Primjena povijesnih tema u nastavi matematike

Sipl, Lucija

Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku
Fakultet primijenjene matematike i informatike
Diplomski sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike

Lucija Sipl

Primjena povijesnih tema u nastavi matematike

Diplomski rad

Osijek, 2023.

Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku
Fakultet primijenjene matematike i informatike
Diplomski sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike

Lucija Sipl

Primjena povijesnih tema u nastavi matematike

Diplomski rad

Voditelj: izv. prof. dr. sc. Tomislav Marošević

Osijek, 2023.

Sadržaj

Uvod

Tema ovog diplomskog rada je primjena povijesnih tema u nastavi matematike ili detaljnije rečeno korištenje i primjena raznih tema iz povijesti matematike i povijesti općenito u izvođenju nastave matematike u osnovnoj i srednjoj školi.

U prvom poglavlju dan je pregled gdje se sve spominje povijest u kurikulumu nastavnog predmeta Matematika za sve razrede od petog razreda osnovne škole pa do kraja srednje škole.

U drugom i trećem poglavlju opisane su razne teme iz povijesti matematike, ali i povijesti općenito, a pri tome naglasak je stavljen na teme koje se obrađuju u petom razredu osnovne škole. Gdje god je to bilo moguće, dodani su razni primjeri te zadatci, a uz njih i njihova rješenja. Također su uz neke teme dodane i aktivnosti koje se mogu iskoristiti kao zadatak za domaću zadaću, za neki projekt ili za nastavu izvan učionice.

Uz svaku temu naveden je i ishod iz trenutno važećega kurikuluma nastavnog predmeta Matematika, a samim time i razred u kojem se može obraditi navedena tema. Teme su u oba poglavlja poredane abecednim redoslijedom.

Pod pojmom aktivnosti misli se na izradu plakata ili prezentacije, prikupljanje informacija, motivaciju za učenje nekog dijela gradiva, rješavanje problemskih zadataka, proučavanje raznih zanimljivosti i slično.

U zadnjem poglavlju ovog rada nalazi se usporedba dva udžbenika za peti razred osnovne škole i to od dvije grupe autora. Popisani su svi zadatci, zanimljivosti te napomene koji se mogu naći u tim udžbenicima, a na temelju toga je dan i zaključak o tome koliko su neki autori koristili povijest prilikom kreiranja udžbenika. Za sve što je popisano u ovom poglavlju prilikom uspoređivanja udžbenika dan je i opis, a on se nalazi ili u drugom ili u trećem poglavlju ovog rada.

1. Povijest u kurikulumu nastavnog predmeta Matematika

Na početku svega postavljaju se sljedeća dva važna pitanja, a to su: koliko se uopće spominje povijest u bilo kojem kontekstu u kurikulumu nastavnog predmeta Matematika? Koliko se ona povezuje s nastavnim predmetom povijest? Prije nego što se razmotre odgovori na ova pitanja potrebno je napisati što je uopće kurikulum i nekoliko bitnih činjenica koje se mogu pronaći u kurikulumu nastavnog predmeta Matematika.

Prema Nacionalnom okvirnom kurikulumu (vidi [7]) "nacionalni okvirni kurikulum predstavlja temeljni dokument koji određuje sve bitne sastavnice odgojno-obrazovnoga sustava od predškolske razine pa do završetka srednjoškolskoga odgoja i obrazovanja". U istom tom dokumentu možemo pronaći i činjenicu da on predstavlja temelj za izradu raznih drugih dokumenata među kojima su i predmetni kurikulumi, a kurikulum nastavnog predmeta Matematika je jedan od tih predmetnih kurikuluma. Nadalje, predmetni kurikulumi (vidi [6]) sadrže svrhu i opis nastavnog predmeta, odgojno-obrazovne ciljeve učenja i poučavanja predmeta, domene kurikuluma, odgojno-obrazovne ishode prema razredima, povezanost s drugim predmetima kao i međupredmetnim temama, o učenju i poučavanju predmeta te o vrednovanju usvojenosti ishoda.

Prije nego što odgovorimo na pitanja iz uvodnog dijela ovog poglavlja navest ćemo još i koje su to domene u kurikulumu nastavnog predmeta Matematika, a one su sljedeće: Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje te Podatci, statistika i vjerojatnost. Kako i sam kurikulum (vidi [6]) kaže, domene proizlaze iz velikih matematičkih ideja (broj, oblik, struktura i promjena) na kojima se i temelji početak i razvoj matematike.

I napokon smo došli do najvažnijeg za ovo poglavlje, a to je gdje je uopće povijest u kurikulumu nastavnog predmeta Matematika (vidi [6]). Za početak pronalazimo ju kao dio odgojno-obrazovnih ciljeva učenja i poučavanja matematike gdje ju spominju u kontekstu prepoznavanja povijesnih vrijednosti same matematike (znači prepoznavanje povijesti matematike) kako bi ju mogli primijeniti u raznim disciplinama i djelatnostima, ali i kako bi pokazali ulogu matematike za razvoj društva. Nadalje, povijest je navedena i u smislu proučavanja raznih povijesnih pojava, procesa i struktura i to na način da učenici koriste različite prikaze, provode različita istraživanja te analiziraju ono što su pronašli, iznose mišljenja o raznim prikupljenim podatcima i time razvijaju svoje kritičko mišljenje. Osim u ove dvije činjenice povijest se u najvećoj mjeri spominje u razradi ishoda prema razredima i to na sljedećim mjestima:

1. kao dio osnovnog sadržaja u razradi odgojno-obrazovnog ishoda
2. kao dio proširenog sadržaja u razradi odgojno-obrazovnog ishoda
3. kao dio preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda.

Zanimljiva je činjenica da autori kurikuluma nisu niti jednom spomenuli mogućnost korelacije sa samim nastavnim predmetom Povijest iako postoji i taj dio u razradi ishoda prema razredima. I za kraj ovog poglavlja još ćemo navesti detaljnije što se to sve spominje i u kojim odgojno-obrazovnim ishodima[1] na svakom od navedenih mjesta u prethodnom nabrajanju i to za osnovnu školu[2] kao i za srednju školu[3].

[1]U nastavku rada umjesto *odgojno-obrazovni ishod* kraće će se pisati samo *ishod.*

[2]U nastavku rada umjesto *osnovna škola* kraće će se pisati samo *OŠ*

[3]U nastavku rada umjesto *srednja škola* kraće će se pisati samo *SŠ*

Kao dio osnovnog sadržaja u razradi ishoda

- U prvom razredu SŠ u domeni Oblik i prostor te u domeni Mjerenje kao dio razrade ishoda *Primjenjuje Talesov poučak o proporcionalnosti dužina i sličnost trokuta* pojavljuje se i zahtjev za upoznavanje povijesti matematike kroz rješavanje primjera i zadataka.

