opsega i površine mnogokuta.



Slika 26: Matematičko pomagalo: Mnogokut

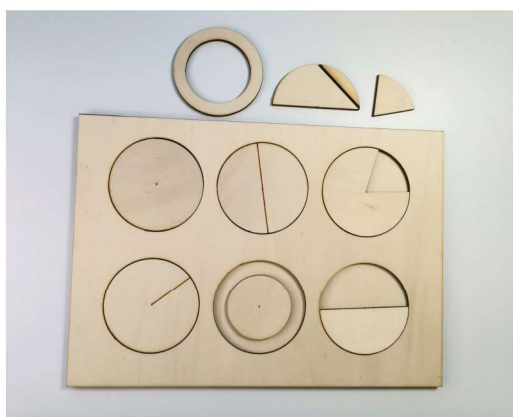


Slika 27: Matematičko pomagalo: Mnogokut

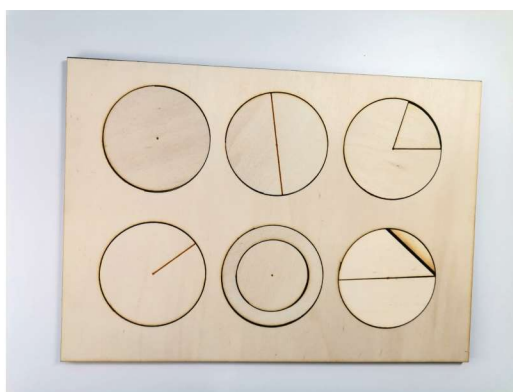
Krug i dijelovi kruga

Ovo pomagalo omogućuje učenicima da upoznaju dijelove kruga s kojima se učenici susreću u petom i sedmom razredu osnovne škole, a to su: krug, kružnica, polumjer, promjer, tetiva, kružni isječak, kružni odsječak, kružni vijenac, koncentrične kružnice. Ovo pomagalo izrađeno je kao umetaljka, slično kao pomagalo za raspoznavanje vrsta kutova, trokuta, četverokuta i mnogokuta. Također, opet je učenicima potrebno naglasiti kako je krug dio ravnine omeđen kružnicom i kako ga fizički ne možemo "uzeti u ruku", no kako bi lakše razumjeli pojam kruga za njih je napravljeno pomagalo na način da se krug i njegovi dijelovi izdvoje iz ravnine i opipaju. Ishodi koje učenici mogu ostvariti koristeći pomagalo:

- MAT OŠ C.5.2. Opisuje i crta/konstruira geometrijske likove te stvara motive koristeći se njima.
- MAT OŠ D.7.4. Računa i primjenjuje opseg i površinu kruga i njegovih dijelova.



Slika 28: Matematičko pomagalo: Krug i dijelovi kruga



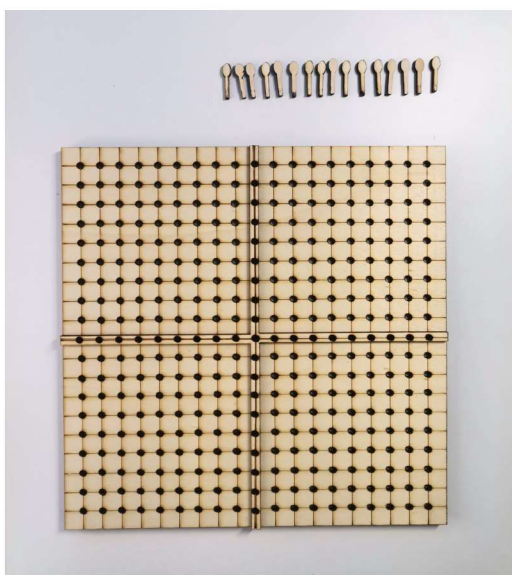
Slika 29: Matematičko pomagalo: Krug i dijelovi kruga