Kao dio proširenog sadržaja u razradi ishoda

- U prvom razredu SŠ u domeni Oblik i prostor te u domeni Mjerenje kao dio razrade ishoda *Primjenjuje Talesov poučak o proporcionalnosti dužina i sličnost trokuta* pojavljuju se crtice iz povijesti koje upućuju na istraživanje o Talesu, Euleru, Heronu i Pitagori.
- U prvom razredu SŠ u domeni Oblik i prostor kao dio razrade ishoda *Konstruira i analizira položaj karakterističnih točaka trokuta* dodana je ideja o traženju crtica iz povijesti vezanih uz Eulera.
- U drugom razredu SŠ u domeni Brojevi te u domeni Algebra i funkcije kao dio razrade ishoda *Primjenjuje diskriminantu kvadratne jednadžbe i Vièteove formule* pojavljuju se crtice iz povijesti koje potiču na istraživanje o Vièteu.
- U trećem razredu SŠ u domeni Algebra i funkcije te u domeni Oblik i prostor kao dio razrade ishoda *Analizira eksponencijalnu i logaritamsku funkciju* pojavljuju se crtice iz povijesti koje upućuju na istraživanje o Euleru i Napieru.
- U trećem razredu SŠ u domeni Algebra i funkcije te u domeni Oblik i prostor kao dio razrade ishoda *Primjenjuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju* pojavljuju se crtice iz povijesti koje upućuju na dodatnu temu o Briggsovim i Napierovim logaritamskim tablicama.
- U trećem razredu SŠ u domeni Algebra i funkcije te u domeni Oblik i prostor kao dio razrade ishoda *Primjenjuje svojstva trigonometrijskih funkcija* dodana je ideja o traženju crtica iz povijesti koje upućuju na traženje podrijetla imena trigonometrijskih funkcija.
- U trećem razredu SŠ u domeni Algebra i funkcije te u domeni Oblik i prostor kao dio razrade ishoda *Primjenjuje jednadžbe elipse, hiperbole i parabole* pojavljuju se crtice iz povijesti koje potiču na istraživanje o čunjosječnicama.

Kao dio preporuka za ostvarivanje ishoda

- U drugom razredu OŠ u domeni Brojevi kao dio ishoda *Koristi se rimskim brojkama do 12* ističe se mogućnost upoznavanja učenika s povijesnim razvojem arapskih i rimskih znamenaka.
- U petom razredu OŠ u domeni Mjerenje kao dio ishoda *Primjenjuje računanje s novcem* potiče se mogućnost istraživanja o povijesti novca.
- U sedmom razredu OŠ u domeni Oblik i prostor kao dio ishoda *Crta i konstruira mnogokute i koristi se njima pri stvaranju složenijih geometrijskih motiva* pojavljuje se između ostalog i mogućnost da se istraže povijesne crtice vezane uz arhitekturu i likovnu umjetnost.

- U sedmom razredu OŠ u domeni Mjerenje kao dio ishoda *Računa i primjenjuje opseg i površinu kruga i njegovih dijelova* preporuča se istražiti povijesne činjenice o broju π.
- U osmom razredu OŠ u domeni Brojevi kao dio ishoda *Računa s potencijama racionalne baze i nenegativnoga cjelobrojnog eksponenta* ističe se mogućnost istraživanja povijesnih zanimljivosti vezanih uz potencije.
- U osmom razredu OŠ u domeni Algebra i funkcije kao dio ishoda *Primjenjuje razmjer* preporuča se istražiti povijesne crtice o proporciji.
- U osmom razredu OŠ u domeni Oblik i prostor kao dio ishoda *Primjenjuje Talesov poučak* potiče se istraživanje o Talesu i Talesovom poučku.
- U osmom razredu OŠ u domeni Mjerenje kao dio ishoda *Primjenjuje Pitagorin poučak* navedeno je kako je poželjno istražiti bogatu povijest Pitagorinog poučka kao i Pitagorina života.
- U prvom razredu SŠ u domeni Oblik i prostor te u domeni Mjerenje kao dio ishoda *Primjenjuje sličnost trokuta* naveden je primjer zadatka koji uključuje povijest matematike, a taj zadatak traži da se objasni kako je Tales pomoću sjene izračunao visinu piramide. U dodatnoj napomeni, potiče se da učenici na isti način izračunaju i visinu neke zgrade ili stabla u svojoj okolini.

2. Povijest matematike u nastavi matematike

Glavni dio ovoga rada je pokazati kako povijest primijeniti u nastavi matematike. Već smo u uvodu zapisali da će naglasak biti na temama koje se mogu obraditi već u petom razredu osnovne škole. Tako ćemo u ovom dijelu rada prikazati razne teme koje mogu učenicima pomoći da razumiju kako se matematika razvijala, koje su to problematike razmatrali matematičari starijih vremena, nešto o najpoznatijim matematičarima i slično. Uz većinu navedenih zadataka bit će dano i njihovo rješenje. Također, uz dio potpoglavlja te uz sve zadatke bit će zapisano i koji se ishodi iz kurikuluma mogu ostvariti istraživanjem navedenih tema te rješavanjem navedenih zadataka.

2.1 Arhimed

O Arhimedu

Nešto o Arhimedu možemo pronaći u udžbeniku [1]. Autori ovog udžbenika su napisali sljedeće: rođen je 287. g. pr. Krista, bio je grčki matematičar koji je živio u Sirakuzi, a preminuo je 212. g. pr. Krista. Poznata je njegova rečenica: "Ne dirajte moje krugove". Nju je izgovorio pred smrt jednom rimskom vojniku zato što ga je prekinuo dok je razmišljao o matematičkom problemu pomoću krugova koje je nacrtao u pijesku.

Dodatno, u [9] se može pronaći i to da se osim matematikom bavio i fizikom te mehanikom. Neki njegovi rezultati su: metoda ekshaustije, geometrijsko rješenje kubne jednadžbe, kvadratura parabole (to jest računanje površine između parabole i pravca) te Arhimedov zakon.

2.2 Carl Friedrich Gauss

U ovome potpoglavlju reći ćemo nešto o njemačkom matematičaru Gaussu kao i jednu zanimljivost iz njegovih školskih dana.

O Gaussu

Carl Friedrich Gauss (slika[4] 1) slavni je njemački matematičar rođen 1777. godine, a preminuo je 1855. godine. U [9] autor je zapisao da se Gauss bavio matematikom, astronomijom, geodezijom, elektricitetom i mehanikom. Iz područja matematike bavio se teorijom brojeva, kompleksnim brojevima, kongruencijama i slično.

Anegdota iz Gaussovih školskih dana

Anegdota iz Gaussovih školskih dana (vidi [1]) kaže da je učitelj Gaussu i njegovim razrednim prijateljima dao zadatak da zbroje sve prirodne brojeve od 1 do 100. Tada je Gauss imao svega sedam godina, ali unatoč tome jako je brzo shvatio da je zbroj prvog i zadnjeg broja 101, a da se isto dobije i ako se zbroje drugi i predzadnji broj. Osim toga, shvatio je da to vrijedi i ako će analogno nastaviti birati brojeve iz toga niza. Uočio je da parova koji u zbroju daju 101 ima ukupno 50. Zatim je pomnožio 101 i 50 te u rekordnom vremenu dobio rezultat koji je učitelj tražio, a to je 5050. Čak je i učitelj bio iznenađen brzinom kojom je Gauss došao do točnog rješenja.

[4] Preuzeto s `https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/ec/Carl_Friedrich_Gauss_1840_by_Jensen.jpg`

Slika 1: Carl Friedrich Gauss

2.3 Eratosten i Eratostenovo sito

Ovo potpoglavlje donosi nešto o grčkom matematičaru Eratostenu kao i postupak za dobivanje prostih brojeva - Eratostenovo sito. U 5. razredu OŠ u domeni Brojevi nalazi se ishod *Rastavlja broj na proste faktore i primjenjuje djeljivost prirodnih brojeva* pa se ovaj ishod može realizirati i pomoću opisivanja ovog postupka.

O Eratostenu

Eratosten (276.-194. pr. Krista) je bio grčki matematičar i geograf (vidi [1]). Poznat je po Eratostenovom situ koje je po njemu i dobilo ime. Osim po njemu, još je poznat po tome što je prvi izračunao opseg Zemlje, time je zapravo odredio da duljina Zemljina ekvatora iznosi približno 40000 km.

Eratostenovo sito

Eratostenovo sito je postupak kojim se od određenog broja prirodnih brojeva dobiju svi prosti brojevi koji su manji od tog određenog broja. Detaljan postupak izdvajanja prostih brojeva opisan je u udžbeniku [1].

Ovdje ćemo opisati taj postupak na primjeru izdvajanja prostih brojeva do 50.

1. Zapisat ćemo u tablicu sve prirodne brojeve do 50 (pogledati tablicu 1).

2. Zanemarit ćemo broj 1 jer on nije ni prost ni složen broj.

3. Broj 2 obojimo crvenom bojom. On je prvi prost broj.

4. Prekrižimo sve brojeve koji su višekratnici broja 2 jer su oni zbog toga sigurno složeni brojevi.

5. Najmanji prirodni broj koji nije niti crveno obojan niti prekrižen je broj 3 i on je drugi prost broj te možemo i njega obojati crvenom bojom.

6. Nastavljamo dalje tako da sada prekrižimo sve višekratnike broja 3 te opet tražimo najmanji prirodni broj koji nije niti crveno obojan niti prekrižen.

7. Postupak ponavljamo analogno dok u jednom trenutku ne budu svi brojevi (osim jedinice) ili crveni ili prekriženi.

8. Na kraju možemo iščitati sve brojeve koji su crveno obojani i na taj način smo iščitali i sve proste brojeve do 50.

1	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~

Tablica 1: Eratostenovo sito do broja 50

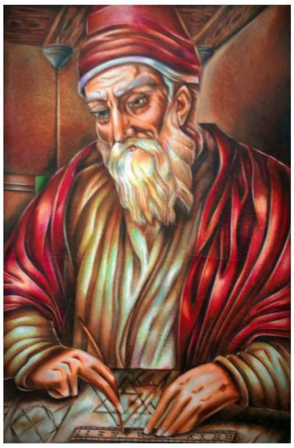
2	3	5	7	11
13	17	19	23	29
31	37	41	43	47

Tablica 2: Prosti brojevi do 50

2.4 Euklid i Euklidovi Elementi

O Euklidu

Euklid (slika[5] 2) je bio grčki matematičar koji je živio je u doba antičke Grčke, a postavio je temelje geometrije (vidi [1]). Napisao je djelo Elementi, a u literaturi se često naglašava kako su Elementi baš Euklidovi. U [2] saznajemo da se Euklid, osim matematikom, bavio i optikom, glazbom i astronomijom.



Slika 2: Euklid

[5]Preuzeto s https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/ec/Euclid_by_Best_Triphop_Rattanajaratrod.jpg

Euklidovi Elementi

Za početak nešto najvažnije o Elementima, a što možemo pronaći u [2]. U Euklidovim Elementima u 13 različitih knjiga možemo pronaći svu matematiku koja je tada bila poznata. U tim knjigama svaki teorem slijedi iz već dokazanih ili iz osnovnih tvrdnji. Tvrdnje su raspoređene na sljedeći način:

- 1. knjiga: elementarna geometrija
- 2. knjiga: geometrijska algebra
- 3. knjiga: planimetrija kružnice i kruga
- 4. knjiga: konstrukcije pravilnih poligona
- 5. knjiga: Eudoksova opća teorija omjera i razmjera
- 6. knjiga: primjena opće teorije omjera i razmjera na planimetriju
- 7., 8. i 9. knjiga: pitagorejska aritmetika
- 10. knjiga: klasifikacija kvadratnih iracionalnosti
- 11. knjiga: opća stereometrija
- 12. knjiga: primjena metode ekshaustije na stereometriju
- 13. knjiga: teorija pravilnih poliedara.

U udžbeniku [1] možemo pronaći sljedeće zadatke iz Euklidovih Elemenata:

1. Zadanoj kružnici konstruirajte tetivu zadane duljine.
2. Raspolovite zadanu dužinu.
3. Zadanu dužinu podijelite na jednake dijelove.
4. Zadanoj kružnici pronađite središte.
5. Raspolovite zadani luk kružnice.

Rješenja svih ovih zadataka mogu se pronaći u Euklidovim Elementima, a u nastavku ćemo napisati u kojoj knjizi i u kojem njenom dijelu. Za potpuno rješenje ovih 5 zadataka kao i za ostatak Elemenata pogledati [5].

Prvi od tih zadataka može se pronaći u četvrtoj knjizi Euklidovih Elemenata i to kao iskaz prve propozicije. Drugi zadatak nalazi se u prvoj knjizi Elemenata i taj zadatak je zapravo iskaz 10. propozicije. Treći zadatak može se pronaći kao iskaz propozicije 9 u 6. knjizi Elemenata. Četvrti od tih zadataka nalazi se u trećoj knjizi Euklidovih Elemenata i zapravo je iskaz prve propozicije u toj knjizi. Zadnji (peti) navedeni zadatak zapravo je iskaz propozicije 30 i nalazi se u 3. knjizi Elemenata.

Ove konstrukcije se mogu iskoristiti za ostvarenje ishoda iz domene Oblik i prostor: *Opisuje i crta/konstruira geometrijske likove te stvara motive koristeći se njima.*

2.5 Jacques Ozanam

O J. Ozanamu

Jacques Ozanam je francuski matematičar koji je živio u 17. stoljeću (vidi [1]).

Zadatak iz tečaja matematike J. Ozaname

Zadatak možemo pronaći u [1], a on glasi ovako: "Tri čovjeka žele kupiti kuću za 24 000 livri. Dogovorili su se da jedan od njih plati polovinu iznosa, drugi trećinu, a treći ostatak. Koliko je svaki od njih dao novca?".

Rješenje zadatka:

Kako jedan od tri čovjeka plaća polovinu iznosa, on će platiti ukupno: $\dfrac{24000}{2} = 12000$ livri.
Drugi koji će platiti trećinu iznosa dat će ukupno: $\dfrac{24000}{3} = 8000$ livri za tu kuću.
Zadnji čovjek treba dati ostatak, a to ćemo odrediti tako da od ukupnog iznosa koliko treba dati za tu kuću oduzmemo iznos koji će prvi dati za nju te iznos kojeg će uplatiti drugi čovjek. Taj iznos je sljedeći: $24000 - 12000 - 8000 = 4000$ livri.

Zadatak može poslužiti za ostvarenje ishoda iz domene Brojevi: *Povezuje i primjenjuje različite prikaze razlomaka.*

2.6 Mjerenje i razvoj mjernih jedinica kroz povijest

Kako smo već i naveli u prvom poglavlju ovoga rada, mjerenje je jedna od domena u kurikulumu nastavnog predmeta Matematika. Ono (prema kurikulumu [6]) predstavlja uspoređivanje neke veličine s veličinom iste vrste koja je dogovorena jedinica mjere. Tako ćemo ovdje spomenuti razlog zašto je došlo do uvođenja današnjih mjernih jedinica, nešto o osnovnim mjernim jedinicama iz SI sustava kao i neke mjerne jedinice koje su se prije koristile.

U udžbeniku [10] možemo pronaći činjenicu da pri mjerenju duljina može nastati problem ukoliko precizno ne odredimo mjernu jedinicu. Zbog ove činjenice je 1779. godine postignut dogovor prema kojem je metar (oznaka: m) postao osnovna mjerna jedinica za duljinu. Ovakva činjenica može potaknuti učenike na istraživanje koje su to druge osnovne mjerne jedinice te od kada su one u upotrebi.

Mjerenje kutova

Ovdje ćemo navesti jednu zanimljivost vezanu uz mjerenje kutova. Prema [1] znamo da mjerenje kutova pomoću stupnjeva (kakvog i mi danas koristimo) potječe još iz Babilona i to iz vremena između 3. i 2. tisućljeća prije Krista.

Stare mjerne jedinice za duljinu

Pitamo se kako su ljudi u prošlosti koji nisu znali za mjerne jedinice za duljinu mjerili istu. Autori udžbenika [1] su zapisali jednu zanimljivost u kojoj govore baš o tome. Oni navode sljedeće mjerne jedinice koje su se koristile za mjerenje duljine: palac, pedalj, stopa, korak, milja, dan hoda, dan jahanja i dan plovidbe.