Pravokutni koordinatni sustav u ravnini

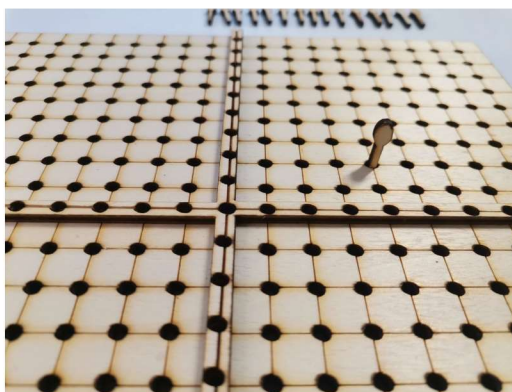
Pomagalo koje učenicima može pomoći u prikazivanju točaka u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini izrađeno je u obliku kvadrata duljine stranice 30 cm. Kvadrat je podijeljen

na četiri jednaka dijela pomoću dvije osi (koordinatne osi). Osi su debljine 4 mm. Kvadratna mreža je iscrtana na cijeloj ploči, a duljina jedinične dužine je 1 cm. Na svakih 1 cm napravljen je kružić promjera 3 mm kako bi učenici mogli umetnuti označivač za traženu točku. Učenicima je vrlo važno naglasiti kako je točka najmanji dio ravnine i kako je za njih pripremljen uvećani prikaz kako bi što lakše pronašli traženu točku zadanih koordinata. Ishodi koje učenici ostvaruju koristeći ovo pomagalo su;

- MAT OŠ D.6.5. U pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini crta točke zadane cjelobrojnim koordinatama.
- MAT OŠ D.7.2. U pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini crta točke s racionalnim koordinatama i stvara motive koristeći se njima.



Slika 30: Matematičko pomagalo: Pravokutni koordinatni sustav u ravnini



Slika 31: Matematičko pomagalo: Pravokutni koordinatni sustav u ravnini

6. Zaključak

Čovjek više od 80% informacija prima osjetilom vida. Stoga sljepoću smatramo jednim od najtežih invaliditeta. Ona svojim posebnim potrebama iziskuje poseban pristup u stvaranju približno jednakih prilika u svim područjima života, a manje je izražena kad osoba posjeduje kompetencije potrebne za uspješno obavljanje pojedinih poslova. Zakon o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi slijepe učenike svrstava u kategoriju učenika s teškoćama u razvoju dok Pravilnik o osnovnoškolskom odgoju učenika s teškoćama u razvoju oštećenja vida dijeli u dvije skupine, a to su slabovidnost i sljepoća. Zakonom je utvrđeno ostvarivanje prava učenika s teškoćama u razvoju na primjerene programe školovanja i primjerene oblike pomoći školovanja koje propisuje ministar. Slijepe učenike vrlo je važno integrirati unutar skupine djece već od vrtićke dobi kako bi dijete kroz interakciju sa svojim vršnjacima razvilo socijalne odnose.

Matematika je svim učenicima vrlo teška, a posebice učenicima s ovom teškoćom. Slijepi učenici ne mogu, ili mogu vrlo teško i uz velike napore učitelja i okoline, vizualizirati matematičke pojmove i koncepte. Učitelji se često ne mogu dovoljno prilagoditi takvim učenicima i teško je pronaći ravnotežu između onoga što učenici mogu i što ne mogu vizualizirati. Često slijepi učenici uče napamet definicije ili postupke konstruiranja koje ne mogu provesti kako bi zadovoljili formu i ostvarili pojedine ishode. Zbog nemogućnosti vizualizacije s ciljem što boljeg razumijevanja važno je učenicima na njima razumljiv način prikazati sadržaje, prilagoditi ih i osmisliti načine na koji će im matematički sadržaji biti razumljivi. Kako bi matematička edukacija slijepih učenika bila kvalitetna potrebni su posebni udžbenici, pisači materijali te poseban školski pribor. Prilikom računanja mogu se koristiti abakusom, govornim kalkulatorom i računalom za slijepe. U geometriji slijepi učenici koriste se posebnim geometrijskim priborom, odnosno dolijama za crtanje i maganetnim pločama. Veliki je problem nedostatak materijala koji je uzrokovan visokim cijenama.