2.7 Razvoj matematičkih zapisa kroz povijest

U ovome djelu vidjet ćemo kako su se razvijale matematičke oznake za osnovne računske operacije te kada se to dogodilo. Također, navest ćemo i gdje su pronađeni najstariji matematički zapisi i od kada oni potječu.

Povijest matematičkih zapisa

Najstariji matematički zapis pronađen je (prema [1]) u državi Svazi na jugu Afrike u planini Lebombo. Tamo se nalazi poznata jama Border Cave i u njoj se nalaze majmunske kosti stare približno 35000 godina. Na tim kostima se nalazi 29 ureza za koje se zna da predstavljaju neki matematički zapis, ali se ni dan danas ne zna značenje tog zapisa.

Računske radnje zbrajanja i oduzimanja pojavljuju se u isto vrijeme, a poznavali su ih još i u starom Babilonu i u starom Egiptu te su ih koristili kako bi olakšali brojanje u raznim životnim situacijama (vidi [1]). U isto vrijeme je već bila poznata i operacija množenja koja je stvorila lakši način za zbrajanje više jednakih pribrojnika. Osim primjene ove tri osnovne računske operacije, stari Babilonci i Egipćani su znali primijeniti i četvrtu računsku operaciju: dijeljenje.

Oznake za osnovne računske operacije

Oznake za osnovne računske operacije su (prema [1]) nastajale ovim redoslijedom:

1. nije navedena točna godina kada je papa Silvestar II. (945.-1003.) uveo oznaku za dijeljenje (":")
2. godina 1489.: njemački matematičar Johannes Widman (1460.-1498.) uvodi oznaku za zbrajanje ("+")
3. godina 1489.: njemački matematičar Johannes Widman (1460.-1498.) uvodi oznaku za oduzimanje ("$-$")
4. nije navedena točna godina kada je njemački matematičar i filozof Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646.-1716.) uveo oznaku za množenje ("$\cdot$")

2.8 Uvođenje pojmova

Za kraj ovog poglavlja vidjet ćemo tko je i kada uveo nazive za neke osnovne matematičke pojmove kao i za neke zanimljive velike brojeve.

Asocijativnost

Pojam asocijativnosti je prema [1] uveo irski matematičar William Hamilton i to godine 1843. Osim njega, ovo svojstvo je proučavao i norveški matematičar Niels Henrik Abel.

Komutativnost i distributivnost

Francuski matematičar François Servois je 1815. godine uveo pojmove komutativnost i distributivnost (vidi [1]). Ova dva svojstva (uz već spomenuto svojstvo asocijativnosti) je proučavao i norveški matematičar Niels Henrik Abel.

Googol / Googolplex

Broj 10^{100} koji u svom zapisu ima jednu jedinicu i iza nje sto nula naziva se googol (vidi [1]). Taj naziv je godine 1938. odabrao američki matematičar Edward Kasner (1878.-1955.) i to prema prijedlogu svojeg nećaka dok je googolplex naziv za broj $10^{10^{100}}$ koji u svom zapisu ima jednu jedinicu i iza nje ukupno googol nula.

Ova zanimljivost je u udžbeniku [1] dio teme *Pisanje i čitanje prirodnih brojeva.*

3. Razne povijesne teme u nastavi matematike

U ovome poglavlju pokazat ćemo kako se opća povijest, to jest razni događaji iz povijesti, koji inače i nemaju direktne veze s matematikom mogu s njom povezati. Kao i u prethodnom poglavlju, i u ovome će naglasak biti na temama koje se mogu primijeniti već u petom razredu osnovne škole. Dio navedenih zadataka može se iskoristiti i kao zadatak za vježbu onoga što je ranije naučeno i kao motivacijski zadatak gdje će se učenicima ostaviti neko vrijeme da ga pokušaju sami riješiti. Ako ga se upotrijebi kao motivacijski zadatak potrebno je provjeriti je li netko od učenika unaprijed riješio zadatak na kraći način i time iskoristio nešto novo, a da nije toga niti svjestan. Uz svaki zadatak ćemo navesti kako su ga autori navedenog udžbenika iskoristili te koji je ishod iz kurikuluma moguće ostvariti.

3.1 Aristotel

O Aristotelu

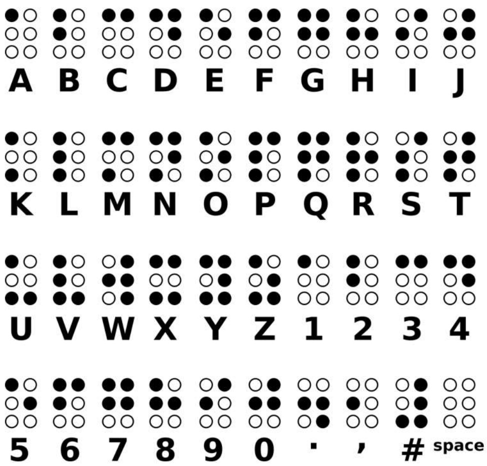
U udžbeniku [1] autori navode da je Aristotel bio grčki filozof koji je smatrao da se svi planeti i sve zvijezde gibaju po putanji koja ima oblik kružnice.

3.2 Brailleovo pismo i svojstvo distributivnosti

Ovo potpoglavlje donosi najvažnije činjenice o pismu za slijepe te zadatak u kojem se ono povezuje s distributivnosti množenja prema zbrajanju.

O Brailleovom pismu

Sljedeće su informacije zapisane u udžbeniku [10]. Brailleovo je pismo ili skraćeno brajlica reljefno točkasto pismo za slijepe. Osmislio ga je Francuz Louis Braille godine 1829. Pismo je za hrvatsku abecedu prilagodio Vinko Bek kraj 19. stoljeća. Na slici 3 nalaze se obojeni i neobojeni krugovi pri čemu obojeni krugovi predstavljaju izbočene kružiće koji se mogu napipati rukom. Ostala mjesta su zapravo praznine jer uvijek postoji šest mjesta rezerviranih za svako slovo, odnosno broj. Najvažnija upotreba brajlice u svijetu su svakako kutije s lijekovima na kojima je ime lijeka te masa svake tablete zapisana i brajlicom.



Slika 3: Brajlica

Zadatak s brajlicom

U spomenutom udžbeniku [10] brajlica je iskorištena za primjer u kojem će se na konkretnom problemskom zadatku iskoristiti svojstvo distributivnosti množenja prema zbrajanju. Traži se broj kružića koji će se opipati kada se brajlicom čita riječ *vidim*.

Rješenje zadatka:
Vidimo na slici 3[6] da slovo V ima 4 izbočena kružića, a analogno slovo I ima 2 izbočena kružića, slovo D 3 izbočena kružića te slovo M također 3 izbočena kružića. To su ukupno dvije dvojke, dvije trojke i jedna četvorka pa rješenje možemo zapisati na sljedeći način: $\mathbf{2}\cdot 2+\mathbf{2}\cdot 3+4=\mathbf{2}\cdot(2+3)+4=\mathbf{2}\cdot 5+4=10+4=14$. Na taj način je (u prvom koraku) iskorištena distributivnost množenja prema zbrajanju. Zaključak je da je broj kružića koji će se opipati prilikom čitanja riječi *vidim* jednak 14.

Ovaj primjer se može iskoristiti i kao zadatak za vježbu i to za ostvarenje ishoda iz domene Brojevi: Brojevnim izrazom u skupu prirodnih brojeva s nulom modelira problemsku situaciju. Također, nakon odrađenog primjera kakav je zapisan i u udžbeniku može se učenicima reći da svatko odabere dva imena te da za njih analogno izračuna broj kružića.

3.3 Glagoljica i matematika

U ovom ćemo potpoglavlju reći neke najvažnije činjenice vezane uz glagoljicu te pokazati na koji način možemo povezati glagoljicu i matematiku na zanimljiv način.

O glagoljici

Edutorij [4] za nastavni predmet Geografija navodi da je glagoljica staro slavensko pismo koje je nastalo u 9. st. i da je to pismo kojim su se Hrvati služili do početka 20. stoljeća. Na slici[7] 4 nalaze se slova glagoljice te njihovi ekvivalenti na latinici. No, ono što je za matematiku bitnije je činjenica da su se ta slova tada upotrebljavala i za brojeve. Autori udžbenika [3] navode da je bilo dovoljno staviti ispred i iza slova kvadratić ili iznad slova viticu te bi to označavalo da slovo zapravo predstavlja broj.

Slika 4: Glagoljica i slova na latinici

[6]Preuzeto s https://pixabay.com/vectors/braille-alphabet-dots-spots-text-6159673/

[7]Preuzeto s https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/0f959e7d-cd12-413c-adce-29e1ac8a4596/upoznajmo-hrvatsku.html.

Slika 5: Glagoljica i arapski brojevi, preuzeto iz [3]

Glagoljica i osnosimetrični likovi

Autori udžbenika [1] povezali su glagoljicu s traženjem osnosimetričnih likova. Osnosimetrične likove tražimo tako da gledamo postoji li barem jedan pravac s obzirom na koji će se lik preslikati u sama sebe. Na taj način možemo promatrati i zadana slova na slici 4. Tako su primjerice sljedeća slova glagoljice osnosimetrični likovi: A, S i V. Na slici 5 vidimo neke dodatne osnosimetrične likove, poput slova glagoljice koji predstavljaju brojeve 7, 300 i 2000.

Ovo se traženje osnosimetričnih likova među slovima može iskoristiti za ostvarivanje ishoda iz domene Oblik i prostor: *Osnosimetrično i centralnosimetrično preslikava skupove točaka u ravnini.* Zadatak se može iskoristiti i kao projekt gdje će učenici pomoću lista papira te primjerice tempera slikati polovinu slova, preklapati taj papir i vidjeti hoće li nakon preklapanja dobiti cijelo slovo, odnosno traženi osnosimetrični lik. Na taj način mogu naći sva slova glagoljice koja su ujedno i osnosimetrični likovi.

3.4 Lenta vremena

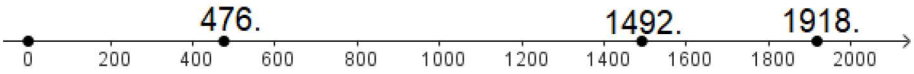
Udžbenik [1] donosi zadatak u kojem povezuju brojevni pravac i najvažnije povijesne događaje s kojima su započela velika povijesna razdoblja. Zadatak je pronaći godine i događaje s kojima su započela sljedeća povijesna razdoblja: stari vijek, srednji vijek, novi vijek i najnovije doba. Na temelju tih podataka nacrtati lentu vremena (matematičkim rječnikom zapravo treba nacrtati brojevni pravac s pronađenim godinama).

Rješenje zadatka:
Događaji i godine s kojima su započela najveća povijesna razdoblja su sljedeći (vidi Edutorij

za nastavni predmet Povijest: [4]):

1. Početak nove ere: 0. g. (stari vijek)
2. Pad Rimskog Carstva: 476. g. (početak srednjeg vijeka)
3. Otkriće Amerike: 1492. g. (početak novog vijeka)
4. Završetak 1. svjetskog rata: 1918. g. (početak najnovijeg doba)

Na slici 6 nalazi se konačno rješenje ovog zadatka.



Slika 6: Povijesna razdoblja

Ova vrsta aktivnosti može poslužiti za ostvarenje ishoda iz domene Brojevi: *Brojevnim izrazom u skupu prirodnih brojeva s nulom modelira problemsku situaciju.*

3.5 Olimpijske igre

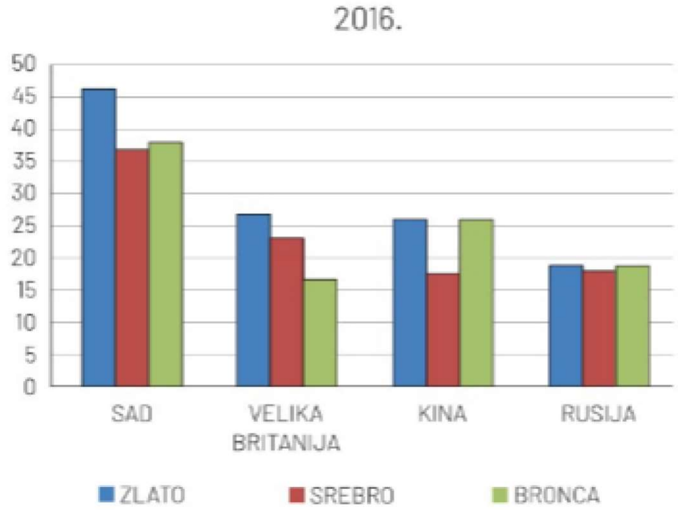
U ovome potpoglavlju pokazat ćemo kako se razne informacije vezane uz olimpijske igre mogu primijeniti u matematičkim zadatcima. Vidjet ćemo kako se neki rezultati ostvareni na tim igrama mogu iskoristiti u zadatcima. Također se usput kroz zadatke spomene i kad su neke igre održane te u kojoj državi ili kojem gradu. Može se usput učenicima dati i zadatak da istraže povijest olimpijskih igara. Zadatak može primjerice biti da pronađu kojih su se sve godina one održale u Europi te da od tih godina izrade lentu vremena. Dodatni primjer vezan uz lentu vremena možete vidjeti na stranici 14.

Ljetne olimpijske igre 2016.

Autori udžbenika [10] spominju unutar jednog zadatka ljetne olimpijske igre koje su 2016. godine održane u Rio de Janeiru u Brazilu. Na početku zadatka opisuju olimpijske igre kao veličanstveno višesportsko natjecanje koje se održava svake četvrte godine. Uz zadatak se nalazi i višestruki stupčasti dijagram (pogledati sliku 7). On prikazuje broj osvojenih medalja za četiri najuspješnije države. Zadatak traži da se odredi ukupan broj osvojenih medalja po državi te da se za svaku vrstu medalje te četiri države poredaju po broju osvojenih medalja.

Rješenje zadatka:
Ukupan broj osvojenih medalja pri čemu je uvijek prvi pribrojnik broj osvojenih zlatnih medalja, drugi je broj osvojenih srebrnih medalja, a treći je broj osvojenih brončanih medalja:

- u SAD-u: $46 + (37 + 38) = 46 + 75 = 121$
- u Velikoj Britaniji: $(27 + 23) + 16 = 50 + 16 = 66$
- u Kini: $26 + 17 + 26 = 69$
- u Rusiji: $19 + 18 + 19 = 56$



Slika 7: Višestruki stupčasti dijagram, preuzeto iz [10]

Za poredak po veličini (drugi dio zadatka) uspoređujemo prvo prve pribrojnike, onda druge pa na kraju treće te dobijemo sljedeće rješenje (napomena: uspoređujemo od najvećeg do najmanjeg broja zato što u zadatku nije točno navedeno):

- zlato: SAD, Velika Britanija, Kina, Rusija
- srebro: SAD, Velika Britanija, Rusija, Kina
- bronca: SAD, Kina, Rusija, Velika Britanija

Ovaj zadatak može poslužiti za ostvarenje ishoda iz domene Brojevi: *Brojevnim izrazom u skupu prirodnih brojeva s nulom modelira problemsku situaciju* te za ostvarenje ishoda iz domene Podatci, statistika i vjerojatnost: *Barata podacima prikazanim na različite načine* i to kao zadatak za vježbu ili kao motivacijski zadatak u kojem će učenici iskoristiti neka svojstva računskih operacija.