Glavni način komunikacije pri učenju i poučavanju je pisani oblik i to putem Brailleovog pisma. Brailleovo pismo zove se još skraćeno i brajica. Za ispis Brailleovog pisma postoje razni uređaji i pomagala kao što su: dvostrana Praška tablica, klasični pisači strojevi, suvremeni pisači strojevi koji se spajaju na računalu, Brajev redak, Brajeva elektronička bilježnica i računala za slijepe osobe. Oni su uglavnom jako skupi što je razlog njihove nedostupnosti učenicima. Zbog svoje skupoće učenici uglavnom koriste običan pisači stroj ili dvostranu Prašku tablicu. Brailleovo pismo primarni je medij koji pomaže u kontinuiranom razvoju pismenosti slijepih osoba. Brailleovo pismo reljefno je pismo koje se temelji na šest točkica koje se mogu kombinirati u 63 znaka. Pomoću ovog sustava razvijena je abeceda za slijepe, veliko i malo slovo, te matematička i glazbena notacija.

Brailleovo pismo omogućuje zapisivanje svih vrsta matematičkih zapisa i izraza od brojeva, velikih i malih latiničkih slova, grčkih slova, posebno pisanih slova, operacija i relacija, do geometrijskih zapisa za zapisivanje izraza za dužinu, duljinu dužine, sukladnosti, usporednosti, okomitosti, te oznake za kut, trokut i slično.

Iskustva učitelja koji su u nastavi matematike imali slijepe učenike govore nam kako je vrlo važno osvijestiti potrebu takvih učenika za posebnim pomagalima i dodatnim vremenom koje bi im trebalo posvetiti. Učitelji smatraju kako je Kurikulum nastavnog predmeta Matematika neprilagođen slijepim učenicima i kako pojedini ishodi za njih bez adekvatnih pomagala nisu

usvojivi. Integracija slijepi učenika neophodna je za socijalizaciju i ostvarivanje kontakta slijepih učenika s drugim učenicima, te njihov osobni rast i razvoj, no rad sa slijepim učenikom unutar redovnog razrednog odjela vrlo je težak i iziskuje veliki napor i ulaganje puno vremena u pripremanje materijala za rad s takvim učenikom. Uz podršku učitelja vrlo je važna podrška i uključenost okoline, odnosno obitelji, kako bi učenik napredovao.

Literatura

- [1] M. Barišić Aplikacija za slijepe osobe, članak: Jutarnji list, Zagreb, 2021. URL: <https://bit.ly/3SylZgv>
- [2] M. Bitter Braille in Mathematics Education, Masters Thesis Information Sciences, Radboud University Nijmegen, 2013.
- [3] A. Fajdetić, Brajična komunikacijska kompetencija - razumijevanje sustava jednostavnih brajičnih znakova i njihova primjena u složenim brajičnim znakovima literarnog i matematičkog konteksta, Pregledni rad, Odsjek za oštećenja vida, Edukacijsko-rehabilitacijski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2010.
- [4] K. Nenadić, Ž. Šubarić, J. Dumančić, Osobe s oštećenjima vida - naši pacijenti, vodič za pristup slijepim i slabovidnim osobama za zdravstvene djelatnike, Hrvatski savez slijepih, Zagreb, 2015.
- [5] V. Martinović, Otto-Prytz - Brajica, pronalazak Louisa Braillea, održiv i vrijeda održavanja URL: <https://bit.ly/3EbjGM5>
- [6] R. Pugar, Brajična matematička notacija Hrvatski savez slijepih URL: <https://bit.ly/3e4CgL5>
- [7] Erasmus+ project Inclusion in Europe through Knowledge and Technology, Teaching the Blind Mathematics
- [8] MZO, Kurikulumi nastavnih predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije i Matematika za srednje strukovne škole na razini 4.2., Ministarstvo znanosti i obrazovanja, Zagreb, 2019.
- [9] Pravilnik o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju, Narodne novine, 4.3.2015. URL: https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2015_03_24_510.html
- [10] Zakon o odgoju i obrazovanju, Narodne novine 30.5.2020. URL: www.zakon.hr

Sažetak

Diplomski rad Slijepi učenici u nastavi matematike proučava način integracije slijepih učenika u nastavu matematike, način komunikacije i razumijevanja matematičkog sadržaja, te donosi zapis osnovnih matematičkih izraza i znakova na Brailleovom pismu.

Rad najprije donosi teorijske aspekte oštećenja vida, zatim se bavi zakonskim okvirima i pravima slijepih osoba, te načinom komunikacije sa slijepim učenicima. Način komunikacije sa slijepima je putem Brailleovog pisma, pomoću asistivne tehnologije te uz pomoć raznih mobilnih aplikacija i web okruženja koji slijepima omogućuju što bolje razumijevanje sadržaja.

U radu su iznesena mišljenja učitelja matematike koji su imali priliku raditi sa slijepim učenicima. Njihova mišljenja zapisana su na temelju istraživanja provedenoga u online okruženju koristeći se Google obrascima. Uz mišljenja učitelja u radu je opisana osnovna Brailleova matematička notacija.

Obzirom da je rad sa slijepim učenicima težak i zahtjeva veliki trud, angažman i rad učenika, učitelja i obitelji, u radu su opisana neka pomagala izrađena od drveta. Matematička pomagala za slijepu učenike uključuju pomagala za bolje razumijevanje razlomaka, brojevnog pravca, kuta i vrsta kutova, trokuta, četverokuta, mnogokuta, kruga i dijelova kruga, te pravokutnog koordinatnog sustava u ravnini.

Ključne riječi

slijepi učenici, matematika za slijepu, matematička pomagala za slijepu, Brailleovo pismo

Title: Blind students in mathematics classes

Summary

The work *Blind students in the teaching of mathematics* studies the way of integrating blind students into the teaching of mathematics, the way of communication and understanding of mathematical content, and provides a record of basic mathematical expressions and signs in Braille.

The paper first presents the theoretical aspects of visual impairment, then deals with the legal framework and rights of blind people, and the way of communication with blind students. The way of communication with the blind is through Braille, using assistive technology and with the help of various mobile applications and web environments that enable the blind to understand the content as well as possible.

The paper presents the opinions of mathematics teachers who had the opportunity to work with blind students. Their opinions were recorded based on research conducted in an online environment using Google forms. Along with the teacher's opinions, the paper describes the basic Braille mathematical notation.

Considering that working with blind students is difficult and requires a lot of effort, engagement and work of students, teachers and families, some aids made of wood are described in the paper. Math aids for blind students include aids for better understanding of fractions, the number line, angle and types of angles, triangles, quadrilaterals, polygons, circles and parts of circles, and the rectangular coordinate system in the plane.

Keywords

blind students, mathematics for the blind, mathematical aids for the blind, Braille

Životopis

Rođena sam 5. ožujka 1993. godine u Slavanskom Brodu. Osnovnu školu završila sam 2007. godine, nakon čega sam upisala Gimnaziju Matija Mesić u Slavanskom Brodu, opći smjer. Gimnaziju završavam 2011. godine, te tada upisujem Sveučilišni preddiplomski studij Matematike na Odjelu za matematiku u Osijeku. Preddiplomski studij završavam sa završnim radom na temu "Primjene integrala funkcije jedne varijable", pod mentorstvom prof. dr. sc. Kristiana Sabe, te stječem akademski naziv prvostupnika matematike. Iste godine počinjem raditi na mjestu učiteljice matematike u Osnovnoj školi "Dr. Stjepan Ilijašević" u Oriovcu, te upisujem pedagoško-psihološke i didaktičko-metodičke kompetencije na Učiteljskom fakultetu u Slavanskom Brodu. Po završetku pedagoških kompetencija prijavljena sam za polaganje stručnog ispita koji sam uspješno položila 2018. godine. U rujnu 2018. godine zapošljam se u Osnovnoj školi "Dr. Stjepan Ilijašević" na nepuno neodređeno radno vrijeme. Diplomski sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike, na Odjelu za matematiku upisujem 2020. godine. Tijekom završne godine studija odrađujem stručnu praksu u osnovnim i srednjim školama u Osijeku kao nastavnica matematike i informatike, te sam u radnom odnosu u Osnovnoj školi "Dr. Stjepan Ilijašević" i u gimnaziji Gimnazija Požega. U rujnu 2022. godine počinjem, uz "OŠ Dr. Stjepan Ilijašević" raditi i kao učiteljica matematike i informatike u Srednjoj Glazbenoj školi u Slavanskom Brodu kao nadopuna satnice na neodređeno koju imam u spomenutoj osnovnoj školi.