Zimske olimpijske igre 2006.

U udžbeniku [10] kao motivacija za uvođenje teme *Uspoređivanje decimalnih brojeva* nalazi se zadatak u kojemu se spominju zimske olimpijske igre koje su 2006. godine održane u Torinu u Italiji. Autori ovog udžbenika su odlučili iskoristiti dio rezultata prve slalomske utrke za žene (pogledati sliku 8) na način da je potrebno usporediti rezultate natjecateljica i utvrditi konačan poredak te pobjednicu utrke za što je potrebno znati kako usporediti decimalne brojeve. Usput su spomenuli i našu skijašicu Janicu Kostelić za koju ćemo i pokazati da je pobjednica te utrke.

Rješenje zadatka:

Kako bi usporedili decimalne brojeve i dobili konačan poredak trebamo prvo znati kako glasi pravilo za uspoređivanje decimalnih brojeva. Prvo se gleda cijeli dio decimalnog broja i od dva decimalna broja veći je onaj koji ima veći cijeli dio. Ukoliko su cijeli dijelovi jednaki, tada je veći onaj decimalni broj koji ima veći decimalni dio.

Zaključujemo da vrijedi sljedeće: $38.65 < 38.75 < 38.77 < 40.18 < 41.74$ pa je prema tome poredak sljedeći:

Slika 8: Rezultati slalomske utrke, preuzeto iz [10]

1. Janica Kostelić 38.65
2. Anja Pärson 38.75
3. Kathrin Zettel 38.77
4. Brigitte Acton 40.18
5. Carolina Ruiz Castillo 41.74

Za zadatak smo već rekli da su ga i autori iskoristili kao motivacijski. Međutim, on može poslužiti i kao zadatak nakon obrade gradiva. Zadatak se može upotrijebiti za ostvarenje ishoda iz domene Brojevi: *Računa s decimalnim brojevima.*

Ljetne olimpijske igre 2004.

Ljetne olimpijske igre su godine 2004. održane u Grčkoj. Rezultati toga natjecanja mogu se pronaći na [8], a njih su autori udžbenika [10] iskoristili kako bi sastavili zadatak vezan uz uspoređivanje decimalnih brojeva, prikazivanje izračunatog na brojevnom pravcu, računanje prosjeka te pretvaranje mjernih jedinica.

U zadatku je zapisano šest rezultata iz natjecanja u skoku u dalj za muškarce:

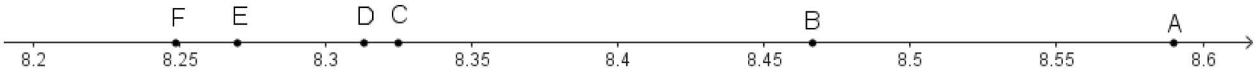
$8310\,mm,\ 8.25\,m,\ 859\,cm,\ 8.32\,m,\ 8470\,mm,\ 82.7\,dm.$

Duljine skokova je potrebno poredati od najduljeg do najkraćeg, prikazati te brojeve na brojevnom pravcu i izračunati prosječnu duljinu skoka u metrima.

Rješenje zadatka:

Za početak ćemo sve rezultate izraziti u metrima te dobiti sljedeće: $8310\,mm = 8.31\,m$, $8.25\,m$, $859\,cm = 8.59\,m$, $8.32\,m$, $8470\,mm = 8.47\,m$, $82.7\,dm = 8.27\,m$ i tako dobivene rezultate poredati od najduljeg do najkraćeg skoka te dobiti idući poredak:
$8.59\,m > 8.47\,m > 8.32\,m > 8.31\,m > 8.27\,m > 8.25\,m.$
Idući dio zadatka je bio poredati te rezultate na brojevni pravac, a rješenje se nalazi na slici 9. Zadnji dio zadatka je izračunavanje prosječne duljine skoka u metrima što znači da rezultate koje smo pretvorili u metre trebamo zbrojiti i podijeliti sa šest (zato što ima ukupno šest rezultata, a mi računamo aritmetičku sredinu).
Slijedi da prosječna duljina iznosi: $\dfrac{8.59 + 8.47 + 8.32 + 8.31 + 8.27 + 8.25}{6} \approx 8.37\ m.$
Zadatak može poslužiti za ostvarenje sljedećih ishoda:

1. iz domene Brojevi; *Brojevnim izrazom u skupu prirodnih brojeva s nulom modelira problemsku situaciju*



Slika 9: Rezultati na brojevnom pravcu

2. iz domene Brojevi: *Računa s decimalnim brojevima*
3. iz domene Mjerenje: *Odabire i preračunava mjerne jedinice*
4. iz domene Podatci, statistika i vjerojatnost: *Barata podacima prikazanim na različite načine*

3.6 Prijestupne godine i djeljivost s 4

U udžbeniku [10] nalazimo zadatak koji traži da se odredi koje su od navedenih godina prijestupne pri čemu su autori naveli i četiri povijesna događaja te godine kada su se oni dogodili, a događaji su sljedeći:

- Proizveden prvi automobil (1886.)
- Prvi let preko Atlantika (1927.)
- Proizvedeno prvo osobno računalo (1981.)
- Međunarodno priznanje Republike Hrvatske (1992.)

Rješenje zadatka:
U zadatku ispred tog zadatka navedeno je i kako su prijestupne godine one koje su djeljive s četiri. Prema tome, tražimo koje su od navedenih godina djeljive s četiri. Godina će biti djeljiva s četiri ukoliko broj možemo dva puta podijeliti s dva, a da se ne pojavi ostatak. Napominjemo da je broj djeljiv s dva ukoliko mu je znamenka jedinica nula ili paran broj. Jedina prijestupna godina je 1992. zato što vrijedi $1992 : 2 = 996$ i $996 : 2 = 498$. Ostale godine nisu prijestupne. Za 1927. i 1981. se to moglo uočiti bez ikakvog računanja jer su brojevi 1927 i 1981 neparni.

Zadatak se može iskoristiti za ostvarenje ishoda iz domene Brojevi: *Rastavlja broj na proste faktore i primjenjuje djeljivost prirodnih brojeva* i to primjerice kao zadatak za ponavljanje gradiva.

3.7 Stara Grčka

Bitka kod otoka Salamine

Zadatak nam govori o nekim podatcima iz stare Grčke, a možemo ga pronaći u [1]. Radi se o bitci kod otoka Salamine u kojoj su Grci primijenili lukavstvo i uspješnu strategiju kako bi se mogli boriti protiv Perzijanaca. Bitka se odvijala u uskom morskom tjesnacu. Grčka flota je imala svega 380 malih brodova. Za razliku od njih, Perzijanci su imali 500 puno većih brodova. Unatoč tome, Perzijanci su izgubili bitku. Na kraju te bitke ispostavilo se da su

Grci izgubili samo 40 brodova dok su ih Perzijanci izgubili ukupno 200. Zadatak traži da se odredi koliko je brodova ostalo nakon te bitke na objema stranama zajedno.

Rješenje zadatka:

Kako bismo odredili koliko je brodova ukupno ostalo na obje strane nakon što je bitka završila moramo prvo odrediti koliko je brodova ostalo sa svake strane zasebno. Prvo, Grci su na početku imali 380 brodova, a izgubili su ih 40. To znači da je na strani Grka ostalo ukupno $380 - 40 = 340$ brodova. Drugo, Perzijanci su bitku počeli s 500 brodova, no izgubili su ih čak 200 te je na njihovoj strani ostalo ukupno $500 - 200 = 300$ brodova. U zbroju nam ova dva broja daju ukupan broj brodova koji su ostali nakon bitke, a taj zbroj iznosi $340 + 300 = 640$ brodova.

Ovaj se zadatak može iskoristiti kako bi se ostvarili ishodi iz domene Brojevi: *Brojevnim izrazom u skupu prirodnih brojeva s nulom modelira problemsku situaciju* i *Rastavlja broj na proste faktore i primjenjuje djeljivost prirodnih brojeva.*

Priča o bitci na Maratonskom polju

Ovo je još jedan zadatak u kojem se spominje događaj iz vremena stare Grčke, a koji se nalazi u [1]. To je priča o bitci koja se dogodila na Maratonskom polju (polje kod današnjeg grada Maratona u Grčkoj). U ovome su zadatku dodane još neke informacije o tom događaju. Tako je zapisano da su Perzijanci 490. g. pr. Krista stigli na Maratonsko polje u Atici. Druga informacija kaže kako je sportaš u svega dva dana pretrčao 233 km kako bi otišao u Spartu po pomoć. No, Spartanci ipak nisu stigli na vrijeme kako bi pomogli. Atenjanima to na kraju nije bio problem jer su ipak pobijedili Perzijance. Podatak kaže da je Atenjana bilo oko 190, a Perzijanaca gotovo 34 puta više. Zadatak kaže da se izračuna koliko je bilo Perzijanaca.

Rješenje zadatka:

Kako je Perzijanaca bilo 34 puta više od Atenjana za koje znamo koliko ih je točno bilo (190) dovoljno je pomnožiti ta dva broja kako bi dobili ukupan broj Perzijanaca. Dakle, Perzijanaca je bilo $190 \cdot 34 = 6460$.

Zadatak može poslužiti za ostvarenje ishoda iz domene Brojevi: *Brojevnim izrazom u skupu prirodnih brojeva s nulom modelira problemsku situaciju.*

3.8 Stari Egipat

Gradnja Keopsove piramide

Ovaj zadatak vezan uz stari Egipat možemo pronaći u [1]. Zadatak daje informaciju kako je Herodot pretpostavljao da je Keopsovu piramidu gradilo 100 000 ljudi i to kroz 20 godina. Zatim u zadatku dodatno pretpostavljaju da se svaki dan radilo 8 sati. Uz pretpostavku da svaka godina ima 365 dana potrebno je odrediti koliko je radnih sati potrošeno kako bi se izgradila Keopsova piramida.

Rješenje zadatka:

Prvo je potrebno odrediti koliko je ukupno sati svaki od tih radnika radio u tih 20 godina uz dane pretpostavke. Kako ima ukupno 20 godina, a svaka godina ima 365 dana, onda je svaki od tih radnika radio ukupno $20 \cdot 365 = 7300$ dana. U svakom od tih 7 300 dana oni su radili po 8 sati što je ukupno $7300 \cdot 8 = 58400$ sati. Sad znamo koliko je radnih sati utrošio jedan čovjek, a kako bismo odredili ukupan broj sati potrebnih za izgradnju Keopsove piramide potrebno je još pomnožiti broj sati s brojem radnika koji su radili na njenoj izgradnji. Kako je broj radnika jednak 100 000, zaključujemo da je ukupan broj sati koji su utrošeni na gradnju jednak $58400 \cdot 100\,000 = 5\,840\,000\,000$.

Ovim je zadatkom moguće ostvariti ishod iz domene Brojevi: *Brojevnim izrazom u skupu prirodnih brojeva s nulom modelira problemsku situaciju.*

Priča o kraljici Nefertari

I priča o kraljici Nefertari nalazi se u [1]. Kraljica Nefertari je omiljena žena Ramzesa II i u toj priči ona je nazvana "najljepšom od svih žena". Za nju se pretpostavlja da je živjela 45 godina te je umrla oko 1250. g. pr. Krista. Zadatak traži da se izračuna koje je godine kraljica Nefertari rođena.

Rješenje zadatka:
Za određivanje rješenja dovoljno je zbrojiti godinu kada je kraljica Nefertari umrla te broj godina koliko je živjela zato što su u pitanju godine prije Krista pa su veći brojevi uz godine koje su se ranije dogodile. Zaključujemo: kraljica Nefertari je rođena $1250 + 45 = 1295$. g. pr. Krista.

Zadatak se može iskoristiti za ostvarenje ishoda iz domene Brojevi: *Brojevnim izrazom u skupu prirodnih brojeva s nulom modelira problemsku situaciju.*

4. Usporedba udžbenika

Na kraju ovoga rada, u njegovom zadnjem poglavlju, usporedit ćemo udžbenike dviju različitih grupa autora i to udžbenik izdavača Profil i udžbenik izdavača Školska knjiga. Udžbenici su za peti razred osnovne škole i prate trenutno važeći kurikulum koji je korišten i ranije u ovom radu. U ovome poglavlju nema opisa povijesnih problema niti rješenja zadataka, ali je uz sve što je spomenuto navedeno gdje se ti opisi i/ili rješenja mogu pronaći unutar ovog rada pri čemu se sve nalazi u prethodna dva poglavlja (točan broj stranice možete pronaći u zagradi).

Prvo ćemo navesti što se sve može pronaći u oba sveska udžbenika izdavača Profil grupe autora čija je imena moguće vidjeti pod [10], a radi se o 2. izdanju koje je izdano 2020. godine.

- Teme iz povijesti matematike:
  - dogovor oko osnovnih mjernih jedinica (pogledati stranicu 9.)
- Ostale povijesne teme:
  - Brailleovo pismo i svojstvo distributivnosti (pogledati stranicu 12.)
  - olimpijske igre - razni zadatci (pogledati stranicu 15.)
  - prijestupne godine i djeljivost s 4 (pogledati stranicu 18.)

U nastavku ćemo navesti i teme iz drugog već spomenutog udžbenika izdavača Školska knjiga, a autore tog udžbenika možete vidjeti pod [1]. Ovaj udžbenik je kao i prošli podijeljen u dva sveska te je također izdan 2020. godine.

- Teme iz povijesti matematike:
  - Arhimed (pogledati stranicu 5.)
  - Eratosten i Eratostenovo sito (pogledati stranicu 6.)
  - Euklid (pogledati stranicu 7.)
  - Gauss (pogledati stranicu 5.)
  - Jacques Ozanam - zadatak iz tečaja matematike (pogledati stranicu 9.)
  - mjerenje i mjerne jedinice (pogledati stranicu 9.)
  - razvoj matematičkih zapisa (uvođenje oznaka za osnovne računske radnje) (pogledati stranicu 10.)
  - uvođenje pojmova komutativnost, asocijativnost i distributivnost (pogledati stranicu 10.)
- Ostale povijesne teme:
  - Aristotel i gibanje planeta i zvijezda (pogledati stranicu 12.)
  - slova glagoljice i osnosimetrični likovi (pogledati stranicu 13.)
  - lenta vremena i različiti povijesni događaji (pogledati stranicu 14.)
  - stara Grčka (priča o bitci na Maratonskom polju i bitka kod otoka Salamine) (pogledati stranicu 18.)

– stari Egipat (priča o kraljici Nefertari i podaci o gradnji Keopsove piramide) (pogledati stranicu 19.)

I za kraj ovog poglavlja, usporedit ćemo što smo pronašli, koliko toga smo pronašli i na koji način su te informacije korištene u spomenutim udžbenicima te dati kratak zaključak o različitosti ovih udžbenika kada su u pitanju teme iz povijesti.

Za početak pogledajmo količinu pronađenih podataka vezanih uz teme iz povijesti matematike. U udžbeniku kojeg je izdao Profil postoji samo tema o mjernim jedinicama, a i ovdje su se autori samo dotaknuli razloga zašto je došlo do dogovora oko mjernih jedinica bez da su ušli u neke detalje ili ostavili neki poticaj da se više istraži ta tema. Za razliku od ovog udžbenika, u drugom spomenutom udžbeniku postoji puno veći broj tema baš iz povijesti matematike što znači da su autori odabrali puno više sadržaja. Osim toga, taj sadržaj je i puno raznovrsniji jer se mogu pronaći razne zanimljivosti, ali i poticaji autora da se detaljnije istraži neka tema. Autori ovog udžbenika su čak i cijelu jednu cjelinu proželi raznim informacijama iz povijesti i iskoristili te informacije kao motivaciju na samom početku, ali i kasnije kroz pojedine jedinice u toj cjelini.

Sad ćemo proučiti i kakve su sličnosti i razlike kada su u pitanju teme koje su na bilo koji način vezane uz povijest. Za razliku od činjenice da tema koje se vežu isključivo uz povijest matematike skoro da i nije bilo, u udžbeniku izdavača Profil možemo pronaći nešto više tema koje se općenito vežu uz povijest pri čemu su one korištene i za dodavanje raznih zanimljivosti, ali su ubačene i kao materijal koji je bio potreban da se kreira neki zanimljiv zadatak. Slična je situacija i s drugim udžbenikom. Autori ovog udžbenika su također pronašli razne povijesne teme koje su iskoristili kako za zanimljivosti tako i za kreiranje raznih zadataka pri čemu tih zadataka ipak ima nešto više nego u prvom spomenutom udžbeniku, a opet se možemo vratiti i na već spomenutu činjenicu, prema kojoj su autori onog udžbenika koji je u izdanju Školske knjige, odlučili jednu cjelinu veoma obogatiti različitim povijesnim sadržajem.

Na kraju možemo zaključiti kako ima velikih razlika u ovim udžbenicima iako su izdani iste godine, za isti su razred i prate isti kurikulum. Zajedničko im je da su povijesne teme koristili i kao motivaciju za neki dio gradiva i kao dio nekog zadatka, ali i za dodavanje nekih zanimljivosti. Najveća je razlika u samoj količini materijala koji se može pronaći u pojedinom udžbeniku.

Zaključak

U ovom diplomskom radu pokazuje se da je u nastavi matematike (ali i u nastavi drugih predmeta) korisno i važno, i to u velikoj mjeri, primjenjivati kako različite povijesne teme iz matematike, tako i teme iz drugih predmetnih i međupredmetnih područja koje se mogu povezati s matematičkim gradivom.

To nam omogućuje da kreiramo sat tako da on bude zanimljiviji za učenike te da ga na neki način obogatimo. Omogućuje nam također da povežemo matematiku s povijesti matematike, ali i da matematiku povežemo s drugim kako prirodnim tako i društvenim znanostima. Osim toga, ovakva vrsta primjene kod učenika može poboljšati kreativnost te ih može motivirati da sami nešto izrade (primjerice plakat, prezentaciju ili kviz) ili sami dodatno proučavaju neke zanimljivosti.

Međutim, prilikom uspoređivanja udžbenika već samo dvije različite grupe autora primijećena je razlika u količini materijala koji se direktno postavljaju pred učenike i kao pomoć nastavnicima. Takvih sadržaja treba biti što je više moguće, ali ne samo takvih nego i općenito treba biti veća količina zadataka u kojima će učenici moći vidjeti gdje se to sve matematika može primijeniti. Na kraju svega, potrebno je poticati i same nastavnike da više proučavaju povijest matematike kao i razne povijesne teme kako bi ih mogli što kvalitetnije primjenjivati u nastavi.

Literatura

[1] B. Antunović Piton, M. Kuliš, I. Matić, N. Zvelf, *Matematika 5 - udžbenik sa zbirkom zadataka iz matematike s dodatnim digitalnim sadržajima u petom razredu osnovne škole - 1. i 2. dio*, Školska Knjiga, Zagreb, 2020.

[2] F. M. Brueckler: *Povijest matematike I - izmijenjeno i dopunjeno izdanje*, Odjel za matematiku Sveučilišta J. J. Strossmayera u Osijeku, 2014.

[3] B. Dakić, N. Elezović, *Matematika 1 - udžbenik i zbirka zadataka za 1. razred gimnazija i tehničkih škola - 1. dio*, Element, Zagreb, 2013.

[4] Edutorij,
URL: `https://edutorij.e-skole.hr/share/page/home-page`
(pristupljeno: 24.08.2023.)

[5] Euklidovi Elementi,
URL: `http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/elements/elements.html`
(pristupljeno: 23.08.2023.)

[6] Kurikulum nastavnog predmeta Matematika,
URL: `https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_146.html`
(pristupljeno: 06.08.2023.)

[7] Nacionalni okvirni kurikulum,
URL: `http://mzos.hr/datoteke/Nacionalni_okvirni_kurikulum.pdf`
(pristupljeno: 15.08.2023.)

[8] Olympic Games, službena stranica,
URL: `https://olympics.com/en/olympic-games/athens-2004/results/`
(pristupljeno: 21.08.2023.)

[9] M. Petković, *Zanimljivi matematički problemi velikih matematičara*, Društvo matematičara Srbije, 2008.

[10] Z. Šikić, V. Draženović Žitko, I. Golac Jakopović, B. Goleš, Z. Lobor, M. Marić, T. Nemeth, G. Stajčić, M. Vuković, *Matematika 5, udžbenik matematike za 5. razred osnovne škole, 1. i 2. svezak*, Profil Klett, Zagreb, 2020.

Sažetak

Na početku ovog diplomskog rada dan je pregled o tome na koji način se teme iz povijesti matematike spominju u kurikulumu nastavnog predmeta Matematika. U drugom poglavlju rada obrađene su teme iz povijesti matematike, a u trećem se navode razne opće povijesne teme koje se koriste u nastavi matematike. Pri tome naglasak je stavljen na one povijesne teme koje se obrađuju u petom razredu osnovne škole. Za sve te povijesne teme promotreno je kada se i na koji način mogu koristiti u nastavi matematike ili u nekoj izvannastavnoj aktivnosti. U zadnjem dijelu rada, s tog aspekta korištenja povijesnih tema uspoređeni su udžbenici dva različita izdavača (Školska knjiga te Profil) za peti razred osnovne škole te su prokomentirane razlike u korištenju povijesti matematike i povijesnih tema u tim udžbenicima.

Ključne riječi: povijest, povijest matematike, nastava matematike, kurikulum, udžbenik

The application of historical topics in the teaching of mathematics

Summary

At the beginning of this thesis, an overview is given of how topics from the history of mathematics are mentioned in the curriculum of the subject Mathematics. In the second chapter of the paper, topics from the history of mathematics are covered, and in the third, various general historical topics that are usedd in the teaching of mathematics are mentioned. Herein, the emphasis is placed on those historical topics that are covered in the fifth grade of elementary school. For all these historical topics, it was observed when and in what way they can be used in mathematics lessons or in some extracurricular activity. In the last part of the paper, the textbooks of two different publishers (Školska knjiga and Profil) for the fifth grade of elementary school were compared from this aspect of the use of historical topics, and the differences in the use of the history of mathematics and historical topics in these textbooks were commented on.

Keywords: history, history of mathematics, teaching mathematics, curriculum, textbook

Životopis

Rođena sam 2. ožujka 1995. godine u Osijeku. Godine 2002. roditelji me upisuju u Osnovnu školu Ivana Kukuljevića u Belišću koju sam završila 2010. godine. Srednju školu sam završila u Valpovu 2014. godine i to smjer ekonomski tehničar. Iste godine upisujem studij na Odjelu za matematiku u Osijeku. Sveučilišni preddiplomski studij matematike završavam 2021. godine te se iste godine upisujem na sveučilišni diplomski nastavnički studij matematike i informatike na Odjelu za matematiku u Osijeku (danas Fakultetu primijenjene matematike i informatike).